TP537 – Transmissão Digital
2ª Avaliação – 08/10/2018 – 10:00h
Prof. Dayan Adionel Guimarães

Nota:

Aluno(a): ____

Prova com consulta ao livro texto (apenas), com duração de **2h**. A interpretação é parte integrante das questões. Permitido somente o uso de calculadora científica simples. Seja organizado. Boa prova!

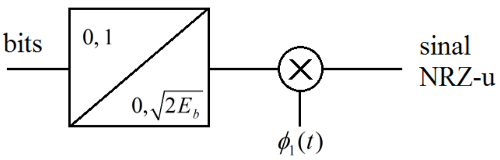
1ª questão (20 pontos)

Projetar o transmissor e o receptor de máxima verossimilhança para a sinalização NRZ-u com pulsos equiprováveis de amplitude {0, A}, justificando todas as simplificações realizadas. O resultado obtido para o projeto do receptor deve ser capaz de comprovar a regra que compara a variável de decisão com o limiar $\lambda = \lambda_{\text{opt}}$ dado no Exemplo 4.3, p. 301.

Solução

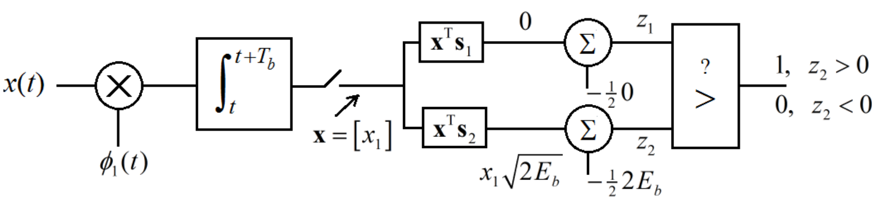
Para o transmissor, a partir da Fig. 5.8:

- Não haverá conversor S/P, pois $\log_2 M = \log_2 2 = 1$.
- Se a energia média por bit é E_b, então $\mathbf{s}_1 = [0]$ e $\mathbf{s}_2 = \left[\sqrt{2E_b}\right]$, sendo $E_b = A^2T_b/2$. Então, a LUT será um conversor de níveis de {0, 1} para {0, $\sqrt{2E_b}$ }.
- A função base única será um pulso retangular de duração $T = T_b$ e amplitude $\sqrt{1/T_b}$.

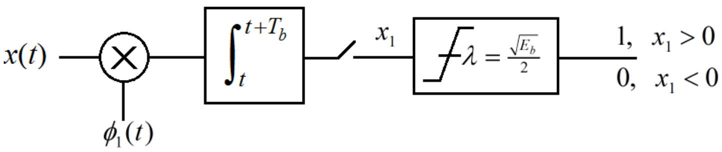


Para o receptor, a partir da Fig. 5.14:

- Em um primeiro nível de simplificação teremos 1 correlator, seguido de dois blocos de produtos internos, mais as subtrações de metade das energias, conforme diagrama a seguir:



- Pelo diagrama, $z_2 > 0 \Rightarrow x_1\sqrt{2E_b} - E_b > 0 \Rightarrow x_1 > \sqrt{E_b}/2$, resultando em:



De fato, a estrutura deste receptor está de acordo com o Exemplo 4.3, pois $\lambda = \sqrt{E_b}/2 = \sqrt{A^2T_b}/2$.

2ª questão (14 pontos)

A propriedade de invariância da P_e com rotação e translação postula que ela não se altera se as distâncias Euclidianas entre os símbolos forem mantidas. No entanto, se compararmos as expressões de cálculo de P_e para os sinais NRZ-b e NRZ-u, notamos que são diferentes. Admitindo que os vetores-sinais NRZ-b e NRZ-u têm a mesma distância entre si, comente sobre o que postula a propriedade supracitada em comparação com o que se calcula com as expressões de P_e, já que não pode haver discordância entre a interpretação da propriedade e a interpretação das expressões. Para auxiliar sua explicação, procure levar em conta o cálculo do limitante de união.

Solução

A invariância da P_e com rotação e translação deve ser interpretada como a invariância do desempenho de um sistema de comunicação digital se sua constelação for rotacionada ou transladada, mantendo-se as posições de cada um dos símbolos em relação aos demais. Neste caso a expressão de P_e em função de tais distâncias será a mesma. Em outras palavras, as expressões de P_e para os sinais NRZ-b e NRZ-u são idênticas quando escritas em função de d_{12}. Por exemplo, aplicando o limitante de união, teremos o valor exato $P_e = P_b = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{d_{12}}{2\sqrt{N_0}}\right)$ para ambos os casos. Mas é quando escrevemos d_{12} em função de E_b é que a diferença aparece, como deve. Para o NRZ-b, $d_{12} = 2\sqrt{E_b}$. Para o NRZ-u, $d_{12} = \sqrt{2E_b}$. Então, para o NRZ-b, $P_e = P_b = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$. Para o NRZ-u, $P_e = P_b = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$.

3ª questão (15 pontos)

Utilizando a expressão a seguir, demonstre, comentando em detalhes, a validade da relação particular entre P_e e P_b para símbolos ortogonais de mesma energia.

$$P_b \approx \frac{P_e}{M\log_2 M}\sum_{i=1}^{M} \text{número médio de bits em erro} \mid \mathbf{s}_i \quad \text{, para altos valores de } E_b/N_0.$$

Solução

Como em uma sinalização com símbolos ortogonais as distâncias entre quaisquer pares de símbolos é a mesma, a probabilidade de erro para qualquer dos símbolos é a mesma. Observando o conjunto das palavras binárias de $\log_2 M$ bits que mapeiam os M símbolos, nota-se que quando se erra a decisão por um símbolo, qualquer que seja o símbolo transmitido, erram-se em média $(M/2)\log_2 M/(M-1)$ bits. Nesse resultado, o numerador é a metade do total de bits do conjunto e o denominador é o número de possibilidades de erro (número de símbolos vizinhos) para cada símbolo transmitido. Assim, na expressão dada haverá M termos iguais a esse no somatório, resultando em:

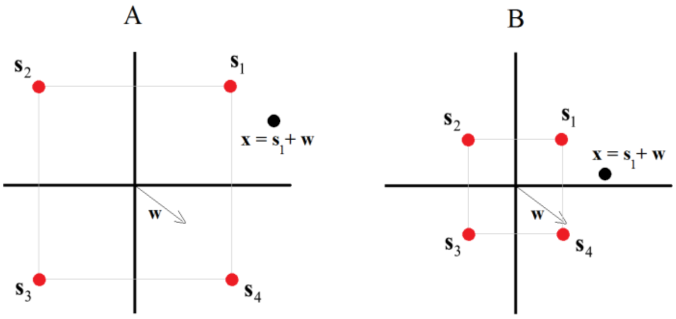
$$P_b \approx \frac{P_e}{M\log_2 M}\left[M\frac{\frac{M}{2}\log_2 M}{M-1}\right] = \frac{MP_e}{2M-2}.$$

4ª questão (15 pontos)

As expressões (5.14), (5.42) e (5.60) demonstram, de diferentes formas, a influência da distância Euclidiana entre os símbolos de uma constelação no desempenho do correspondente sistema de comunicação digital. Interprete essa influência por meio de (5.42).

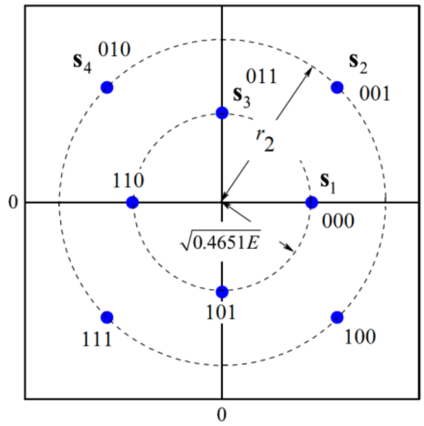
Solução

A expressão (5.42) estabelece o critério de máxima verossimilhança para decisão sobre cada símbolo, escolhendo-se aquele que mais próximo estiver do símbolo recebido, este representado por $\mathbf{x}$. Considere uma dada intensidade de ruído, representada pelo vetor $\mathbf{w}$ na Fig. 5.12, em dois sistemas de comunicação, A e B, ambos com mesmo formato de constelação. Admita que a energia média por símbolo em A seja maior que em B, levando a distâncias Euclidianas maiores entre os símbolos de A em comparação com os símbolos de B. O vetor **x** estará à mesma distância do símbolo realmente transmitido tanto em A quanto em B, mas estará mais distante dos demais em A do que em B. Portanto, o sistema A terá maior probabilidade de acerto. A figura a seguir ilustra o exposto.



5ª questão (18 pontos)

A figura a seguir mostra a constelação de uma modulação chamada 2r8APSK (*two-radii 8-ary amplitude-phase shift keying*), cujo nome se deve ao fato de ser uma modulação que combina chaveamento de fase e de amplitude, com sua constelação tendo os símbolos dispostos sobre duas circunferências de raios diferentes. As denominações dos primeiros 4 símbolos estão mostradas na constelação; as demais denominações seguem a sequência no sentido anti-horário. Nos itens a seguir, considere símbolos equiprováveis.



a) Determine a expressão de cálculo da probabilidade de erro de símbolo em função de E_b/N_0, utilizando o limitante de união. Considere que a razão E_b/N_0 é alta e que, na constelação, todos os símbolos vizinhos mais próximos estão aproximadamente à mesma distância, $d_{\min} = d_{13}$.

Solução

Como $E = 3E_b$, tem-se $d_{\min} = d_{13} = \sqrt{2\times 0.4651E} \approx \sqrt{2.79E_b}$. Cada um dos 4 símbolos externos tem 2 vizinhos distantes de $d_{\min}$ e cada um dos 4 símbolos internos tem 4 vizinhos distantes de $d_{\min}$. Então,

$$P_e \approx \frac{1}{2\times 8}\left[4\times 2\times \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2.79E_b}}{2\sqrt{N_0}}\right)+4\times 4\times \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2.79E_b}}{2\sqrt{N_0}}\right)\right]=\frac{3}{2}\operatorname{erfc}\left(0{,}835\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right).$$

b) Determine a expressão de cálculo da probabilidade de erro de bit em função da probabilidade de erro de símbolo. Use a sequência crescente do código Gray como mapeamento símbolo-bit, começando no símbolo $\mathbf{s}_1$ com a primeira palavra binária e seguindo no sentido anti-horário.

Solução

Usando a expressão dada na terceira questão, $P_b = \frac{P_e}{24}\left(4\times\frac{2}{2}+4\frac{6}{4}\right)=\frac{5P_e}{12}$.

c) Calcule o raio r_2 indicado na constelação, em função da energia média por símbolo.

Solução
Como há 4 símbolos de mesma energia e outros quatro de mesma energia, teremos
$(0.4651E + xE)/2 = E \Rightarrow x = 2-0.4651 = 1.5349 \Rightarrow r_2 = \sqrt{1.5349E}$.

PARA CASA (18 pontos)

Adapte a simulação ML_receiver_BER.vsm (p. 401) de forma que funcione com a constelação 2r8APSK dada na questão anterior. Enviar o arquivo do VisSim/Comm resultante ao professor, por e-mail (dayan@inatel.br) até à zero-hora de 10/10/2018. O professor não espera soluções similares. Portanto, cada um deve fazer seu trabalho sem seguir o que foi feito por um colega.
