Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

TP537 – Transmissão Digital
2ª Avaliação – 16/10/2017 – 15:30h
Prof. Dayan Adionel Guimarães

Nota:

Aluno(a): ____

Prova com consulta ao livro texto (apenas), com duração de 2**h**. A interpretação é parte integrante das questões. Proibido uso de calculadora programável. Seja organizado. Boa prova!

1ª questão (20 pontos)

Considere um sistema de comunicação generalizado (com M e N quaisquer), no qual o ruído que contamina a variável de decisão tem distribuição uniforme, média zero e variância $N_0/2$. Deduza a expressão do limitante de união para a probabilidade de erro de símbolo.

Solução
Sabendo que a variância de uma v.a. uniforme é (max – min)^2/12, se sua média é nula tem-se que $N_0/2$ = (2max)^2/12, de onde se obtém max = $(3N_0/2)^{0.5}$. Então, substituindo as densidades condicionais da Fig. 5.6 do livro texto pelas densidades uniformes, a probabilidade de erro par-a-par da equação (5.59) se tornará

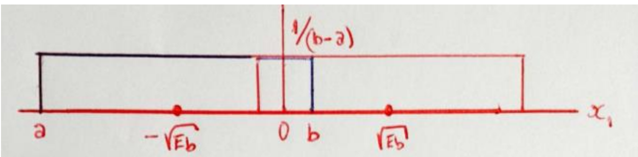
$$P\ \mathbf{s}_i,\mathbf{s}_k = \int_{d_{ik}/2}^{\sqrt{3N_0/2}} \frac{1}{2\sqrt{3N_0/2}}dx = \frac{1}{2} - \frac{d_{ik}}{\sqrt{24N_0}}$$, o que leva ao limitante de união

$$P_{\mathrm{e}} \leq \sum_{i=1}^{M}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{M} p_i\left(\frac{1}{2} - \frac{d_{ik}}{\sqrt{24N_0}}\right)$$

2ª questão (20 pontos)

Considere um sistema de comunicação com modulação QPSK, no qual o receptor foi projetado sob a hipótese de contaminação da variável de decisão **x** por ruído Gaussiano. No entanto, admita que o ruído que contamina a variável de decisão passe a ter distribuição uniforme, mantendo média zero e variância $N_0/2$. Deduza a expressão exata para a probabilidade de erro de símbolo do sistema nesta última situação, em função de E_b/N_0, admitindo símbolos equiprováveis.

Solução
O receptor em questão é aquele mostrado na Fig. 6.16 e a P_e exata é calculada de forma análoga ao que se fez na expressão (6.29), ou seja, $P_e = 1 - (1 - P_{eB})^2$, sendo P_{eB} a probabilidade de erro de bit em um dos ramos do receptor, com ruído uniforme em x_1 e x_2. Então, tomando x_1 como referência, tem-se a seguinte situação:



Sabendo que a variância de uma v.a. uniforme é (max – min)^2/12, se sua média é nula tem-se que $N_0/2$ = (2max)^2/12, de onde se obtém max = $(3N_0/2)^{0.5}$. Então o ponto b na figura acima é $-(E_b)^{0.5} + (3N_0/2)^{0.5}$, levando a

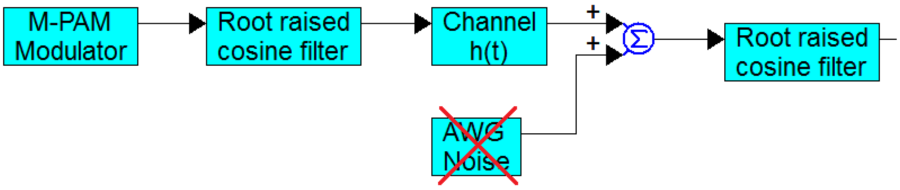
$$P_{\mathrm{eB}} = \int_0^{-\sqrt{E_{\mathrm{b}}}+\sqrt{3N_0/2}} \frac{1}{2\sqrt{3N_0/2}} d_{x_1} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{6N_0}}$$, o que leva a

$$P_{\mathrm{e}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{6N_0}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{6N_0}}\right)^2 = \frac{3}{4} - \sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{6N_0}} - \frac{E_{\mathrm{b}}}{6N_0}.$$

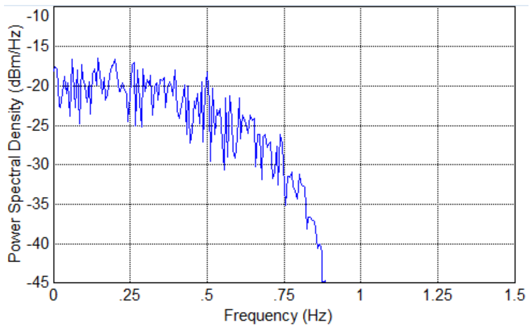
3ª questão (30 pontos)

As figuras a seguir se referem à simulação de um sistema de comunicação M-PAM em que o ruído está desabilitado. No espectro mostrado, considere desprezível qualquer componente de frequência abaixo de –45 dBm/Hz.

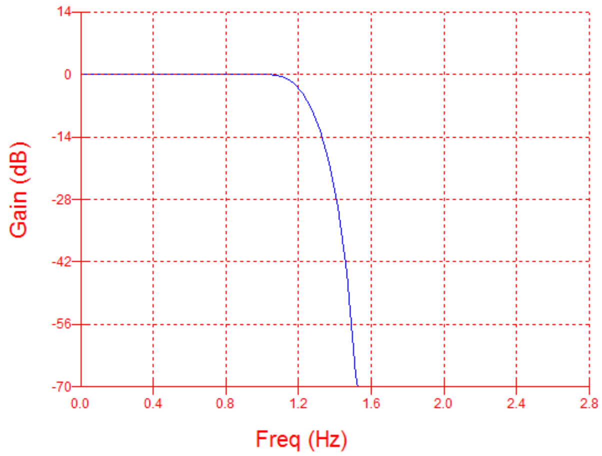
Diagrama do sistema



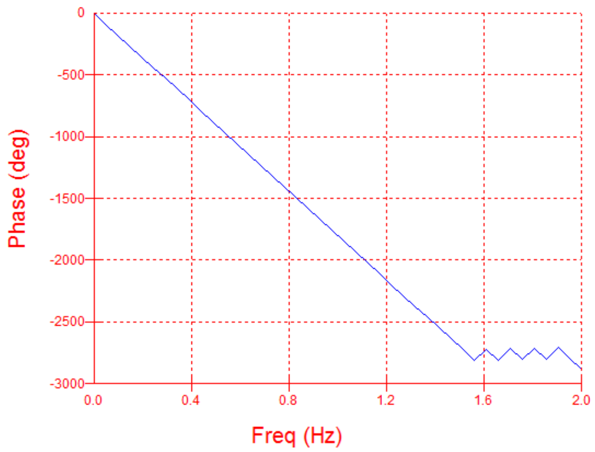
Sinal transmitido



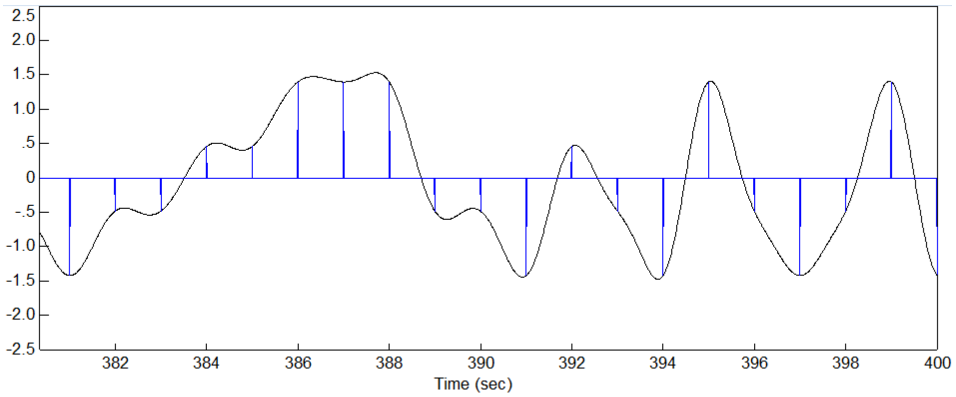
Canal



Canal



Saída do filtro de recepção



a) Escreva a expressão da resposta em frequência do canal até a frequência de 1 Hz.

Solução

Dos gráficos referentes ao canal, tem-se $|H(f)|$ = 0 dB = 1 e $\theta(f) = -1800f = -10\pi f$ para $0 \le f \le 1$. Então $H(f) = |H(f)|\, e^{j\theta(f)} = 1e^{-10\pi f}$.

b) Calcule o atraso de propagação do canal.

Solução

$10\pi f = 2\pi f\tau \Rightarrow$ para $f = 1$, por exemplo, $\tau = 5$ segundos (para qualquer frequência de 0 a 1 Hz).

c) Verifique se haverá ou não distorção no sinal transmitido ao atravessar o canal, justificando.

Solução

Observando o espectro do sinal transmitido verifica-se que o mesmo tem largura de faixa menor que 1 Hz, dentro da faixa de ganho constante e fase linear do canal, portanto não havendo distorção.

d) Calcule o fator de forma (*roll-off*) do filtro de transmissão.

Solução

Pela forma de onda de saída do filtro de recepção nota-se que a taxa de símbolos é de 1 símbolo/s, levando a $B_{\min} = 1/2T = 0{,}5$ Hz. Observando o espectro do sinal transmitido verifica-se que o mesmo tem largura de faixa $B \approx 0{,}85$ Hz. Então, como $B = B_{\min}(1+\alpha) \Rightarrow 0{,}875 = 0{,}5(1+\alpha) \Rightarrow \alpha \approx 0{,}75$.

e) Qual o valor de M na transmissão M-PAM simulada? Justifique.

Solução

Como o ruído está desabilitado e são observadas 4 amplitudes distintas das amostras na saída do filtro de recepção, então trata-se de um sistema 4-PAM.

4ª questão (7+5+5+7+6 pontos)

a) Determinar expressão de cálculo da probabilidade de erro de símbolo condicional para E_b/N_0 alta a partir de (5.60), p. 392.

Solução

Rearranjando (5.60) na condição de E_b/N_0 alta tem-se $P_e = \sum_{i=1}^{M} p_i \frac{1}{2} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{M} \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}}\right)$.

Como $P_e = \sum_{i=1}^{M} p_i P_e(m_i)$, então nessa condição tem-se $P_e(m_i) = \frac{1}{2}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{M} \text{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}}\right)$.

b) Mostrar que *k* não altera desempenho por meio de (4.62), p. 296.

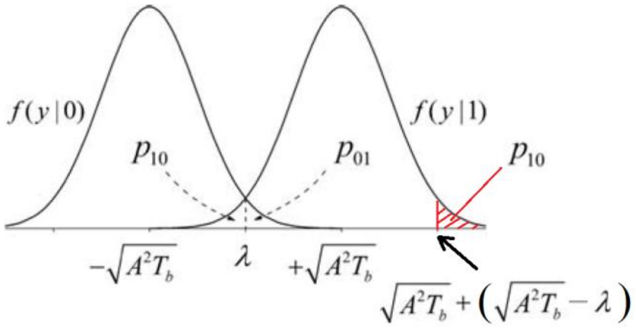
Solução

Neste caso teremos $\eta = \frac{|kg_0(T)|^2}{k^2\sigma_Y^2} = \frac{k^2|g_0(T)|^2}{k^2\sigma_Y^2} = \frac{|g_0(T)|^2}{\sigma_Y^2}$.

c) Justificar a expressão (4.77), p. 299, ilustrando com uma figura.

Solução

Basta aplicar (4.75) para calcular a área em vermelho a seguir.



d) O que se pode dizer sobre as probabilidades de erro de símbolo médias obtidas por meio das expressões (6.26) e (6.29) nas páginas 424 e 429, respectivamente, admitindo M = 4 e que em (6.29) não se descarte o termo em $\text{erfc}^2(.)$?

Resposta

As probabilidades serão iguais, pois ambas são expressões que permitem o cálculo exato de P_e, sendo que a partir de (6.29), $P_e = 1 - P_c$.

e) Corrija a expressão (5.64), p. 395.

Solução

$$P_e(E_b/N_0) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{M} p_i \, \text{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{10^{-\frac{E_b/N_0}{10}} E_b}}\right)$$
