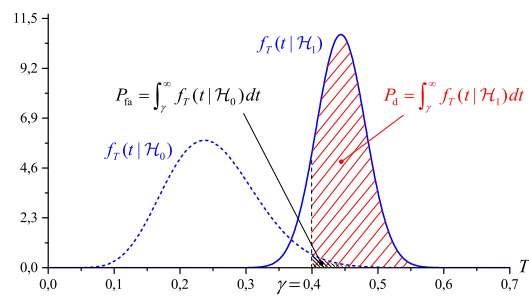

Noções sobre Sensoriamento Espectral

Dayan Adionel Guimarães

2021



1 Introdução

A demanda por novos serviços de telecomunicações tem sido o principal impulsionador das pesquisas sobre novas tecnologias, como se tem percebido, por exemplo, pelos recentes avanços envolvendo a quinta geração (*fifth generation*, 5G) das redes de comunicação e a Internet das coisas (*Internet of things*, IoT) e pelas discussões já iniciadas sobre a sexta geração (*fifth generation*, 6G) das redes de comunicação. Entretanto, para viabilizar a grande parte dos serviços oferecidos por comunicação sem fio, há que se transpor a barreira da escassez de faixas espectrais, pois seria necessário um elevado número delas de forma a acomodar o também elevado número de transmissores e receptores previsto para as redes 5G, 6G e IoT. Tal escassez se deve ao fato de que, na atual política de alocação fixa de banda, o direito de ocupação é dado apenas ao usuário contratante, também chamado usuário licenciado ou usuário primário (*primary user*, PU).

Acredita-se que a política de alocação fixa de espectro não será adequada à expansão dos sistemas e serviços de comunicações sem fio. Uma nova e mais adequada política de compartilhamento dinâmico de espectro (*dynamic spectrum sharing*, DSS) ou acesso dinâmico ao espectro (*dynamic spectrum access*, DSA) deve ser implantada, explorando o fato de que o espectro de radiofrequências (*radio-frequency*, RF) na verdade está consideravelmente subutilizado, dado que em boa parte do tempo e em certas regiões há faixas espectrais já alocadas que estão desocupadas [1, 2].

Na política de alocação dinâmica admite-se que um usuário não licenciado, também denominado usuário secundário (*secondary user*, SU), possa utilizar uma faixa já licenciada à rede primária. As transmissões dos SUs podem ser realizadas de duas principais formas: simultaneamente às transmissões dos PUs, desde que não causem interferências prejudiciais nesses últimos, ou de forma não sobreposta, aproveitando oportunidades de transmissão em faixas licenciadas que estejam desocupadas. A primeira é conhecida na literatura como paradigma *underlay* e a segunda refere-se ao paradigma *interweave*.

Neste contexto surge o conceito de rádio cognitivo (*cognitive radio*, CR) [3], dispositivo transceptor inteligente que, por meio de sensoriamento do espectro, identifica bandas de frequências vagas para uso oportunista [4, 5]. Um CR possui vários atributos relacionados a sofisticados procedimentos de cognição, os quais o permitem se adaptar ao ambiente e à rede nos quais se insere. Embora se tenha previsto que as redes e rádios cognitivos integrarão de alguma forma as redes 5G [6], esses atributos foram até certo ponto relegados a uma segunda prioridade desde o advento do conceito. Talvez seja esse o motivo de muitos pesquisadores e organizações acreditarem que a tec-

nologia de rádios cognitivos está fadada ao fracasso ou pelo menos que é inviável no futuro de curto prazo. No entanto, dentre tais atributos, o sensoriamento espectral se manteve em foco, sendo visto como um dos principais viabilizadores do acesso dinâmico ao espectro.

Dentre os diversos cenários previstos para as redes 5G, a cobertura para áreas remotas e rurais é de grande interesse, particularmente para a sociedade brasileira, em função do impacto social e econômico dela advindo. Nesse cenário, o custo de operação da rede deve ser baixo e o raio de cobertura de uma célula deve ser elevado o suficiente para garantir uma quantidade sustentável de assinantes por célula. O uso oportunista dos canais de TV que não estejam em uso (denominados de *spectral holes* ou *whitespaces*), empregando a tecnologia de rádio cognitivo, é apontado como sendo o grande viabilizador deste modo de operação das redes 5G.

Notação

Ao longo deste texto, as notações x , \mathbf{x} e \mathbf{X} representam um escalar, um vetor e uma matriz, respectivamente. O n -ésimo elemento de um vetor \mathbf{x} é denotado por x_n . O elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz \mathbf{X} é representado por $x_{i,j}$. $\det(\mathbf{X})$ e $\text{tr}(\mathbf{X})$ denotam o determinante e o traço da matriz \mathbf{X} , respectivamente. Os conjuntos dos números complexos e reais são respectivamente denotados por \mathbb{C} e \mathbb{R} . O valor absoluto do escalar $x \in \mathbb{R}$ ou o módulo de $x \in \mathbb{C}$ é escrito como $|x|$. O menor valor inteiro maior que, ou igual a x é denotado por $\lceil x \rceil$ (operação *ceil*). O maior valor inteiro menor que, ou igual a x é denotado por $\lfloor x \rfloor$ (operação *floor*). O complexo conjugado de $x \in \mathbb{C}$ é representado por x^* . Os conjuntos das matrizes de ordem $x \times y$ com elementos complexos e reais são respectivamente representados por $\mathbb{C}^{x \times y}$ e $\mathbb{R}^{x \times y}$. As operações de transposição vetorial e matricial são respectivamente representadas por \mathbf{x}^T e \mathbf{X}^T . O operador Hermitiano aplicada ao vetor \mathbf{x} ou à matriz \mathbf{X} é a sua transposição e a conjugação complexa de seus elementos, sendo representado por \mathbf{x}^\dagger e \mathbf{X}^\dagger , respectivamente. A norma Euclidiana do vetor \mathbf{x} é denotada por $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^\dagger \mathbf{x}}$. O valor esperado (média estatística) da variável aleatória Z é representado por $\mathbb{E}\{Z\}$. $\Re(r)$ e $\Im(r)$ denotam respectivamente a parte real e a parte imaginária de $r \in \mathbb{C}$ (se o argumento é um vetor \mathbf{x} ou uma matriz \mathbf{X} com elementos complexos, essas operações denotam, respectivamente, um vetor ou uma matriz formada pelas partes real e imaginária desses elementos).

2 Sensoriamento espectral

2.1 Conceitos básicos

A Figura 1 mostra um exemplo didático de uma rede primária e de uma rede secundária coexistindo, com certa área de cobertura em comum. Nesse exemplo, a rede primária realiza difusão de sinais de televisão (*television*, TV), contendo duas estações transmissoras (Tx) e quatro terminais receptores (Rx). A rede secundária de rádios cognitivos contém uma estação base (*base station*, BS) e três SUs a ela conectados via enlaces sem fio. As linhas tracejadas delimitam, em caráter didático, as áreas de cobertura das redes em questão. Essa figura se encaixa nos moldes do padrão IEEE 802.22 [7, 8], o qual prevê o uso oportunista de bandas de frequência de difusão de sinais de TV por redes secundárias, no contexto das redes sem fio regionais (*wireless regional area networks*, WRANs).

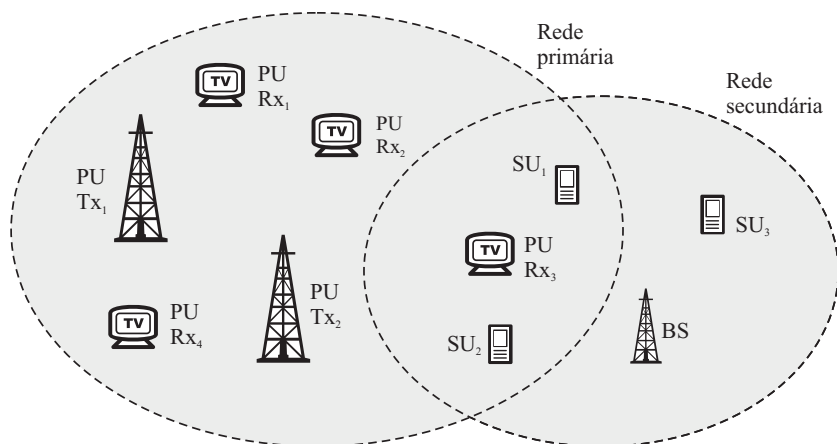


Figura 1: Exemplo de uma rede primária e de uma rede secundária com certa área de cobertura em comum.

Os SUs mostrados na Figura 1 monitoram o espectro de RF à procura de bandas desocupadas. No exemplo ilustrado, o SU₃ está fora do alcance da cobertura da rede primária e, portanto, considerará fora de uso qualquer banda sensoriada, produzindo interferência no receptor Rx₃ da rede primária caso venha a utilizar uma banda considerada desocupada, mas que esteja de fato em uso. Ademais, os terminais SU₁ e SU₂, embora estejam ao alcance da rede primária, podem não ser capazes de detectar a presença dos sinais primários, situação que pode ocorrer, por exemplo, se os sinais sensorizados estiverem sob forte desvanecimento ou bloqueio por algum obstáculo entre os transmissores PU e tais SUs. Nessa situação, os terminais SU₁ e SU₂ podem iniciar uma transmissão em uma banda que está ocupada, assim também

produzindo interferências na rede primária.

De forma a driblar o problema do terminal escondido (*hidden terminal problem*) ilustrado pela situação em que se encontra o terminal SU₃, assim como os problemas de desvanecimento (*fading*) e bloqueio ou sombreamento (*shadowing*) dos sinais primários por obstáculos, dá-se preferência para o sensoriamento cooperativo ou colaborativo, em vez do sensoriamento independentemente e isoladamente realizado por cada SU. No sensoriamento cooperativo, a participação de mais de um SU eleva a acurácia da decisão final sobre o estado de ocupação da banda sensoriada, também chamada de decisão global.

2.2 Sensoriamento distribuído e centralizado

Basicamente há dois métodos de sensoriamento cooperativo: i) distribuído, no qual os PUs trocam informações sobre o estado de ocupação da banda sensoriada e em seguida decidem, por exemplo por meio de consenso, e ii) centralizado, no qual as informações de sensoriamento são transmitidas a um centro de fusão (*fusion center*, FC), que pode ser a estação base da rede secundária ou até mesmo um terminal destinado a este fim. Tais transmissões são realizadas através de canais de controle (também denominados de canais de reporte), os quais, por darem vazão a pequenas taxas, são considerados como canais de banda estreita. A decisão global tomada pelo FC é informada aos SUs por meio de transmissões difundidas (em *broadcast*), também através de canais de controle. Em seguida é feito o acesso oportunista à banda desocupada utilizando-se a técnica de múltiplo acesso que for mais apropriada à rede secundária.

O sensoriamento cooperativo centralizado é por sua vez classificado em função de como as informações de sensoriamento são transmitidas e processadas no FC, procedimento comumente referido como fusão. Se as decisões individuais dos SUs sobre o estado de ocupação da banda sensoriada, chamadas de decisões locais, são enviadas ao FC, tem-se o sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de decisões (*decision fusion*). Por outro lado, amostras digitalizadas dos sinais recebidos nos SUs ou alguma gradeza delas derivadas podem ser enviadas ao FC, o que configura o sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de dados (*data fusion*) [4].

No caso da fusão de decisões, tipicamente utiliza-se uma regra de decisão global por combinação lógica das decisões locais no FC, regra essa conhecida como *k-em-m*. Nela, a decisão global é tomada em favor de banda ocupada se ao menos *k* dos *m* terminais secundários em cooperação decidem localmente em favor da banda sensoriada estar ocupada. Três casos particulares dessa regra são mais conhecidos: i) na regra OU (OR) tem-se $k = 1$, ou seja,

decide-se que a banda está ocupada se ao menos um SU assim decidir; ii) na regra E (AND) tem-se $k = m$, significando que decide-se por banda ocupada se todos os SUs assim decidirem; iii) na regra majoritária (MAJ) tem-se $k = \lceil (m + 1)/2 \rceil$ e a decisão global por banda ocupada ocorre se a maioria dos SUs assim decidirem.

Tanto na fusão de dados, na qual a decisão global é tomada no FC a partir do processamento das grandezas medidas e encaminhadas por cada SU, quando na fusão de decisões, na qual uma decisão local (em cada SU) é tomada a partir das grandezas por ele medida, há várias técnicas de processamento de tais grandezas para que se forme uma estatística de teste ou variável de decisão, a qual, como os nomes sugerem, serão utilizadas para se testar sobre o estado de ocupação do canal sensoriado. Algumas dessas estatísticas de teste são abordadas na Seção 5.

2.3 Temporização do sensoriamento

Em termos de estrutura temporal de quadro, como ilustra a Figura 2, tipicamente considera-se que um intervalo seja periodicamente reservado aos SUs para que realizem o sensoriamento espectral. Em seguida, suas decisões ou amostras são transmitidas ao FC, com subsequente decisão global e alocação da banda considerada desocupada. A transmissão regular de dados então se inicia na banda em questão.

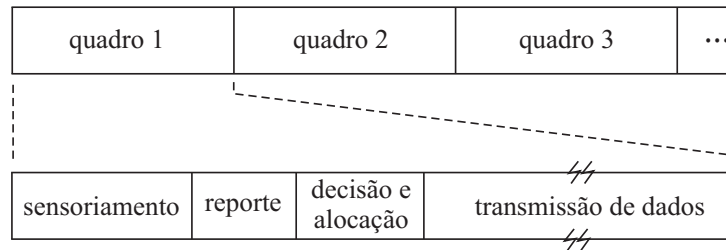


Figura 2: Possível estrutura de quadro na rede secundária.

Em termos do desempenho do sensoriamento espectral, é desejável que o intervalo de sensoriamento seja grande o suficiente para permitir que se atinja a desejada eficácia do processo, pois quanto maior esse intervalo, mais amostras do sinal recebido podem ser colhidas, com conseqüente melhoria de desempenho da técnica de detecção utilizada. Entretanto, o aumento desse intervalo produzirá redução na vazão de dados na rede secundária. Deve-se então adotar uma solução de compromisso que destine ao sensoriamento o menor intervalo que seja suficiente ao desempenho alvo.

Os intervalos de reporte e decisão normalmente são pequenos se comparados com o intervalo de sensoriamento, exceto quando se adota um número

elevado de SUs em cooperação combinado com multiplexação temporal das transmissões de reporte ao FC. Nesse caso o intervalo de reporte pode crescer proibitivamente por ter que acomodar as transmissões ortogonais de todos os SUs em cooperação.

O processo de coordenação temporal da rede secundária não é trivial, posto que deve garantir que as informações de sensoriamento dos vários SUs cheguem ao FC sincronizadas de acordo com a estrutura de quadro adotada. Contudo, tal dificuldade não é particular do sensoriamento espectral cooperativo, já que a maioria dos sistemas de comunicação sem fio utiliza estruturas de quadro que demandam algum tipo de coordenação temporal, principalmente quando se aplica duplexação ou multiplexação por divisão temporal.

3 Noções sobre detecção de sinais

3.1 Teste de hipótese binário

O processo de sensoriamento espectral é um teste de hipótese binário (*binary hypothesis test*), para o qual definem-se a hipótese nula (*null hypothesis*), \mathcal{H}_0 , que denota a ausência de sinal primário (ou transmissor primário inativo) na banda sensoriada, e a hipótese alternativa (*alternative hypothesis*), \mathcal{H}_1 , que representa a presença de sinal primário (ou transmissor primário ativo). O objetivo principal do processo de detecção é decidir se o sinal recebido foi gerado sob a hipótese \mathcal{H}_0 ou sob a hipótese \mathcal{H}_1 . Para isso, a partir do sinal recebido \mathbf{y} é formada uma estatística de teste T que é comparada com um limiar de decisão γ para que se decida em favor de \mathcal{H}_0 ou \mathcal{H}_1 .

Em geral, a teoria sobre o teste de hipótese binário postula que a estatística de teste é na verdade utilizada para se decidir se a hipótese nula deve ser rejeitada ou não. Sendo assim, a decisão tomada ao se comparar a estatística de teste com o limiar de decisão refere-se a uma declaração baseada na hipótese nula: ‘rejeita-se a hipótese nula’ ou ‘não rejeita-se a hipótese nula’. A hipótese alternativa (*claim*) é considerada válida se a hipótese nula (*counterclaim*) é pouco provável de ocorrer. Associada à decisão há uma métrica de confiabilidade da mesma, comumente medida pelo valor-p (*p-value*)¹. Em essência, esta métrica quantifica a significância estatística da evidência, que é a estatística de teste. Para o sensoriamento espectral, há métricas mais adequadas que o valor-p, métricas essas abordadas na Seção 7.

3.2 Critérios de projeto de detectores

O desafio fundamental no desenvolvimento do detector consiste em projetar a estatística de teste T e determinar um limiar de decisão γ de modo que se atinja o desempenho desejado do sensoriamento espectral. Dentre várias abordagens para o projeto de detectores [9, 10], há duas principais que merecem destaque [10]: a abordagem clássica e a inferência Bayesiana. Na abordagem clássica, o objetivo é encontrar T e γ de modo a maximizar a probabilidade de detecção, sujeito a uma limitação na máxima probabilidade de falso alarme², dando origem ao critério de Neyman-Pearson. Na inferência

¹Para mais detalhes sobre o cômputo e a interpretação do valor-p, veja, por exemplo, <https://en.wikipedia.org/wiki/P-value>.

²A probabilidade de detecção é a probabilidade de se declarar o sinal primário presente na banda sensoriada, ele estando de fato presente. A probabilidade de falso alarme é a probabilidade de se declarar o sinal primário presente, o mesmo estando de fato ausente. Para mais detalhes sobre essas probabilidades, recorra ao início da Seção 7.

Bayesiana, custos (ou pesos) são atribuídos a cada resultado possível do processo de decisão e, levando em consideração a probabilidade *a priori* de cada hipótese, o critério de projeto do detector consiste em minimizar o custo médio das possíveis decisões.

Apesar das diferenças entre a abordagem clássica e a inferência Bayesiana, ambas podem resultar em uma estatística de teste que é dada por uma razão, resultando no teste conhecido como teste da razão de verossimilhança (*likelihood ratio test*, LRT), cuja estatística de teste é [11]

$$T = \frac{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)}, \quad (1)$$

ou um fator de escala dela (na inferência Bayesiana, tal fator de escala é devido à presença dos pesos e das probabilidades *a priori* das hipóteses), em que $p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)$ e $p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)$ denotam as funções densidade de probabilidade (*probability density functions*, PDFs) da observação multidimensional (ou multivariável) \mathbf{y} , respectivamente condicionadas às hipóteses \mathcal{H}_1 e \mathcal{H}_0 .

A razão de verossimilhança é às vezes reescrita na forma de uma razão de log-verossimilhança (*log-likelihood ratio*, LLR)

$$T = \log \left[\frac{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)} \right]. \quad (2)$$

O logaritmo da razão de verossimilhança não altera a regra de decisão, pois a função log, seja qual for a base, é monotonicamente crescente com o argumento. No entanto, a LLR é às vezes preferida por facilitar o tratamento matemático da razão resultante, principalmente quando ela envolve funções exponenciais (nesse caso fazendo-se uso do logaritmo na base natural).

Para computar a razão de verossimilhança T , a distribuição de probabilidades da observação \mathbf{y} deve ser determinada perfeitamente sob ambas as hipóteses, o que significa que todos os parâmetros envolvidos em tal distribuição devem ser conhecidos previamente. No entanto, não é raro que alguns dos parâmetros sejam desconhecidos, o que dificulta a obtenção de estatísticas de teste ótimas segundo os critérios supracitados.

Exemplo 1: Como ilustração da aplicação do critério de Neyman-Pearson no projeto de uma estatística de teste, considere que o vetor \mathbf{y} de amostras recebidas por um SU contenha n amostras de sinal mais ruído, ou seja,

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{v}, \quad (3)$$

em que \mathbf{x} e \mathbf{v} são os vetores que representam as amostras de sinal e ruído, respectivamente. Admite-se que \mathbf{v} seja um vetor de variáveis aleatórias Gaussianas complexas de média nula e variância σ^2 , ou seja, $\mathbf{v} \sim \mathbb{C}\mathcal{N}[\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}]$, sendo

\mathbf{I} a matriz identidade de ordem n e $\sigma^2\mathbf{I}$ a matriz de covariância³ de \mathbf{v} . Então, sob a hipótese \mathcal{H}_0 tem-se $\mathbf{y} = \mathbf{v}$ e sob a hipótese \mathcal{H}_1 tem-se $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{v}$.

O critério ótimo de Neyman-Pearson consiste em comparar uma LLR construída a partir de (2) com o limiar de decisão.

Admite-se que o sinal recebido não tenha nenhuma estrutura que possa ser explorada para facilitar o processo de detecção. Nesse caso considera-se que \mathbf{x} é um vetor de variáveis aleatórias Gaussianas complexas de média nula e variância σ_x^2 , ou seja, sob \mathcal{H}_0 tem-se $\mathbf{y} \sim \mathcal{CN}[\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}]$ e sob \mathcal{H}_1 tem-se $\mathbf{y} \sim \mathcal{CN}[\mathbf{0}, (\sigma^2 + \sigma_x^2)\mathbf{I}]$.

Sabe-se que a PDF de um vetor aleatório \mathbf{z} n -dimensional Gaussiano real com média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$ é dada por

$$p(\mathbf{z}) = p(z_1, z_2, \dots, z_n) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \det(\boldsymbol{\Sigma})^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{z}-\boldsymbol{\mu})}. \quad (4)$$

Como $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2\mathbf{I}$ ou $\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma^2 + \sigma_x^2)\mathbf{I}$, adicionalmente sabendo-se que o determinante de uma matriz diagonal é o produto dos elementos na diagonal da matriz e que a matriz inversa de uma matriz diagonal é outra matriz diagonal com elementos iguais ao recíproco dos correspondentes elementos originais, então a LLR será

$$T = \ln \left[\frac{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)} \right] = \ln \left[\frac{\frac{1}{(2\pi)^{n/2}(\sigma^2 + \sigma_x^2)^{n/2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}\|^2}{2(\sigma^2 + \sigma_x^2)}\right)}{\frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sigma^n} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}\|^2}{2\sigma^2}\right)} \right]. \quad (5)$$

Sabendo que $\ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b)$ e que as constantes multiplicativas das exponenciais independem de \mathbf{y} , tem-se

$$T \propto \frac{\|\mathbf{y}\|^2}{2\sigma^2} - \frac{\|\mathbf{y}\|^2}{2(\sigma^2 + \sigma_x^2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma^2} - \frac{1}{\sigma^2 + \sigma_x^2} \right) \|\mathbf{y}\|^2, \quad (6)$$

ou seja, a estatística de teste resultante é proporcional a $\|\mathbf{y}\|^2$, que é a energia das amostras que formam \mathbf{y} . Como a constante de proporcionalidade independe de \mathbf{y} , finalmente tem-se

$$T \propto \|\mathbf{y}\|^2 = \mathbf{y}^\dagger \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n y_i^* y_i = \sum_{i=1}^n |y_i|^2. \quad (7)$$

³De https://en.wikipedia.org/wiki/Covariance_matrix, uma matriz de covariância \mathbf{R} é uma matriz quadrada que fornece a covariância entre cada par de elementos de um vetor aleatório $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^\top$. O elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de \mathbf{R} vale $R_{i,j} = \text{cov}[y_i, y_j] = \mathbb{E}[(y_i - \mathbb{E}[y_i])(y_j - \mathbb{E}[y_j])]$. Se n medidas reais do vetor aleatório m -dimensional são dispostas em uma matriz \mathbf{Y} , a matriz de covariância é estimada por $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{n} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^\top$, denominada de matriz de covariância amostral.

Como qualquer constante de proporcionalidade aplicada a uma estatística de teste não afeta o desempenho do teste de hipótese, apenas alterando o limiar de decisão na mesma proporção, torna-se conveniente à presente análise aplicar o fator de escala $1/n$ à estatística de teste, levando a

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|^2. \quad (8)$$

A estatística de teste (7) ou (8) refere-se ao conhecido detector de energia, que é, portanto, um detector ótimo⁴ segundo o critério de Neyman-Pearson, sob as condições impostas pelo modelo de sinal hora analisado. Vale ressaltar que a determinação do limiar de decisão com o qual T será comparada pressupõe que se conheça a variância do ruído, de forma que as energias de \mathbf{y} sob as hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 sejam discriminadas. Essa é uma grande limitação do detector de energia, como explorado mais adiante neste texto.

Análises matemáticas do detector de energia são relativamente simples devido ao fato de serem conhecidas as distribuições de T sob ambas as hipóteses: para o modelo em questão, tem-se a soma de $2n$ variáveis aleatórias Gaussianas de media nula, ao quadrado (lembre-se que \mathbf{y} é composto por variáveis aleatórias complexas). Então, a variável T tem distribuição qui-quadrada (*chi-square*) centralizada sob ambas as hipóteses.

Um dos maiores obstáculos ao desenvolvimento de estatísticas de teste consiste justamente em determinar as PDFs operadas na razão de verossimilhança, não somente devido ao desconhecimento de algum parâmetro, mas também quando a observação é uma grandeza resultante de alguma operação sobre os valores das amostras do sinal recebido que possa fazer com que seja dificultado o tratamento matemático da estatística de teste resultante. Em outras palavras, quando as amostras colhidas são processadas para gerar outras grandezas a partir das quais será definida a razão de verossimilhança, o desenvolvimento analítico da estatística de teste pode se tornar extremamente trabalhoso ou, em alguns casos, até proibitivo.

Quando alguns parâmetros não são conhecidos previamente, uma das estratégia tipicamente utilizada na abordagem clássica do teste de hipótese consiste em estimá-los. Uma técnica padrão consiste em realizar estimativas de máxima verossimilhança (*maximum likelihood*, ML), as quais em seguida

⁴Um detector considerado ótimo sob um determinado critério de projeto pode ter seu desempenho inferior a outro detector também ótimo, mas desenvolvido sob outro critério de projeto. Portanto, quando se diz que um detector é ótimo significa que não há outro detector melhor sob o mesmo critério de projeto.

irão substituir os parâmetros reais na razão de verossimilhança. Essa estratégia dá origem ao chamado teste da razão de verossimilhança generalizado (*generalized likelihood ratio test*, GLRT). Em resumo, o GLRT é um teste de razão verossimilhança, LRT, no qual substituem-se os parâmetros desconhecidos pelas suas estimativas de máxima verossimilhança.

Vale lembrar que um modelo é sempre uma simplificação da realidade. Por consequência, as distribuições de probabilidade nunca ou raramente são perfeitamente conhecidas. Em outras palavras, mesmo que o modelo seja consistente com a realidade, ainda poderá haver parâmetros que são desconhecidos ou incertos, como exemplo a potência do ruído, a potência do sinal e os coeficientes (ganhos) do canal de sensoriamento.

3.3 Razão sinal-ruído de barreira

Os rádios cognitivos devem ser capazes de detectar sinais de usuários primários muito fracos. Isso é difícil, pois há limites fundamentais na detecção em baixa razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR). Especificamente, devido a incertezas sobre parâmetros do modelo, a detecção precisa é impossível abaixo de um certo nível de razão sinal-ruído conhecido como razão sinal-ruído de barreira, tradução livre do termo em Inglês SNR *wall* [12].

A SNR *wall*, a qual pode-se denotar por SNR_w , é o limite superior abaixo do qual é impossível controlar a probabilidade de detecção, P_d , e a probabilidade de falso alarme, P_{fa} , para que se atinja $P_{fa} \approx 0$ e $P_d \approx 1$, ou ao menos para que se possa fazê-las ter quaisquer valores desejados dentro dos seus limites úteis, que são $0 \leq P_{fa} \leq 0,5$ e $0,5 \leq P_d \leq 1$. Tal controle é realizado por meio do número de amostras, n , significando que, se $\text{SNR} \leq \text{SNR}_w$, o aumento de n não trará melhoria de desempenho do sensoriamento espectral.

Exemplo 2: Para melhor entender a SNR_w , primeiro torna-se conveniente interpretar que, no caso do detector de energia, o objetivo é discriminar os valores σ^2 e $(\sigma^2 + \sigma_x^2)$, os quais são as potências do sinal recebido sob a hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_a , respectivamente.

Observando a estatística de teste definida em (8), nota-se que ela nada mais é do que uma estimativa da potência P do sinal recebido, pois

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|^2. \quad (9)$$

No entanto, em (8) percebe-se que T é uma variável aleatória. Para n suficientemente elevado, ela se aproxima de uma variável aleatória Gaussiana, de acordo com o teorema central do limite (*central limit theorem*, CLT). A

média dessa variável é σ^2 sob \mathcal{H}_0 e $(\sigma^2 + \sigma_x^2)$ sob \mathcal{H}_1 , com variância inversamente proporcional a n , valores esses obtidos como descrito a seguir.

Tem-se que $\mathbb{E}[T] = (1/n)n\mathbb{E}[|y_i|^2] = \mathbb{E}[|y_i|^2] = \mathbb{E}[y_i^*y_i] = \mathbb{E}\{[\Re(y_i)]^2 + [\Im(y_i)]^2\} = \mathbb{E}\{[\Re(y_i)]^2\} + \mathbb{E}\{[\Im(y_i)]^2\}$, cujo resultado é $\sigma^2/2 + \sigma^2/2 = \sigma^2$ sob \mathcal{H}_0 e $(\sigma^2 + \sigma_x^2)/2 + (\sigma^2 + \sigma_x^2)/2 = (\sigma^2 + \sigma_x^2)$ sob \mathcal{H}_1 .

Também tem-se que $\text{var}[T] = (1/n^2)n\text{var}[|y_i|^2]$. Denotando $\Re(y_i)$ por X , tem-se $\text{var}[T] = (2/n)\mathbb{E}\{[X^2 - \mathbb{E}(X^2)]^2\} = (2/n)[\mathbb{E}(X^4) - 2\mathbb{E}(X^2)\mathbb{E}(X^2) + \mathbb{E}^2(X^2)] = \sigma^4/n$ sob \mathcal{H}_0 e $(\sigma^4 + \sigma_x^4)/n$ sob \mathcal{H}_1 , sabendo que $\mathbb{E}(X^4)$ vale $3\sigma^4/4$ sob \mathcal{H}_0 e $3(\sigma^4 + \sigma_x^4)/4$ sob \mathcal{H}_1 .

Exercício 1: Objetivando verificar os cálculos apresentados no parágrafo anterior, refaça-os registrando as manipulações matemáticas intermediárias que foram omitidas.

A Figura 3 ilustra as PDFs de T sob ambas as hipóteses, para um elevado valor de n e valores arbitrários de variâncias de sinal e de ruído. Por meio dessa figura nota-se que é possível configurar o limiar de decisão de forma a resultar em um sensoriamento espectral quase perfeito, com $P_{\text{fa}} \approx 0$ e $P_{\text{d}} \approx 1$, pois σ^2 é facilmente discriminável de $(\sigma^2 + \sigma_x^2)$. A redução da razão sinal-ruído σ_x^2/σ^2 corresponde à aproximação das médias das duas PDFs.

No limite de $n \rightarrow \infty$, as variâncias de ambas as PDFs tendem a zero, permitindo que as médias de T sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 ainda possam ser discriminadas mesmo se $\sigma_x^2/\sigma^2 \rightarrow 0$, o que significa que $\text{SNR}_w \rightarrow 0$. No entanto, deve-se conhecer perfeitamente a variância do ruído, σ^2 , de tal sorte que o limiar de decisão seja configurado com um valor infinitesimalmente maior que tal variância e assim se possa discriminar σ^2 de $(\sigma^2 + \sigma_x^2)$ com acurácia.

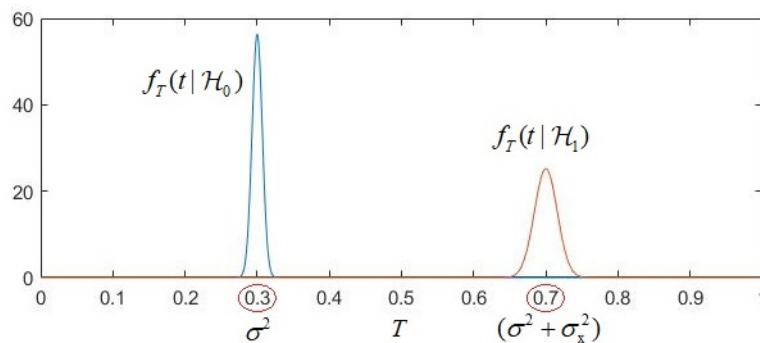


Figura 3: Ilustração das distribuições da estatística de teste T definida em (8) para um elevado valor de n .

Admita agora que σ^2 possa não ser conhecida perfeitamente, com seu valor tendo uma incerteza entre σ^2/ρ e $\rho\sigma^2$, com $\rho \geq 1$. Em outros termos,

admita que a variância estimada, $\hat{\sigma}^2$, a ser utilizada no cômputo do limiar de decisão esteja entre σ^2/ρ e $\rho\sigma^2$. Tal incerteza se deve principalmente ao fato de que, na prática, ao se desconhecer a variância do ruído, ela é estimada e, portanto, carrega em si os inerentes erros de estimação.

Por outro lado, mesmo que se determine σ^2 com precisão na fase de projeto do detector e se configure o limiar de decisão utilizando tal informação, podem ocorrer variações em seu valor por conta de descalibração natural entre os receptores ou devido a sinais indesejados que entram no receptor como se fossem ruído.

A incerteza de ruído tem o potencial de deteriorar o desempenho do sensoriamento à medida que a variância estimada de ruído, $\hat{\sigma}^2$, ao ser aplicada no cômputo da estatística de teste do detector de energia, dividindo o lado direito⁵ da expressão (8), pode fazer com que as médias dessa estatística sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 se aproximem. As situações de pior caso correspondem a $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2/\rho$ sob a hipótese \mathcal{H}_0 e $\hat{\sigma}^2 = \rho\sigma^2$ sob a hipótese \mathcal{H}_1 , casos nos quais a estatística de teste terá sua média aumentada sob \mathcal{H}_0 e diminuída sob \mathcal{H}_1 .

Tomando o parágrafo anterior e a Figura 3 como bases, admita que, no limite, a razão sinal-ruído σ_x^2/σ^2 seja tal que as médias da estatística de teste sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 se igualem. Nesse caso tem-se $\rho\sigma^2 = \sigma^2/\rho + \sigma_x^2$, tornando impossível a detecção confiável mesmo com $n \rightarrow \infty$, pois torna-se impossível configurar o limiar de decisão para se ter controle sobre as probabilidades de falso alarme e de detecção. Nessa situação, a SNR correspondente é justamente a SNR_w , que pode ser mensurada operando com a igualdade em questão, ou seja: $\rho\sigma^2 = \sigma^2/\rho + \sigma_x^2 \Rightarrow \sigma^2(\rho - 1/\rho) = \sigma_x^2 \Rightarrow \sigma_x^2/\sigma^2 = (\rho^2 - 1)/\rho$.

Então, para o detector de energia com incerteza entre σ^2/ρ e $\rho\sigma^2$ na variância de ruído, tem-se a razão sinal-ruído de barreira dada por

$$\text{SNR}_w = \frac{\rho^2 - 1}{\rho}. \quad (10)$$

Note que se não há incerteza na variância de ruído, caso em que $\rho = 1$, ter-se-á $\text{SNR}_w = 0 = -\infty$ dB, como esperado.

⁵A mesma deterioração de desempenho ocorrerá se a incerteza de ruído for aplicada ao cômputo do limiar de decisão, ou seja, se a variância do ruído estiver incorporada nesse limiar. No entanto, didaticamente é mais adequado considerar que a variância de ruído está incorporada à estatística de teste, dividindo o lado direito de (8).

Exercício 2: Adotando o modelo de incerteza de ruído no qual a variância estimada $\hat{\sigma}^2$ está entre $(1 - \rho)\sigma^2$ e $(1 + \rho)\sigma^2$, com $0 \leq \rho < 1$, determine a SNR_w . Em seguida, considere o modelo de incerteza de ruído entre $(1 - \rho_1)\sigma^2$ e $(1 + \rho_2)\sigma^2$ e determine as relações entre ρ_1 e ρ_2 com a variável ρ definida no modelo de incerteza entre σ^2/ρ e $\rho\sigma^2$, de modo que os limites inferiores e os limites superiores de ambas as incertezas sejam iguais.

4 Modelo de sinal e de canal para o sensoriamento cooperativo centralizado

4.1 Modelagem na fusão de dados

O sistema para sensoriamento espectral cooperativo centralizado consiste de m sensores de espectro (m SUs equipados com antena única ou um único SU equipado com m antenas), com cada sensor coletando n amostras complexas⁶ do sinal recebido de s transmissores primários durante cada intervalo de sensoriamento. Na fusão de dados, tais amostras formam, no centro de fusão, a matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ dada por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}. \quad (11)$$

Sob a hipótese \mathcal{H}_0 o sinal primário está ausente na banda de interesse, ou seja, $\mathbf{Y} = \mathbf{V}$. Sob a hipótese \mathcal{H}_1 o sinal está presente, ou seja, $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}$.

Em (11), as amostras associadas aos sinais transmitidos pelos s PUs são arrançadas na matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{s \times n}$. Com o objetivo de modelar as flutuações de envoltória de sinais modulados e filtrados [14], tais amostras são variáveis aleatórias Gaussianas complexas de média zero e variância dependente da SNR média na entrada dos receptores dos SUs. Outra opção a ser adotada consiste em adotar amostras complexas de forma a modelar, por exemplo, o sinal de uma modulação quaternária por chaveamento de fase (*quaternary phase-shift keying*, QPSK) em banda base. Nesse caso é comum configurar o número de amostras por símbolo QPSK como uma fração do número total de amostras n , de forma que seja inserida e controlada a correlação temporal entre as amostras do sinal modulado. Essa segunda opção é particularmente útil à análise de desempenho de técnicas de detecção que pressupõem que haja tal correlação temporal para que funcionem adequadamente, como é o caso da família de detectores baseados no cancelamento de ruído via densidade espectral de potência (*weighted circular folding cooperative power spectral density split cancellation*, WCFCPSC) [15].

A matriz de canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{m \times s}$ em (11) é formada por elementos $h_{i,j}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, s$ que representam os ganhos dos canais de sensoriamento entre o j -ésimo PU e o i -ésimo SU. A variação desses ganhos pode modelar o efeito de desvanecimento produzido no sinal devido à propagação multipercursos da onda eletromagnética, bem como outras variações

⁶A adoção de amostras complexas se alinha à usual estrutura de recepção em quadratura, na qual o sinal recebido é convertido para banda base por portadoras em quadratura (funções seno e cosseno). Os sinais em banda base resultantes compõem as partes real e imaginária do sinal amostrado [13].

também relacionadas à propagação, como a atenuação por distância e o sombreamento. Os ganhos de canal são normalmente considerados constantes durante o intervalo de sensoriamento, sendo independentes e identicamente distribuídos entre consecutivas realizações do sensoriamento. Os ganhos constantes significam que a duração do sensoriamento é menor que o tempo de coerência do canal de sensoriamento, ou seja, os desvanecimentos produzidos no canal são considerados lentos. A independência entre sucessivos sensoria-mentos significa que o intervalo entre eles é maior que o tempo de coerência do canal. Ambas as situações são bastante plausíveis na prática. No presente modelo, a matriz de canal é dada por

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}\mathbf{A}, \quad (12)$$

em que $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ controla as potências dos sinais recebidos pelos SUs, como detalhado mais adiante, e $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times s}$ modela desvanecimentos multipercurso do tipo Rice, sendo formada por elementos $a_{i,j}$ que são variáveis aleatórias Gaussianas complexas com média $\sqrt{\kappa_{i,j}/(2\kappa_{i,j} + 2)}$ e variância $1/(\kappa_{i,j} + 1)$, ou seja, $a_{i,j} \sim \mathcal{CN}[\sqrt{\kappa_{i,j}/(2\kappa_{i,j} + 2)}, 1/(\kappa_{i,j} + 1)]$, tais que $\mathbb{E}\{|a_{i,j}|^2\} = 1$, com $\kappa_{i,j}$ sendo o fator de Rice do canal entre o j -ésimo PU e o i -ésimo SU.

A magnitude de $a_{i,j}$ representa o ganho de tensão do canal entre o j -ésimo PU e o i -ésimo SU. O valor unitário para o segundo momento dessa magnitude tem por objetivo modelar ganho de potência unitário, sem que se perca a generalidade do modelo, pois outros valores de ganho de potência poderiam ser utilizados. No entanto, diferentes ganhos de potência já estão sendo modelados pela matriz \mathbf{G} . Os valores de média μ_κ e variância σ_κ^2 de ambas as partes real e imaginária de $a_{i,j}$ são obtidos aplicando as igualdades: $\mathbb{E}\{|a_{i,j}|^2\} = 2\mu_\kappa^2 + 2\sigma_\kappa^2$ e $\kappa_{i,j} = \mu_\kappa^2/\sigma_\kappa^2$.

Alternativamente, pode-se modelar o desvanecimento Rice aplicando-se a média μ_κ apenas à parte real ou à parte imaginária de $a_{i,j}$. Neste caso utilizam-se as relações: $\mathbb{E}\{|a_{i,j}|^2\} = \mu_\kappa^2 + 2\sigma_\kappa^2$ e $\kappa_{i,j} = \mu_\kappa^2/2\sigma_\kappa^2$.

Exercício 3: Comprove a validade dos valores de média e variância das variáveis aleatórias $a_{i,j}$ mencionados anteriormente. Basta que você monte um sistema de equações com as relações dadas.

Vale recordar que, em um canal com desvanecimento Riceano (ou do tipo Rice), o fator de Rice é a razão entre a potência do sinal recebido via percurso de propagação dominante, por exemplo em visada direta (*line-of-sight*, LoS) ou reflexão especular, e a potência contida nos sinais oriundos dos demais percursos. Um fator de Rice maior significa menor variabilidade (menos desvanecimento) na potência do sinal recebido. Um fator de Rice

nulo significa ausência de percurso dominante, o que configura um canal com desvanecimento Rayleigh. Em termos práticos, um fator de Rice maior que 10 já torna o canal aproximadamente livre de desvanecimento.

No modelo aqui descrito adotam-se canais de sensoriamento bastante realistas em termos do fator de Rice $\kappa_{i,j} = 10^{K_{i,j}/10}$, sendo $K_{i,j}$ uma variável aleatória Gaussiana de média μ_K e desvio padrão σ_K , em dB, ou seja, $K_{i,j} \sim \mathcal{N}[\mu_K, \sigma_K^2]$. Conforme estudo publicado em [16], tem-se $\mu_K = 1,88$ dB e $\sigma_K = 4,13$ dB para áreas urbanas, $\mu_K = 2,41$ dB e $\sigma_K = 3,84$ dB para áreas suburbanas, e $\mu_K = 2,63$ dB e $\sigma_K = 3,82$ dB para áreas rurais ou abertas. Esse modelo é consistente com o fato de que um SU em movimento experimenta, ao longo de seu trajeto, diferentes situações em termos do grau de visada com o transmissor primário. Zonas urbanas tipicamente apresentam mais e maiores obstáculos entre PUs e SUs, com características muito variadas, reduzindo o fator de Rice médio e aumentando sua variabilidade, esta medida pelo desvio padrão σ_K . Por outro lado, zonas rurais ou abertas tendem a revelar maiores fatores de Rice, em média, com menores variabilidades, devido à menor quantidade e menor diversidade dos obstáculos tipicamente encontrados nessas regiões.

Quando admite-se a possibilidade de existir desigualdade entre os níveis de potência dos sinais recebidos pelos PUs, a matriz $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ presente em (12) é dada por

$$\mathbf{G} = \text{diag} \left(\sqrt{\frac{\mathbf{p}}{p_{\text{avg}}}} \right), \quad (13)$$

sendo $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_m]$ o vetor contendo as potências dos sinais recebidos pelos SUs, e

$$p_{\text{avg}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m p_i \quad (14)$$

a potência média desses sinais. Como o ganho médio de potência do canal é unitário por hipótese e sem perda de generalidade, também sem perda de generalidade considera-se que cada PU transmite com uma potência constante p_{avg}/s . Adicionalmente, quando as potências dos sinais recebidos são variantes no tempo, a cada execução do sensoriamento os valores de p_i são uniformemente distribuídos no intervalo $[(1 - \rho_S)p_{\text{avg}}, (1 + \rho_S)p_{\text{avg}}]$, ou seja,

$$p_i \sim \mathcal{U}[(1 - \rho_S)p_{\text{avg}}, (1 + \rho_S)p_{\text{avg}}], \quad (15)$$

sendo ρ_S , $0 \leq \rho_S < 1$, a fração de variação desejada da potência de sinal em relação à média.

Quando leva-se em conta a possibilidade de variação temporal dos níveis de potência de ruído aditivo Gaussiano branco (*additive white Gaussian*

noise, AWGN) nos PUs, a i -ésima linha da matriz $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ em (11) é composta por variáveis aleatórias Gaussianas de média zero e variância uniformemente distribuída no intervalo $[(1 - \rho_N)\sigma_{\text{avg}}^2, (1 + \rho_N)\sigma_{\text{avg}}^2]$, ou seja,

$$\sigma_i^2 \sim \mathcal{U}[(1 - \rho_N)\sigma_{\text{avg}}^2, (1 + \rho_N)\sigma_{\text{avg}}^2] \quad (16)$$

a cada execução do sensoriamento, com

$$\sigma_{\text{avg}}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \quad (17)$$

denotando a potência média de ruído nos SUs e ρ_N , $0 \leq \rho_N < 1$, a fração de variação desejada para a potência de ruído em relação à média. Para o modelo em questão, a SNR média nos SUs, em dB, é

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{p_{\text{avg}}}{\sigma_{\text{avg}}^2} \right). \quad (18)$$

Variações de potência de ruído podem ocorrer por causa de variações nas temperaturas ambiente às quais os SUs estão submetidos, bem como por circuitos de entrada (*front-end*) dos receptores descalibrados ou ganhos e figuras de ruído desiguais entre amplificadores de baixo ruído (*low noise amplifiers*, LNAs), ou até mesmo pela presença de sinais indesejados na banda sensoriada, os quais podem ser considerados como um ruído de fundo adicionado ao ruído térmico.

4.2 Modelagem na fusão de decisões

Na fusão de dados, a i -ésima linha da matriz \mathbf{Y} gerada no i -ésimo SU é enviada ao centro de fusão, onde \mathbf{Y} é formada. A partir daí processam-se as amostras de \mathbf{Y} para dar origem à estatística de teste desejada, de acordo com a técnica de detecção adotada. Na fusão de decisões, cada linha da matriz \mathbf{Y} é operada em cada SU para se gerar uma estatística de teste que permitirá a decisão local sobre o estado de ocupação da banda sensoriada. As decisões de todos os SUs são então transmitidas ao FC, onde são combinadas logicamente para que se chegue à decisão global. Note que na fusão de decisões não se define a matriz \mathbf{Y} como em (11). Neste caso, o i -ésimo SU forma sua própria estatística de teste processando o vetor de amostras

$$\mathbf{y}_i^T = (\mathbf{h}_i \mathbf{X})^T + \mathbf{v}_i^T. \quad (19)$$

em que \mathbf{y}_i , \mathbf{v}_i e \mathbf{h}_i correspondem à i -ésima linha das matrizes \mathbf{Y} , \mathbf{V} e \mathbf{H} , respectivamente.

Para ilustrar o modelo em pauta, a Figura 4 destaca o canal de sensoriamento entre $s = 2$ transmissores primários e $m = 3$ receptores secundários, bem como o canal de controle utilizado para transmissão das decisões tomadas pelos receptores secundários ao centro de fusão da rede secundária (na fusão de decisões), ou para transmissão das amostras por eles colhidas, ou grandezas derivadas dessas amostras, ao centro de fusão (na fusão de dados).

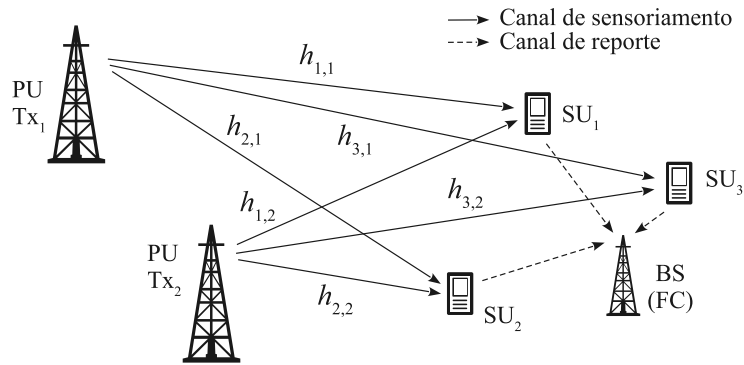


Figura 4: Ilustração do canal de sensoriamento (dos PUs aos SUs) e do canal de reporte (dos SUs ao FC).

Exercício 4: Interaja com o arquivo `SS_Performance_TP553.m`, junto com o professor, buscando entender como o modelo descrito nesta seção foi utilizado na implementação de uma simulação computacional, via Matlab, para a avaliação de desempenho de técnicas de sensoriamento espectral. Por hora, se atenha à implementação do modelo. Em outros exercícios, a simulação como um todo será explorada com mais detalhes e editada por você para que nela sejam realizadas modificações. Embora o arquivo em questão esteja comentado, talvez não seja possível entender por completo o que cada comando está realizando. Por essa razão, faça anotações complementares àquelas já disponíveis, de acordo com as explicações do professor.

Exercício 5: Ainda com referência à simulação de Monte Carlo realizada pelo código `SS_Performance_TP553.m`, no cálculo do intervalo de confiança (*confidence interval*, CI) se faz uso da função `binofit` do Matlab, a qual se aplica ao método conhecido como ‘intervalo de confiança por proporção binomial para proporção única’ (*binomial proportion confidence interval for single proportion*). Pesquise sobre tal método e, adaptando-o ao contexto da simulação do sensoriamento espectral, faça um texto dissertativo de cerca de uma página sobre ele. O que se espera nesse exercício é que você justifique, com argumentos da teoria de variáveis aleatórias, a aplicabilidade do citado

método no contexto da simulação de Monte Carlo do sensoriamento espectral, bem como explore tal método e o uso da função `binofit`. Em seguida, faça um gráfico do CI em função de P_d , para valores de P_d entre 0 e 1, e interprete o resultado.

5 Algumas estatísticas de teste

Há várias técnicas de detecção para sensoriamento espectral, dentre elas destacando-se as seguintes mais conhecidas: a detecção de energia (*energy detection*, ED), a detecção por filtro casado, a detecção por propriedades cicloestacionárias do sinal primário e a detecção por autovalores [4, 17, 18].

A ED é muitas vezes adotada como referência nos estudos sobre sensoriamento espectral pelo fato de ter simples implementação e desempenho satisfatório em muitas situações. No entanto, ela possui a grande desvantagem de necessitar do conhecimento da potência de ruído na entrada de cada receptor para que o adequado limiar de decisão seja determinado. Além disso, ela é ótima somente quando as amostras dos sinais primários são descorrelacionadas temporalmente, como é o caso quando se considera que tais sinais são representado por amostras de ruído branco. Adicionalmente, o desempenho do detector de energia é afetado pela inerente incerteza sobre a potência de ruído que é utilizada na composição de sua estatística de teste ou na composição do limiar de decisão.

A detecção por filtro casado é considerada ótima, mas necessita conhecer informações sobre a forma de onda dos pulsos do sinal primário, bem como do canal entre PUs e SUs, o que a torna bastante complexa.

A alta complexidade também é característica marcante da detecção por propriedades cicloestacionárias (entretanto, tal complexidade é menor que na detecção por filtro casado), a qual tem desempenho atrativo, porém inferior à detecção por filtro casado. A alta complexidade se deve à necessidade de conhecer a forma de onda do sinal primário para que sejam extraídas suas propriedades cicloestacionárias. São essas propriedades que permitem determinar a presença do sinal primário, posto que o ruído não é um processo cicloestacionário, sendo possível diferenciá-lo de outro processo que o seja.

O sensoriamento por autovalores pode ter diferentes formas em suas estatísticas de teste, mas elas são formadas a partir dos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido. Suas principais vantagens são a elevada confiabilidade de detecção e a não necessidade de conhecimento das características do sinal sensoriado. Em algumas técnicas de sensoriamento por autovalores também não é necessário conhecer a potência de ruído no receptor, casos em que tais técnicas são consideradas completamente cegas.

As principais estatísticas de teste no sensoriamento por autovalores são o já mencionado GLRT (operando sobre os autovalores da matriz de covariância⁷ do sinal recebido), a detecção pela razão entre o máximo é o

⁷Genericamente, a matriz de covariância (ou autocovariância, nesse caso) é $\mathbf{R}_Y = \mathbb{E}\{[\mathbf{Y} - \mathbb{E}(\mathbf{Y})][\mathbf{Y} - \mathbb{E}(\mathbf{Y})]^\dagger\}$, mas como no presente contexto tem-se $\mathbb{E}(\mathbf{Y}) = \mathbf{0}$, então a

mínimo autovalor (*maximum, minimum eigenvalue detection*, MMED) e a detecção por máximo autovalor (*maximum eigenvalue detection*, MED), também conhecida como teste de Roy de maior raiz (*Roy's largest root test*, RLRT) [14]. Os detectores GLRT e MMED são cegos, enquanto o MED é semi-cego devido ao fato de necessitar conhecer a potência de ruído, assim como acontece com o detector de energia.

Dos detectores anteriormente citados, o restante desta seção detalha um pouco mais, a título de exemplo, o detector ED, o GLRT baseado em autovalores, o MMED e o MED. Posteriormente concentra-se em outros detectores ainda não mencionados, os quais possuem baixa complexidade e foram recentemente propostos na literatura.

5.1 Detector de energia e detectores por autovalores

A estatística de teste do detector de energia no caso do sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de dados é dada por

$$T_{\text{ED}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{j=1}^n |y_{i,j}|^2, \quad (20)$$

em que $y_{i,j}$ é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de \mathbf{Y} . Note que, como anteriormente frisado, o detector de energia necessita conhecer a variância de ruído no i -ésimo SU, σ_i^2 . Essa variância pode ser incorporada à própria estatística de teste, como em (20), ou no limiar de decisão. Na literatura, a situação mais comum, embora pouco realista, considera variâncias de ruído idênticas nos SUs, ou seja, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2 = \sigma^2$.

No sensoriamento cooperativo centralizado por autovalores e com fusão de dados, as lacunas espectrais são detectadas com base nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido pelos m terminais secundários, a qual é definida por $\mathbf{R}_Y = \mathbb{E}[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger]$. Na prática, \mathbf{R}_Y não é conhecida com exatidão, em vez dela utilizando-se a sua estimativa de máxima verossimilhança

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{n} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger, \quad (21)$$

denominada matriz de covariância amostral (*sample covariance matrix*, SCM). A matriz $\hat{\mathbf{R}}_Y$ se aproxima de \mathbf{R}_Y à medida que aumenta-se o número n de amostras colhidas pelos SUs. No limite, tem-se

$$\mathbf{R}_Y = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger \right). \quad (22)$$

matriz de covariância reduz-se a $\mathbf{R}_Y = \mathbb{E}[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger]$, nesse caso podendo ser chamada de matriz de correlação (*correlation matrix*), ou matriz de autocorrelação, no caso.

Ao analisar a equação (21) nota-se que os elementos na i -ésima linha e k -ésima coluna de $\hat{\mathbf{R}}_Y$, para $i, k = 1, 2, \dots, m$, os quais são dados por

$$r_{i,k} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{i,j} y_{k,j}^*, \quad (23)$$

são estimativas da correlação entre cada um dos possíveis pares de elementos do vetor m -dimensional aleatório cujas realizações são as n colunas de \mathbf{Y} .

Da teoria de Álgebra Linear se sabe que os autovalores (ou valores próprios) $\{\lambda_i\}$, $i = 1, \dots, m$, de uma matriz quadrada \mathbf{Z} de ordem $m \times m$ são as soluções (raízes) da equação $\det(\mathbf{Z} - \lambda \mathbf{I}) = 0$, conhecida como equação característica ou polinômio característico. Entretanto, na prática os autovalores não são comumente computados resolvendo-se tal equação, mas sim por meio de algoritmos numéricos mais apropriados, como aqueles citados em [19, 20].

Os autovalores de uma matriz quadrada \mathbf{Z} são os escalares que, ao serem multiplicados pelos autovetores \mathbf{w} da matriz em questão, produzem vetores na mesma direção e sentido dos vetores produzidos pela operação linear $\mathbf{Z}\mathbf{w}$, ou seja, $\mathbf{Z}\mathbf{w} = \lambda\mathbf{w}$.

Os autovalores e os autovetores de uma matriz têm variadas interpretações e utilidades, a depender da aplicação. No **Apêndice** demonstra-se como os autovalores de \mathbf{R}_Y (ou, na prática, de $\hat{\mathbf{R}}_Y$) estão associados à potência do sinal recebido e, por essa razão, como eles podem ser utilizados na formação de estatísticas de teste para sensoriamento espectral. Recomenda-se estudar com atenção tal apêndice, pois lá encontram-se conceitos interessantes e de lá podem ser extraídas importantes interpretações.

Após o cômputo dos autovalores $\{\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m\}$, as estatísticas de teste GLRT, MMED e MED são respectivamente geradas no FC de acordo com as expressões [14]

$$T_{\text{GLRT}} = \frac{\lambda_1}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \lambda_i}, \quad (24)$$

$$T_{\text{MMED}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_m}, \quad (25)$$

$$T_{\text{MED}} = \frac{\lambda_1}{\sigma^2}. \quad (26)$$

5.2 Detectores robustos de baixa complexidade

Outras recentes estatísticas de teste que merecem destaque, principalmente por serem cegas, robustas e terem cômputo de baixa complexidade são o teste invariante de maior potência local (*locally most powerful invariant test*, LMPIT) [21], o teste baseado nos raios e centros dos círculos de Gerschgorin (*Gerschgorin radii and centers ratio*, GRCR) [22], o teste realizado a partir do índice de Gini (*Gini index detector*, GID) [23] e o teste que aplica o índice de Pietra-Ricci (*Pietra-Ricci index detector*, PRIDE) [24].

Quando se diz que uma técnica é robusta, a depender do contexto pode-se estar referindo a diferentes interpretações. A mais comum diz que um detector robusto é aquele que possui pouca sensibilidade de uma métrica de desempenho a variações de parâmetros de sistema. No contexto de sensoriamento espectral, considera-se robusta a técnica de detecção que tem seu desempenho médio não afetado (ou ao menos pouco afetado) pela variação temporal da potência do sinal recebido, da potência de ruído nas entradas dos sensores ou de ambos, mantendo-se fixa as médias desses parâmetros.

A estatística de teste do detector LMPIT é dada por

$$T_{\text{LMPIT}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m |c_{i,j}|^2, \quad (27)$$

em que $c_{i,j}$ é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz $\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1/2} \hat{\mathbf{R}}_Y \mathbf{D}^{-1/2}$, para $i, j = 1, 2, \dots, m$, em que \mathbf{D} é uma matriz diagonal na qual $d_{i,i} = r_{i,i}$, com $r_{i,i}$ denotando os elementos da diagonal principal da matriz de covariância amostral, $\hat{\mathbf{R}}_Y$.

Note que o cômputo de T_{LMPIT} é bastante simples, pois \mathbf{C} é formada por uma multiplicação de matrizes, sendo a operação $\mathbf{D}^{-1/2}$ também simples devido ao fato de \mathbf{D} ser uma matriz diagonal, fazendo com que $\mathbf{D}^{-1/2}$ seja formada simplesmente pelo recíproco da raiz quadrada dos elementos da diagonal principal de \mathbf{D} . A maior complexidade de implementação do detector LMPIT está, portanto, no cômputo de $\hat{\mathbf{R}}_Y$.

No caso do detector GRCR, tem-se

$$T_{\text{GRCR}} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m |r_{i,j}|}{\sum_{i=1}^m r_{i,i}}, \quad (28)$$

em que $r_{i,j}$ é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de $\hat{\mathbf{R}}_Y$.

Finalmente, as estatísticas de teste dos detectores GID e PRIDe são dadas respectivamente por

$$T_{\text{GID}} = \frac{\sum_{i=1}^{m^2} |r_i|}{\sum_{i=1}^{m^2} \sum_{j=1}^{m^2} |r_i - r_j|}, \quad (29)$$

$$T_{\text{PRIDe}} = \frac{\sum_{i=1}^{m^2} |r_i|}{\sum_{i=1}^{m^2} |r_i - \bar{r}|}, \quad (30)$$

em que r_i , para $i = 1, 2, \dots, m^2$, é o i -ésimo elemento do vetor \mathbf{r} formado pelo empilhamento de todas as colunas da matriz $\hat{\mathbf{R}}_Y$, e $\bar{r} = (1/m^2) \sum_{i=1}^{m^2} r_i$.

Perceba que os cálculos de T_{GRCR} , T_{GID} e T_{PRIDe} são simples, mais simples ainda que o cálculo de T_{LMPIT} , pois para os primeiros a maior complexidade está associada ao cômputo de $\hat{\mathbf{R}}_Y$. Esses quatro detectores são, portanto, ligeiramente mais complexos que o detector de energia, sendo os detectores cegos de menor complexidade computacional conhecidos até o momento.

Por fim vale ressaltar que se for desejado implementar o sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de decisões, a estatística de teste escolhida dentre aquelas aqui abordadas, ou dentre outras, deve ser computada em cada SU a partir das amostras definidas na equação (19). Para o detector de energia, basta que cada SU adquira um dado número de amostras, as quais têm os módulos ao quadrado somados e divididos pela variância do ruído Gaussiano presente em sua entrada, gerando a estatística de teste T_{ED} de maneira análoga a (20). Para formar uma estatística de teste do sensoriamento local por autovalores (MED, MMED ou GLRT), ou uma daquelas referentes aos detectores LMPIT, GRCR, GID e PRIDe, a matriz de amostras é construída em cada SU por meio das amostras colhidas por múltiplas antenas, ou por algum dos procedimentos descritos em [25].

Exercício 6: Nesta parte do texto o termo ‘complexidade’ foi citado várias vezes, buscando expressar a dificuldade de cálculo de estatísticas de teste. Mais genérica e precisamente, tal complexidade é tratada em termos do tempo de processamento ou esforço computacional para que se execute determinada função ou algoritmo à medida que se aumenta a quantidade de amostras de entrada. Normalmente essa complexidade ‘computacional’ é medida em termos assintóticos, por meio da chamada ‘notação *big-O*’. Faça uma pesquisa sobre tal notação, no contexto de complexidade computacional, em seguida elaborando um texto de cerca de uma página sobre ela. Não

se esqueça de inserir os principais passos que devem ser seguidos para que se calcule a complexidade computacional de um dado algoritmo ou função.

Exercício 7: No código do arquivo `SS_Performance_TP553.m` estão implementadas as estatísticas de teste apresentadas nesta seção e outras mais. Identifique essas outras estatísticas de teste no código e faça uma pesquisa com o objetivo de listar as suas expressões, sem esquecer de definir todas as variáveis operadas por elas.

6 Considerações práticas sobre a matriz de covariância amostral e seus autovalores

6.1 Matriz real equivalente em autovalores

Na prática, em termos de circuitos para processamento de sinais e até mesmo em alguns softwares de simulação de sistemas, uma grandeza complexa é manipulada operando-se com os valores reais correspondentes às partes real e imaginária da grandeza. Isso deve ser feito porque o valor imaginário $j = \sqrt{-1}$ não existe no ambiente de certos simuladores, como o VisSim/Comm, nem tampouco no hardware de circuitos reais.

Esta seção descreve como podem ser computados os autovalores de uma SCM complexa a partir de uma matriz real. Destaca-se a forma real equivalente da SCM complexa, a partir da qual podem ser implementadas estatísticas de teste que sejam baseadas em autovalores, como é o caso dos detectores GLRT, MED e MMED apresentados na seção anterior, bem como outras que façam uso dos elementos da SCM, como é o caso dos detectores LMPIT, GRRCR, GID e PRIDE.

Considere a matriz \mathbf{Y} definida em (11), reescrita na forma

$$\mathbf{Y} = \Re(\mathbf{Y}) + j\Im(\mathbf{Y}) = \mathbf{Y}_R + j\mathbf{Y}_I, \quad (31)$$

em que $\mathbf{Y}_R = \Re(\mathbf{Y})$ e $\mathbf{Y}_I = \Im(\mathbf{Y})$ são matrizes reais compostas pelas partes real e imaginária dos elementos de \mathbf{Y} , respectivamente. Então, o produto $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger$ em (21) pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger &= (\mathbf{Y}_R + j\mathbf{Y}_I)(\mathbf{Y}_R + j\mathbf{Y}_I)^\dagger \\ &= (\mathbf{Y}_R + j\mathbf{Y}_I)(\mathbf{Y}_R^T - j\mathbf{Y}_I^T) \\ &= \mathbf{Y}_R\mathbf{Y}_R^T + \mathbf{Y}_I\mathbf{Y}_I^T + j\mathbf{Y}_I\mathbf{Y}_R^T - j\mathbf{Y}_R\mathbf{Y}_I^T, \end{aligned} \quad (32)$$

de onde podem ser definidas as matrizes

$$\mathbf{S} = \mathbf{Y}_R\mathbf{Y}_R^T + \mathbf{Y}_I\mathbf{Y}_I^T, \quad (33)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{Y}_I\mathbf{Y}_R^T - \mathbf{Y}_R\mathbf{Y}_I^T. \quad (34)$$

Então, a matriz de covariância $\hat{\mathbf{R}}_Y$ em (21) pode ser reescrita como

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{n}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger = \frac{1}{n}(\mathbf{S} + j\mathbf{T}). \quad (35)$$

Recorde que um autovetor \mathbf{w} de uma matriz quadrada \mathbf{Z} é um vetor não nulo que, quando multiplicado por \mathbf{Z} , produz um vetor na mesma direção de \mathbf{w} , multiplicado por um escalar real ou complexo λ , ou seja,

$$\mathbf{Z}\mathbf{w} = \lambda\mathbf{w}, \quad (36)$$

em que o escalar λ é um autovalor de \mathbf{Z} associado ao autovetor \mathbf{w} . Aplicando a definição (36) na representação alternativa de $\hat{\mathbf{R}}_Y$ em (35), tem-se

$$\frac{1}{n}(\mathbf{S} + j\mathbf{T})(\mathbf{u} + j\mathbf{v}) = \frac{1}{n}\lambda(\mathbf{u} + j\mathbf{v}), \quad (37)$$

sendo \mathbf{u} e \mathbf{v} a parte real e a parte imaginária de qualquer dos autovetores de $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger$, respectivamente, com as variáveis λ que satisfazem a equação sendo os correspondentes autovalores. De (37) pode-se obter

$$\mathbf{S}\mathbf{u} - \mathbf{T}\mathbf{v} + j\mathbf{T}\mathbf{u} + j\mathbf{S}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{u} + j\lambda\mathbf{v},$$

ou, na forma de equações,

$$\mathbf{S}\mathbf{u} - \mathbf{T}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{u},$$

$$\mathbf{T}\mathbf{u} + \mathbf{S}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v},$$

de onde se pode obter a representação matricial

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} & -\mathbf{T} \\ \mathbf{T} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Note que essa representação é análoga à equação básica de definição dos autovetores e autovalores dada em (36). Portanto, os autovalores da matriz $\hat{\mathbf{R}}_Y$ podem ser obtidos a partir dos autovalores da matriz em blocos formada com as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{T} definidas em (33) e (34), ou seja,

$$\text{eig}(\hat{\mathbf{R}}_Y) = \frac{1}{n}\text{eig}(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger) = \frac{1}{n}\text{eig}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{S} & -\mathbf{T} \\ \mathbf{T} & \mathbf{S} \end{bmatrix}\right), \quad (39)$$

em que $\text{eig}(\cdot)$ são os autovalores da matriz em questão. Note que a matriz em blocos contém apenas valores reais, como desejado. Note também que tal matriz terá ordem $2m$, ou seja, ela terá $2m$ autovalores, os quais aparecerão duplicados (com multiplicidade 2). Os pares de autovalores serão distintos entre si com probabilidade 1 devido à natureza aleatória de \mathbf{S} e \mathbf{T} . Portanto, somente os m autovalores distintos da matriz em blocos serão utilizados, os quais, após multiplicados por $1/n$, serão iguais aos autovalores de $\hat{\mathbf{R}}_Y$.

Exercício 8: Interaja com o arquivo `PRIDe.vsm`, junto com o professor, buscando entender como foi implementada uma simulação computacional, via software VisSim/Comm, para a avaliação de desempenho do detector PRIDe. Por hora, se atenha à implementação do primeiro nível do diagrama. Faça

anotações de acordo com as explicações do professor. Em outra oportunidade a simulação como um todo poderá ser explorada, adentrando-se nos blocos compostos a fim de entender como foram implementados.

Exercício 9: A Figura 5 apresenta a estrutura interna do bloco que calcula a estatística de teste T_{PRIDe} na simulação `PRIDe.vsm` do VisSim/Comm. Consulte o documento `VisSimComm_8.0_user_guide.pdf` e elabore um texto explicativo sobre tal estrutura, levando em conta a teoria apresentada nesta seção. Caso tenha o software VisSim/Comm, a interação com a simulação pode ajudar, embora não seja necessária.

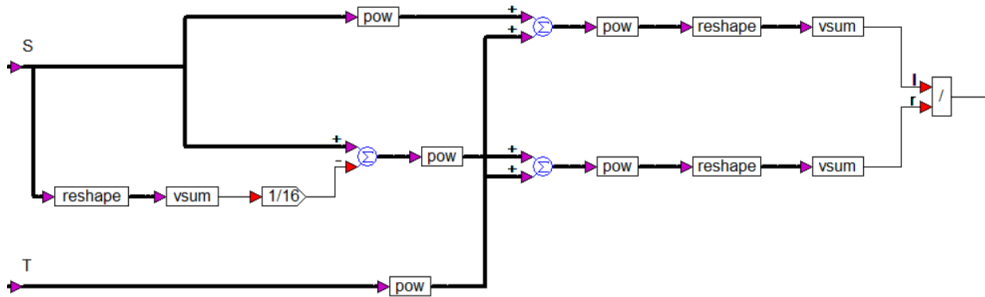


Figura 5: Cômputo da estatística de teste T_{PRIDe} na simulação `PRIDe.vsm`. As entradas são as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{T} definidas na presente seção.

6.2 Matriz de amostras estendida

Outra maneira de realizar o cômputo da SCM, operando com matrizes reais, consiste em calcular

$$\hat{\mathbf{R}}_Y \approx \frac{1}{n} \mathbf{Y}_e \mathbf{Y}_e^\dagger, \quad (40)$$

sendo \mathbf{Y}_e a matriz real gerada pela concatenação das matrizes formadas pelas partes real e imaginária de \mathbf{Y} , ou seja,

$$\mathbf{Y}_e = [\mathbf{Y}_R \quad \mathbf{Y}_I]. \quad (41)$$

No entanto, vale ressaltar que a aproximação dada em (40) é bastante grosseira, ou seja, a SCM estimada por meio de (21) difere consideravelmente daquela calculada por meio de (40). É importante também ressaltar que a matriz em blocos formada a partir das matrizes \mathbf{S} e \mathbf{T} não é igual a $\hat{\mathbf{R}}_Y$, mas tem autovalores e autovetores iguais àqueles calculados a partir de $\hat{\mathbf{R}}_Y$ e tem as partes real e imaginária de todos os elementos de $\hat{\mathbf{R}}_Y$. Assim, o

desempenho de qualquer técnica de sensoriamento que faça uso de $\hat{\mathbf{R}}_Y$ será o mesmo daquele proporcionado com o uso de \mathbf{S} e \mathbf{T} , tendo-se apenas que atentar para a possível necessidade de adaptação dos cálculos que envolvem $\hat{\mathbf{R}}_Y$ para aqueles que envolverão \mathbf{S} e \mathbf{T} . Por outro lado, não há como prever como será o desempenho de detectores que façam uso da SCM quando ela é computada de forma aproximada por meio de (40). Tal desempenho poderá ser superior ou inferior àquele que usa $\hat{\mathbf{R}}_Y$ computada de acordo com (21).

Exercício 10: No estudo do **Apêndice**, o arquivo `Cov_Matrix_TP553.m` foi explorado com o objetivo de analisar as operações utilizadas em tal apêndice. Novamente, junto com o professor, interaja com o referido arquivo, agora com enfoque na análise da matriz SCM equivalente e da matriz SCM obtida a partir da matriz de amostras estendida, bem como dos seus autovalores. Faça anotações complementares, de acordo com as explicações do professor.

7 Métricas de desempenho

7.1 Probabilidades de falso alarme e de detecção

As principais métricas de desempenho do sensoriamento espectral já foram brevemente abordadas na Seção 3, mas nesta seção elas são exploradas com mais profundidade e desdobramentos.

Como já sabemos, o desempenho do sensoriamento é comumente medido por meio da probabilidade de falso alarme

$$P_{\text{fa}} = \Pr\{T > \gamma | \mathcal{H}_0\}, \quad (42)$$

e da probabilidade de detecção

$$P_{\text{d}} = \Pr\{T > \gamma | \mathcal{H}_1\}, \quad (43)$$

em que $\Pr\{\cdot\}$ denota a probabilidade de ocorrência do evento em questão, T é a estatística de teste (ou variável de decisão) proveniente da técnica de detecção adotada e γ é o limiar de decisão.

No contexto mais generalizado do teste de hipótese binário, a probabilidade de falso alarme é às vezes chamada de taxa de falso positivo (*false positive*) ou taxa de erro tipo I. A probabilidade de detecção é às vezes chamada de taxa de positivo verdadeiro (*true positive*) e o complemento dessa probabilidade é chamado de taxa de detecção perdida (*missed detection*) ou taxa de erro tipo II.

A Figura 6 ilustra as PDFs de uma estatística de teste hipotética T , condicionadas ao estado de ocupação da banda sensoriada, bem como as áreas que definem as probabilidades P_{fa} e P_{d} , as quais são dadas por

$$P_{\text{fa}} = \int_{\gamma}^{\infty} f_T\{t | \mathcal{H}_0\} dt, \quad (44)$$

$$P_{\text{d}} = \int_{\gamma}^{\infty} f_T\{t | \mathcal{H}_1\} dt. \quad (45)$$

As probabilidades P_{fa} e P_{d} também podem ser calculadas a partir das funções de distribuição cumulativa (*cumulative distribution functions*, CDFs) da estatística de teste, levando a

$$P_{\text{fa}} = 1 - F_T(\gamma | \mathcal{H}_0), \quad (46)$$

$$P_{\text{d}} = 1 - F_T(\gamma | \mathcal{H}_1), \quad (47)$$

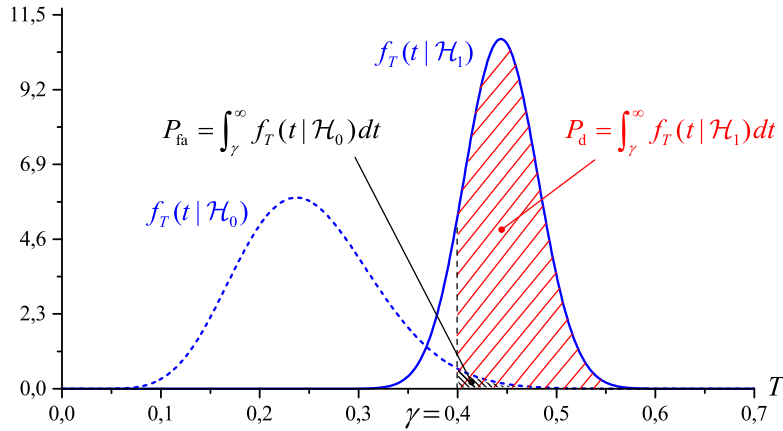


Figura 6: Definição de P_{fa} e P_{d} a partir das PDFs condicionais de uma estatística de teste hipotética T .

em que $F_T(\gamma|\mathcal{H}_0)$ e $F_T(\gamma|\mathcal{H}_1)$ são as CDFs de T sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 , respectivamente, em $t = \gamma$, ou seja, $F_T(\gamma|\mathcal{H}_i) = F_T(t|\mathcal{H}_i)|_{t=\gamma}$, para $i = 1$ e $i = 2$.

O limiar de decisão γ também pode ser calculado a partir da CDF da estatística de teste sob a hipótese \mathcal{H}_0 , tendo como dado de entrada a P_{fa} desejada, ou seja,

$$\gamma = F_T^{-1}(1 - P_{\text{fa}}|\mathcal{H}_0), \quad (48)$$

sendo $F_T^{-1}(\cdot)$ a função inversa de $F_T(t|\mathcal{H}_0)$ para $t = \gamma$, ou seja, γ é o valor de t tal que $F_T(t|\mathcal{H}_0) = 1 - P_{\text{fa}}$.

Exercício 11: Realize uma pesquisa em artigos científicos e escreva as expressões de cálculo do limiar de decisão e das probabilidades P_{fa} e P_{d} para o detector de energia cooperativo, em canal AWGN. Junte às expressões todas as informações necessárias ao seu uso, tais como definições de variáveis, funções e procedimentos de cálculo. Se possível, calcule P_{fa} e P_{d} para diferentes parâmetros de sistema (por exemplo diferentes números de amostras, diferentes SNRs e diferentes números de terminais secundários), à sua escolha, usando o Matlab.

É desejável ter alto valor de P_{d} e baixo valor de P_{fa} : a detecção de sinais primários com alta probabilidade traduz-se em redução de interferência na rede primária causada por uma transmissão oportunista realizada em uma banda de frequências ocupada, mas erradamente detectada como desocupada; por outro lado, uma baixa probabilidade de falso alarme corresponde a uma pequena probabilidade de se considerar ocupada uma banda que de fato está desocupada, elevando as chances de uso oportunista do espectro, o que por

sua vez eleva a vazão de dados na rede secundária.

Infelizmente, como se pode notar por meio da Figura 6, os objetivos de elevar a P_d e reduzir a P_{fa} são concorrentes, significando que o aumento da primeira (reduzindo o limiar de decisão) também causa o aumento da segunda; e a redução da segunda (aumentando o limiar de decisão) causa também a redução da primeira. Na prática adota-se uma solução de compromisso (*trade-off*) tipicamente regida por norma. Por exemplo, no padrão IEEE 802.22 exige-se $P_d \geq 0,9$ e $P_{fa} \leq 0,1$ [8]. É também usual se especificar uma probabilidade de falso alarme alvo constante, mais conhecida como taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate*, CFAR), garantindo-se que a probabilidade de detecção (ou taxa de detecção) fique acima de um valor mínimo aceitável, também recomendado por norma. Por exemplo, pode-se fixar $P_{fa} = 0,1$ e configurar os parâmetros sistêmicos para que, na situação de pior caso em termos de SNR, se tenha $P_d \geq 0,9$ para atender ao padrão IEEE 802.22.

7.2 Curva ROC

As probabilidades P_{fa} e P_d são tipicamente expressas por meio da curva característica de operação do receptor (*receiver operating characteristic*, ROC). Nela, P_d é dada em função de P_{fa} à medida que se varia o limiar de decisão γ , conforme ilustra⁸ a Figura 7.

Cada ponto sobre uma curva ROC é igualmente ótimo em relação aos demais, pois estabelece a intrínseca solução de compromisso resultante da tentativa de otimizar objetivos concorrentes (minimizar P_{fa} e maximizar P_d).

Cada ponto sobre uma curva ROC está associado a um valor de limiar de decisão γ , cuja faixa de variação depende da estatística de teste implementada. Normalmente tal faixa corresponde à união dos suportes de ambas as PDFs, além dos quais elas se tornam praticamente nulas. Como exemplo, na Figura 6 a faixa vai de $\approx 0,05$ a $\approx 0,6$.

Na Figura 7, a curva ‘a’ é a que retrata pior desempenho, seguida da curva ‘b’ e, por fim, da curva ‘c’. Nota-se isso escolhendo-se P_{fa} em algum valor diferente de 0 e 1 e verificando que, para o valor escolhido, P_d é menor para a curva ‘a’ do que para a curva ‘b’, que por sua vez apresenta P_d menor que para a curva ‘c’.

⁸Não é incomum encontrar curvas ROC expressando a probabilidade de detecção perdida (*missed detection*), que é o complemento da probabilidade de detecção ($P_{md} = 1 - P_d$), em função de P_{fa} . A P_{md} é a probabilidade de não se detectar o sinal primário como presente, sendo que de fato ele está presente. Há muitos outros conceitos, interpretações e aplicações das curvas ROC em diferentes contextos. Veja, por exemplo, https://en.wikipedia.org/wiki/Receiver_operating_characteristic.

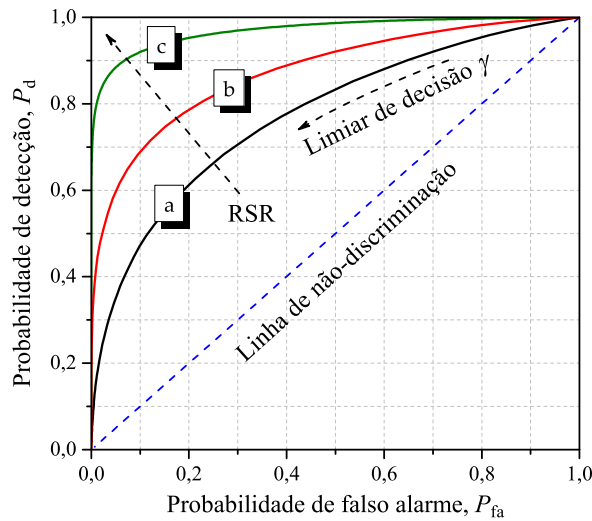


Figura 7: Exemplo de curvas ROC.

O aumento da SNR é a alternativa mais comumente adotada para que o desempenho de uma dada técnica de sensoriamento seja melhorado. Essa melhoria pode também advir de alterações em outros parâmetros sistêmicos, como o aumento do número de amostras colhidas por SU ou o aumento do número de SUs em cooperação, conforme tratado na Seção 4. Diferentes técnicas de sensoriamento também podem apresentar desempenhos diferentes sob as mesmas condições sistêmicas, como discutido na Seção 5.

Vale ressaltar que nem sempre é viável ou possível alterar certos parâmetros sistêmicos ou mesmo a técnica de sensoriamento durante a operação (*on the fly*), por limitação intrínseca de projeto. O que se faz comumente é pré-configurar tais parâmetros para que se atinja o desempenho alvo em situações críticas, por exemplo em termos do menor valor aceitável de SNR.

Ainda com referência à Figura 7, uma decisão aleatória sobre o estado de ocupação da banda sensoriada levaria a um ponto ao longo da linha identificada como ‘linha de não-discriminação’ (*line of no discrimination*). Uma curva ROC abaixo dessa linha corresponde a um desempenho inútil, exceto quando se sabe que ali se encontra, caso em que o desempenho se reverteria em útil apenas invertendo-se as decisões tomadas.

Exercício 12: Revisite o arquivo `SS_Performance_TP553.m`, junto com o professor, agora buscando entender como a simulação foi implementada como um todo. Embora o arquivo esteja comentado, talvez não seja possível entender completamente o que cada comando ou sub-rotina está realizando, somente por meio de tais comentários. Por essa razão, faça anotações com-

plementares àquelas já disponíveis, de acordo com as explicações do professor. Mais adiante, em outros exercícios, você precisará interagir novamente com tal arquivo e modificá-lo, sem ajuda do professor.

7.3 AUC e probabilidade de erro de decisão

Outras métricas de desempenho do sensoriamento espectral são a área sob a curva (*area under the curve*, AUC) ROC e a probabilidade de erro de decisão. A primeira, como o nome indica, é a área sob uma curva ROC. Seu valor útil está entre 0,5 (correspondente a uma ROC sobre a linha de não discriminação) e 1 (correspondente ao desempenho ideal com $P_{\text{fa}} = 0$ e $P_{\text{d}} = 1$). A probabilidade de erro de decisão é calculada pela média ponderada das probabilidades de falso alarme e de detecção perdida, ou seja,

$$P_{\text{erro}} = P_{\text{fa}}P_{\mathcal{H}_0} + (1 - P_{\text{d}})P_{\mathcal{H}_1}, \quad (49)$$

em que $P_{\mathcal{H}_1}$ e $P_{\mathcal{H}_0}$ são as probabilidades de os sinais primários estarem ativos e inativos, respectivamente. O primeiro termo de (49) contabiliza a probabilidade de erro associada a eventos de falso alarme e o segundo termo contabiliza a probabilidade de erro associada a eventos de detecção perdida.

Tanto a AUC quanto a P_{erro} são métricas particularmente úteis quando se deseja aglutinar P_{fa} e P_{d} em uma única medida, o que se torna atrativo, por exemplo: i) quando curvas ROC estão se cruzando, o que dificultaria a comparação entre desempenhos; ii) quando se deseja reduzir a quantidade de valores de medidas de desempenho reportados em um artigo ou outro documento científico equivalente, por restrições de espaço; iii) quando se busca facilidade de visualização e interpretação de resultados.

A Figura 8 apresenta curvas ROC, obtidas por simulação computacional de Monte Carlo, para algumas das técnicas de sensoriamento descritas na Seção 5, considerando $s = 1$ transmissor primário com amostras Gaussianas complexas, independentes e de média nula, $m = 6$ receptores secundários em cooperação, $n = 50$ amostras colhidas em cada receptor secundário, $\text{SNR} = -10$ dB e canal de sensoriamento AWGN complexo. Note que, nessa situação, a qual não representa regra geral, o teste MED é o que atinge melhor desempenho, seguido dos testes ED, GLRT e MMED, nessa ordem. Modelos diferentes para o canal de sensoriamento, para o sinal primário ou para o ruído, bem como níveis de potência de sinal e de ruído diferentes nas entradas dos SUs, ou a variação temporal dessas grandezas, podem alterar tanto o desempenho absoluto quanto relativo de qualquer técnica de

sensoriamento [22, 23, 24].

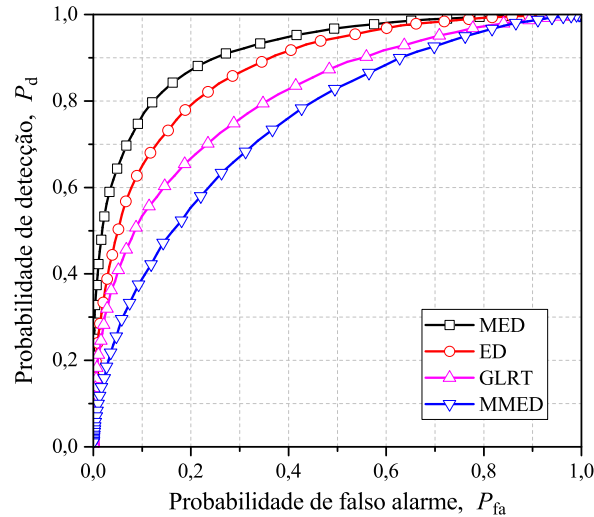


Figura 8: Curvas ROC para as técnicas de sensoriamento MED, ED, GLRT (por autovalores) e MMED, para $s = 1$, $m = 6$, $n = 50$ e $\text{SNR} = -10$ dB em canal AWGN.

Exercício 13: Utilizando o arquivo de simulação `SS_Performance_TP553.m` fornecido pelo professor, reproduza os resultados da Figura 8. Em seguida, adicione as ROCs referentes aos detectores LMPIT, GRCR, GID e PRIDe, nas mesmas configurações utilizadas para os detectores ED, GLRT, MED e MMED. Calcule também as AUCs de todos os detectores (Dica: estude o comando `trapz` do Matlab e utilize-o no cálculo das AUCs). Registre os parâmetros de configuração utilizados na simulação e comente de forma comparativa todos os resultados obtidos em termos de ROCs e de AUCs.

Exercício 14: Novamente utilizando o arquivo `SS_Performance_TP553.m`, modifique as estatísticas de teste do detector de energia sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 de forma que nelas sejam incorporados os correspondentes piores casos de incerteza de ruído, conforme apresentado na Seção 3.3. Faça tal modificação de forma que o grau de incerteza possa ser controlado por meio de ρ . Faça um gráfico contendo 5 ROCs do detector de energia apenas, para $\rho = 1, 1.01, 1.02, 1.03$ e 1.04 . Comente sobre os resultados obtidos.

Exercício 15: Edite o código do arquivo `SS_Performance_TP553.m` e substitua o cálculo da SCM por aquele que usa a forma real estendida da matriz \mathbf{Y} . Usando a configuração *default* da simulação, gere curvas ROC utilizando a forma original de cômputo da SCM e em seguida utilizando a forma estendida de \mathbf{Y} . Comente sobre os resultados obtidos.

Já sabemos que um ponto sobre uma curva ROC, como aquelas mostradas na Figura 8, está associado a um par de P_{fa} e P_d , nesse caso determinado por cada valor de limiar de decisão nos SUs (recorde que a figura em questão se refere à fusão de decisões). Por sua vez, cada par de P_{fa} e P_d levará a uma probabilidade de erro de decisão P_{erro} , calculada por meio de (49) em função das probabilidades $P_{\mathcal{H}_1}$ e $P_{\mathcal{H}_0}$. Portanto, embora cada par de P_{fa} e P_d seja igualmente ótimo em relação aos demais pares, é natural conjecturar que possa haver um par que levará ao mínimo valor de P_{erro} para cada curva ROC. Em havendo tal P_{erro} mínima, estará associado a ela o par de P_{fa} e P_d que agora passa a ser ótimo global e não mais igualmente ótimo em relação aos demais. Perceba que essa é uma situação normal, pois a partir do momento que a métrica de desempenho mudou de P_{fa} e P_d para P_{erro} , mudou-se o critério de análise da otimalidade do sensoriamento espectral: não há mais dois objetivos concorrentes (minimizar P_{fa} e maximizar P_d), e sim um único objetivo (minimizar P_{erro}). O próximo exercício explora esse conceito.

Exercício 16: Utilizando o arquivo `SS_Performance_TP553.m`, copie o gráfico de resultados obtido no **Exercício 13**, para quatro estatísticas de teste à sua escolha, e cole na área de trabalho de um aplicativo para desenho como o *Paint*, por exemplo. Em seguida calcule, ao longo de cada ROC, as probabilidades de erro de decisão, P_{erro} , para um conjunto de 100 pares de P_{fa} e P_d . Perceba que você terá que utilizar as probabilidades $P_{\mathcal{H}_1}$ e $P_{\mathcal{H}_0}$, as quais devem ser determinadas por simples observação, também como exercício, a partir da análise do próprio código do arquivo de simulação. Registre o mínimo valor de P_{erro} dentre os valores calculados para cada ROC e marque sobre cada uma delas, no gráfico copiado para o aplicativo de desenho, o ponto (P_{fa}, P_d) correspondente à P_{erro} mínima. Interprete os resultados em termos da distância dos pontos de P_{erro} mínima marcados sobre as ROCs em relação ao ponto ótimo correspondente a $P_{fa} = 0$ e $P_d = 1$.

7.4 Métricas globais e locais na fusão de decisões

As probabilidades P_{fa} e P_d discutidas até aqui são métricas de desempenho global atingidas no FC quando se utiliza o sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de dados. No caso do sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de decisões, há também métricas de desempenho locais, as quais se referem ao sensoriamento executado em cada um dos SUs.

Admitindo, por simplicidade, que os desempenhos dos sensoriamentos realizados pelos SUs sejam iguais entre si e que as correspondentes métricas

de desempenho local sejam denotadas por P_{faSU} e P_{dSU} . Considere que as transmissões no canal de reporte, dos SUs para o FC, estão sujeitas a erros de bit que ocorrem com probabilidade P_b . As decisões tomadas pelos SUs sob erros nesse canal são interpretadas no FC como se estivessem associadas a métricas locais P'_{faSU} e P'_{dSU} equivalentes [17] não sujeitas a erro, dadas por

$$P'_{\text{faSU}} = P_{\text{faSU}}(1 - P_b) + P_b(1 - P_{\text{faSU}}), \quad (50)$$

$$P'_{\text{dSU}} = P_{\text{dSU}}(1 - P_b) + P_b(1 - P_{\text{dSU}}). \quad (51)$$

Admitindo que o transmissor primário está inativo, a primeira das duas parcelas somadas em (50) é a probabilidade de se manter uma decisão tomada em favor de \mathcal{H}_1 (que equivale a manter um falso positivo) e a segunda é a probabilidade de se alterar uma decisão tomada em favor de \mathcal{H}_0 (que equivale a inverter um falso negativo). Estando o transmissor primário ativo, a primeira das parcelas somadas em (51) é a probabilidade de se manter uma decisão tomada a favor de \mathcal{H}_1 (que equivale a manter uma detecção) e a segunda é a probabilidade de se alterar uma decisão tomada em favor de \mathcal{H}_0 (que equivale a inverter uma detecção perdida).

A probabilidade de erro de bit P_b presente nas expressões (50) e (51) depende da modulação utilizada nas transmissões no canal de reporte e das características desse canal. Por exemplo, para a modulação binária por chaveamento de fase (*binary phase-shift keying*, BPSK) com detecção coerente em canal AWGN [26], tem-se

$$P_b = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (52)$$

em que $\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2} dz$ é a função erro complementar, E_b é a energia média por bit, medida em joules, na recepção, e N_0 é a densidade espectral de potência do ruído AWGN gerado no receptor, medida em watts/hertz.

Já em canal com desvanecimento Rayleigh plano, lento e com ganho médio de potência unitário, a probabilidade de erro de bit para a modulação BPSK com detecção coerente [26] é dada por

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{1 + E_b/N_0}} \right). \quad (53)$$

O desempenho global (no FC) do sensoriamento cooperativo com fusão de decisões descorrelacionadas, sob a regra k -em- m , na possibilidade de haver erros no canal de reporte, se relaciona com os desempenhos locais (nos SUs) por meio das expressões

$$P_{\text{fa}} = \sum_{i=k}^m \binom{m}{i} (P'_{\text{faSU}})^i (1 - P'_{\text{faSU}})^{m-i}, \quad (54)$$

$$P_{\text{d}} = \sum_{i=k}^m \binom{m}{i} (P'_{\text{dSU}})^i (1 - P'_{\text{dSU}})^{m-i}, \quad (55)$$

em que

$$\binom{m}{i} = \frac{m!}{(m-i)!i!} \quad (56)$$

é o coeficiente binomial.

As expressões (54) e (55) podem ser interpretadas como sendo as probabilidades de ocorrência de k ou mais sucessos em m eventos de Bernoulli, sabendo-se que o número de sucessos em um conjunto de eventos de Bernoulli descorrelacionados tem distribuição binomial. Assim, a P_{fa} em (54) é a probabilidade de k ou mais SUs produzirem um alarme falso e a P_{d} em (55) é a probabilidade de k ou mais SUs detectarem o sinal primário [17].

A Figura 9 ilustra a relação entre os desempenhos locais e globais do sensoriamento cooperativo com fusão de decisões sob a regra k -em- m para $m = 5$ SUs, $k = 1$ (regra OR), $k = 3$ (regra de voto majoritário, MAJ) e $k = 5$ (regra AND), para $P_{\text{b}} = 0$ ($E_{\text{b}}/N_0 = \infty$ dB no canal Rayleigh ou AWGN) e $P_{\text{b}} = 0,05$ ($E_{\text{b}}/N_0 = 6,25$ dB no canal Rayleigh, $E_{\text{b}}/N_0 = 1,29$ dB no canal AWGN). A ROC identificada como ‘ROC local’ na figura em questão foi arbitrariamente situada na posição em que está. As demais ROCs foram geradas aplicando-se as expressões (50), (51), (54) e (55).

Na ausência de erros no canal de reporte, pode-se notar na Figura 9 que a cooperação realizada com as regras OR e MAJ melhora significativamente o desempenho do sensoriamento em relação àquele que seria obtido com apenas um SU, enquanto a regra AND produz apenas uma pequena melhoria.

Na condição de existência de erros, com $P_{\text{b}} = 0,05$, somente a regra MAJ produz ganho de cooperação em toda a extensão de sua ROC. As regras OR e AND têm seus desempenhos fortemente afetados pelos erros no canal de reporte, sendo que a OR ainda produz ganho de cooperação em algumas regiões de sua ROC, enquanto a regra AND não produz ganho de cooperação em praticamente nenhuma região de sua ROC.

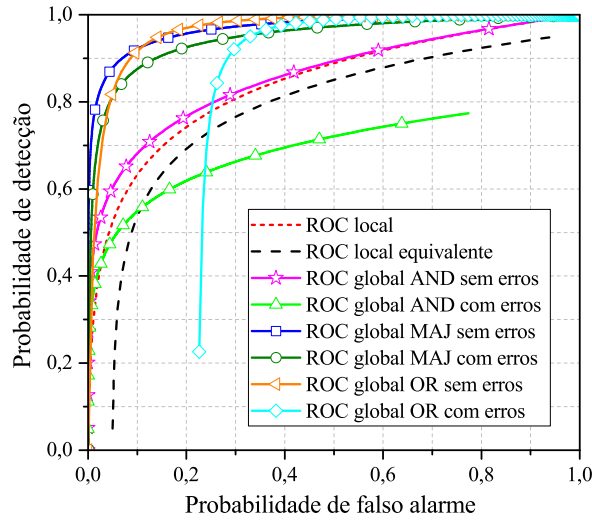


Figura 9: Ilustração da relação entre os desempenhos locais e globais sob a regra k -em- m , para $m = 5$, $k = 1$ (regra OR), $k = 3$ (regra MAJ) e $k = 5$ (regra AND), sem erros ($P_b = 0$) e com erros ($P_b = 0,05$) no canal de reporte.

Note ainda na Figura 9 que a presença de erros no canal de reporte produz um efeito de saturação nas ROCs das regras OR e AND, saturação essa correspondente a patamares irreduzíveis na primeira em termos de P_{fa} , e intransponíveis na segunda em termos de P_d . Essa saturação ocorre devido ao fato de que os erros no canal de reporte nunca permitem que, na regra OR, a probabilidade de falso alarme global seja nula mesmo se as decisões dos SUs forem sempre em favor da hipótese \mathcal{H}_0 . Analogamente, na regra AND os erros não permitem que a probabilidade de detecção global seja unitária mesmo se as decisões dos SUs forem sempre em favor da hipótese \mathcal{H}_1 . Em caráter informativo, todos os pontos finais de saturação das ROCs coincidem com a linha de não-discriminação, na qual $P_d = P_{fa}$.

Exercício 17: Utilizando o Matlab, reproduza os resultados apresentados na Figura 9. Para gerar a ROC referente aos desempenhos nos SUs, utilize as expressões: $P_{faSU} = i/N$ e $P_{dSU} = [\log(i + 1)/\log(N + 1)]^x$, em que $N + 1$ é o número de pontos na ROC, indexados por $i = 1, \dots, N$, e x é a variável que controla a posição e o formato da ROC, sendo $0 < x \leq 5$. Na Figura 9 adotou-se $x = 1$. Experimente outros valores de x e de probabilidade de erro de bit. Interprete os resultados obtidos.

Exercício 18: Um importante conceito associado a qualquer processo de decisão refere-se ao fato de que a sua acurácia depende também da forma como a informação de entrada é a ele apresentada. Basicamente tem-se a

possibilidade de operar com informações suaves (como os valores das amostras enviadas pelos SUs no contexto do sensoriamento espectral) ou abruptas (como as decisões enviadas pelos SUs). Uma informação suave naturalmente é mais rica, pois, por exemplo, sua polaridade pode estar associada a uma decisão abrupta e seu valor absoluto de certa forma pode representar a confiabilidade dessa decisão abrupta. Por exemplo, quanto mais distante do limiar de decisão estiver o valor de uma amostra recebida, mas assertiva poderá ser a correspondente decisão. Por outro ângulo, uma amostra distante do limiar pode estar associada a uma menor influência do ruído ou de outros fatores de degradação do desempenho do sensoriamento.

Pelo exposto, pode-se inferir que a fusão de dados tem o potencial de proporcionar mais acurácia no sensoriamento espectral do que a fusão de decisões. Uma forma de verificar a veracidade dessa inferência consiste em modificar o código da simulação `SS_Performance_TP553.m` para que o mesmo avalie apenas o detector de energia, de tal sorte que se possa reduzir para $m = 1$ o número de SUs. Justifique porque essa alteração tem que ser feita e não se aplica aos demais detectores avaliados no código. Em seguida, considerando canal AWGN e sinal Gaussiano, sem variação de potência de sinal e de ruído nos SUs, ajuste a SNR para que o desempenho do sensoriamento fique próximo daquele dado pela ROC local sem erros da Figura 9. Plote a ROC resultante em um gráfico, usando 5000 eventos de Monte Carlo e 50 pontos. Em seguida faça $m = 5$ e plote a ROC resultante no mesmo gráfico. Compare o desempenho global resultante com qualquer um daqueles mostrados na Figura 9, sem erros no canal de reporte. Registre suas conclusões.

É importante enfatizar que os desempenhos relativos das regras OR, MAJ e AND não são sempre aqueles apresentados na Figura 9, sendo influenciados de formas diferentes para diferentes parâmetros sistêmicos e diferentes modelos de sistema e SNRs para o canal de reporte. É interessante também concluir a partir de tal figura que a regra MAJ pode ser menos sensível a erros no canal de reporte, conseguindo produzir desempenhos muito próximos daqueles obtidos na situação de canal de reporte livre de erros, mesmo com $P_b = 0,05$. Note que o valor de $P_b = 0,05$ é muito superior àqueles que se costuma ter em sistemas convencionais de transmissão digital, demonstrando que o processo de fusão de decisões para fins de sensoriamento espectral é muito menos sensível aos erros de bit que o processo de comunicação digital convencional.

A probabilidade de erro de decisão definida em (49) também se aplica à fusão de decisões, nesse caso servindo para calcular tanto uma P_{erro} local

(em cada SU) quanto uma P_{erro} global (no FC), nesse ultimo caso podendo-se levar em conta erros de bit nas transmissões dos SUs para o FC.

Objetivando explorar um pouco mais os conceitos sobre as probabilidades de erro envolvidas na fusão de decisões, a Figura 10 apresenta valores de probabilidade de erro de bit e de probabilidade de erro de decisão mínima obtida por busca computacional, considerando a regra MAJ como exemplo. A figura mostra cinco curvas, assim descritas:

1. A mínima P_{erro} local é o mínimo valor da probabilidade de erro de decisão definida em (49), referente ao desempenho dos SUs. Ela é constante, pois é medida nos SUs e, portanto, não está atrelada aos erros de bit no canal de reporte.
2. A mínima P_{erro} local equivalente é o mínimo valor da probabilidade de erro de decisão dos SUs “do ponto de vista” do FC, devido aos erros de bit introduzidos pelo canal de reporte. Ela é influenciada pela SNR desse canal, tendendo ao valor constante do item anterior à medida que tal SNR cresce. Ressalta-se que essa P_{erro} é apenas uma medida indireta, não ocorrendo de fato no sistema.
3. A mínima P_{erro} global sem erros de reporte é o mínimo valor da probabilidade de erro de decisão global tomada no FC sobre o estado de ocupação da banda sensoriada, considerando que não há erros de bit nas transmissões das decisões dos SUs para o FC.
4. A mínima P_{erro} global com erros de reporte é o mínimo valor da probabilidade de erro de decisão global, levando em conta os erros de bit nas transmissões dos SUs para o FC. Perceba que ela tende à P_{erro} do item anterior à medida que a SNR do canal de reporte aumenta.
5. A P_b para BPSK em canal Rayleigh é a probabilidade de erro de bit definida em (53).

Além de exemplificar como a mínima probabilidade de erro de decisão é influenciada pela SNR dos canais de reporte, a Figura 10 mostra o ganho de cooperação visto por outro ângulo. Perceba que o menor valor de P_{erro} local não é capaz de atingir 0,1, valor esse que corresponderia, por exemplo, aos valores alvo $P_d = 0,9$ e $P_{fa} = 0,1$, se $P_{\mathcal{H}_1} = P_{\mathcal{H}_0} = 0,5$ na equação (49). Pelo efeito da cooperação são alcançados valores globais de P_{erro} até menores que 0,1. Perceba também que o valor global de $P_{\text{erro}} = 0,1$ é atingido para uma SNR por volta de 1 dB, para a qual a probabilidade de erro de bit da modulação BPSK é de aproximadamente 0,14. Nota-se mais uma vez que é possível atingir o desempenho alvo do sensoriamento mesmo sob taxas de

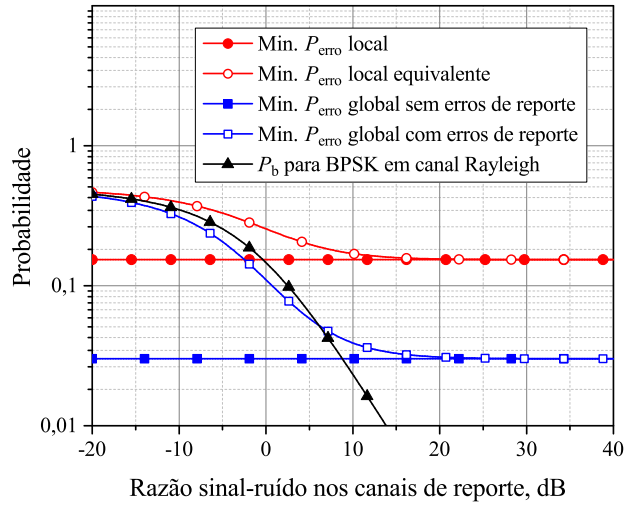


Figura 10: Probabilidades de erro de bit e de erros de decisão locais e globais mínimas sob a regra k -em- m , para $m = 5$ e $k = 3$ (regra MAJ), em função da SNR no canal de reporte do tipo Rayleigh plano e lento.

erro de bit bastante altas (ou SNRs bastante baixas) nos canais de controle, em comparação com aquelas que tipicamente são necessárias em sistemas de comunicação digital convencionais.

Exercício 19: Na Figura 11 há quatro curvas de probabilidade de erro de decisão mínima obtidas para $P_{\mathcal{H}_1} = P_{\mathcal{H}_0} = 0,5$, em função da razão sinal-ruído do canal de reporte em um sistema de sensoriamento espectral cooperativo, centralizado e com fusão de decisões. As curvas apresentadas estão assim identificadas:

- P_{erro} nos SUs: é a probabilidade de erro de decisão mínima nos SUs.
- P_{erro} equivalente nos SUs, $P_b \neq 0$: é a probabilidade de erro de decisão mínima dos SUs ‘do ponto de vista’ do FC.
- P_{erro} no FC, $P_b = 0$: é a probabilidade de erro de decisão mínima no FC sem erros no canal de reporte.
- P_{erro} no FC, $P_b \neq 0$: é a probabilidade de erro de decisão mínima tomada no FC, levando em conta erros no canal de reporte.

O canal de reporte é do tipo Rayleigh plano e lento e as transmissões nesse canal utilizam modulação BPSK com detecção coerente. Determine a probabilidade de erro de bit no canal de reporte para que se atinjam decisões globais com $P_{\text{fa}} = 0,034$ e $P_d = 0,966$. A probabilidade de erro de decisão correspondente é mínima ou não? Justifique sua resposta.

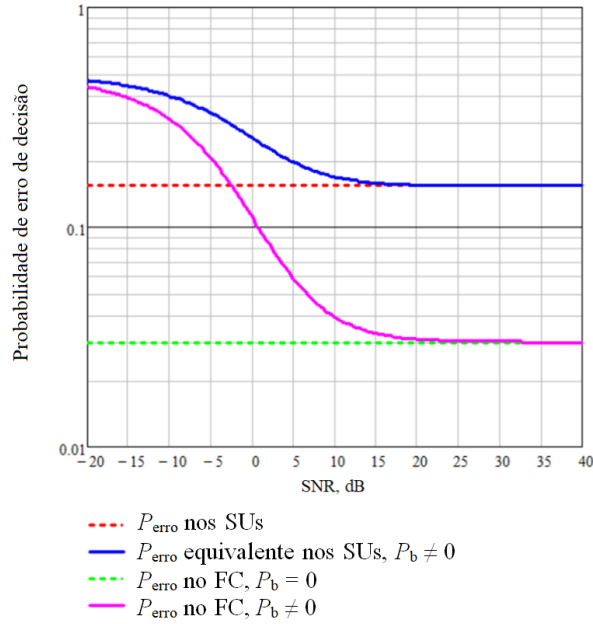


Figura 11: Probabilidades de erro de decisão mínima consideradas no **Exercício 19**.

Solução: Por meio da equação (49) obtém-se $P_{\text{erro}} = 0,034 \times 1/2 + (1 - 0,966) \times 1/2 = 0,034$. Esse valor de P_{erro} é atingido com uma SNR de $\approx 13,75$ dB, para a qual, por meio da expressão (53), tem-se $P_b \approx 0,01$. Observando a curva magenta para uma SNR por volta de $\approx 13,75$ dB, nota-se que a P_{erro} se situa de fato por volta de 0,034. Esse valor de P_{erro} é, portanto, mínimo, ou ao menos aproximadamente mínimo devido à inerente imprecisão de leitura de valores na Figura 11.

Exercício 20: Em estatística, a distribuição triangular (*triangular distribution*) é às vezes adotada para descrever uma variável aleatória sobre a qual há informações limitadas (https://en.wikipedia.org/wiki/Triangular_distribution). Baseia-se no conhecimento dos valores mínimo e máximo da variável aleatória que se quer descrever, e de um ‘palpite’ quanto ao seu valor mais provável (moda). Por essas razões, a distribuição triangular tem sido chamada de distribuição tipo ‘falta de conhecimento’ (*lack of knowledge*). Sua função densidade de probabilidade é

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & , a \leq x < c \\ \frac{2}{b-a} & , x = c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & , c < x \leq b \\ 0 & , b < x \end{cases} . \quad (57)$$

Considere um sistema de sensoriamento espectral cooperativo com fusão de dados, cuja estatística de teste T gerada no centro de fusão pode ser caracterizada de forma aproximada pela distribuição triangular com parâmetros: valor mínimo $a = -3$, moda $c = 1$ e valor máximo $b = 2$, sob a hipótese \mathcal{H}_0 ; valor mínimo $a = 0$, moda c desconhecida e valor máximo $b = 7$, sob a hipótese \mathcal{H}_1 . Calcule o limiar de decisão de forma que se obtenha $P_{\text{fa}} = 0,1$. Em seguida, calcule a SNR na entrada do receptor do centro de fusão para que se alcance $P_d = 0,9$, sabendo que se pode calcular a potência como sendo aproximadamente igual a c^2 . Adicionalmente, desenhe as PDFs da estatística de teste condicionadas a \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 .

Dica de solução: Deve-se encontrar o limiar de decisão γ tal que a área da PDF sob \mathcal{H}_0 à direita de γ seja 0,1. Em seguida deve-se encontrar a moda c da PDF sob \mathcal{H}_1 tal que a área dessa densidade à direita de γ seja 0,9. Como a potência do ruído é $c^2 = 1$ sob \mathcal{H}_0 , a SNR será c^2 sob \mathcal{H}_1 .

Exercício 21: Um sistema de sensoriamento espectral cooperativo com fusão de dados tem a estatística de teste gerada no centro de fusão distribuída como uma Gaussiana de média nula e variância unitária sob a hipótese \mathcal{H}_0 e como uma Gaussiana de média μ e variância unitária sob a hipótese \mathcal{H}_1 . Calcule o limiar de decisão de forma que a probabilidade de falso alarme seja 0,1. Em seguida, calcule a razão sinal-ruído na entrada do receptor do centro de fusão, sabendo que a potência do sinal recebido é μ^2 e que se deseja uma probabilidade de detecção de 0,9.

Dica de solução: Deve-se encontrar o limiar de decisão γ tal que a área da densidade sob \mathcal{H}_0 à direita de γ seja 0,1. Em seguida deve-se encontrar a média μ da densidade sob \mathcal{H}_1 tal que a área dessa densidade à direita de γ seja 0,9. Como a variância do ruído é unitária, a razão sinal-ruído será μ^2 .

8 Desafios e oportunidades de pesquisa sobre sensoriamento de espectro

Há inúmeros desafios e, por conseguinte, muitas oportunidades de pesquisa sobre o sensoriamento espectral cooperativo centralizado aplicado a redes de rádios cognitivos. Tais desafios podem ser classificados de acordo com as etapas do processo: o sensoriamento em si, a fusão das informações de sensoriamento, a decisão global no centro de fusão e o subsequente acesso ao espectro. A seguir estão listados alguns dos desafios de pesquisa no contexto de sensoriamento espectral, no que tange aspectos da camada física.

8.1 Canal de sensoriamento

Com relação aos desafios inerentes ao canal de sensoriamento, possíveis pesquisas poderiam buscar desenvolver ou adaptar modelos que o mimetizem da forma mais fiel possível, modelos esses que sejam preferencialmente viáveis do ponto de vista do tratamento matemático e da implementação de simulações, ou ao menos do ponto de vista da implementação de simulações. Como exemplo, os modelos de canal de sensoriamento vão desde o mais simples canal AWGN, passando por canais com desvanecimento plano, seletivo, lento ou rápido, com distribuições típicas como Rayleigh e Rice, ou mais elaboradas como as distribuições generalizadas, culminando com a adição dos efeitos de sombreamento por obstáculos, atenuações por distância ou por outros mecanismos de propagação e correlação entre desvanecimentos, sombreamentos, ou ambos, entre os sinais recebidos por diferentes terminais secundários.

8.2 Técnica de detecção

No que diz respeito à técnica de detecção local (na cooperação com fusão de decisões) ou centralizada (na cooperação com fusão de dados), os desafios se tornam ainda maiores. Há vários critérios de projeto de detectores para fins de sensoriamento, mas muitas vezes o tratamento matemático associado ao projeto se torna um obstáculo intransponível por não se conseguir levar em conta todas as possíveis situações em termos do canal de sensoriamento, das características do sinal primário, do conhecimento da variância de ruído, da imprecisão de parâmetros que devem ser estimados e da variação temporal de níveis de ruído e de sinal, apenas para citar alguns exemplos.

Por não considerarem todas as variáveis sistêmicas e serem desenvolvidas sob diferentes critérios, as técnicas de sensoriamento local e global acabam por apresentar enormes variações de desempenho sob circunstâncias variadas,

o que dá margem para o desenvolvimento de novas técnicas que sejam adequadas a cenários típicos de aplicações alvo mais específicas. Além disso, as diversas estatísticas de teste apresentam diferentes graus de complexidade de análise teórica, principalmente na obtenção e manipulação das funções densidade de probabilidade a elas associadas, sob ambas as hipóteses de teste, para que sejam desenvolvidas expressões de cálculo do limiar de decisão e das probabilidades de detecção e de falso alarme.

8.3 Canal de reporte

É muito comum que as pesquisas que tratam do sensoriamento cooperativo centralizado considerem que as informações de sensoriamento, sejam elas decisões, amostras ou grandezas derivadas dessas amostras, são enviadas ao centro de fusão por canais de reporte ortogonais e livres de degradações, de forma que tais informações estejam lá disponíveis tal como foram geradas nos terminais em cooperação.

Os principais desafios concernentes aos canais de reporte se resumem a considerá-los imperfeitos e não ortogonais, permitindo que se investigue o impacto das imperfeições no desempenho global do sensoriamento, ao mesmo tempo buscando elevar a eficiência na utilização da pequena banda disponível, preferencialmente com elevada eficiência energética.

A influência de decisões locais ou de imperfeições de canal que possam ocorrer de forma correlacionada é também um importante cenário a considerar no canal de reporte.

As imperfeições do canal de reporte são similares às aquelas presentes no canal de sensoriamento e, portanto, as modelagens de ambos podem ser similares. Entretanto, é importante lembrar que os papéis desses canais no processo de sensoriamento como um todo são muito distintos, permitindo afirmar que os impactos de imperfeições similares em ambos poderão ser também muito distintos. Daí a necessidade de tratá-los com igual importância nas pesquisas.

Somados aos efeitos das imperfeições de canal estão aqueles causados pelas imperfeições e inerentes processamentos realizados nos receptores, principalmente no caso da fusão de dados, antes que as amostras sejam encaminhadas ao centro de fusão. Não linearidades, efeitos de quantização e de controle automático de ganho, figura de ruído e filtragem são exemplos [27].

Ainda no que se refere aos erros introduzidos pelos canais de reporte, menciona-se uma importante e desafiadora linha de investigação até hoje pouco explorada na literatura técnica: trata-se do desenvolvimento de códigos corretores de erro ou a simples aplicação de códigos existentes para proteger as transmissões para o centro de fusão. Tais transmissões diferem significativamente daquelas realizadas em sistemas de comunicação convencionais,

pois as taxas de erro de bit suportadas nos canais de reporte são consideravelmente mais altas que aquelas tipicamente almejadas nos sistemas convencionais. Além disso, esperam-se transmissões em regimes de razões sinal-ruído extremamente baixas, objetivando economia de energia. Tais regimes direcionam para o uso de códigos corretores de erro com grande capacidade de correção, os quais, via de regra, têm palavras-código longas. No entanto, é importante lembrar que o intervalo de tempo reservado às transmissões de reporte é bastante limitado, impedindo que códigos longos sejam aplicados. Por outro lado, a forma pela qual são realizadas as transmissões no canal de reporte impede o uso de técnicas de controle de erros via retransmissões, ou ao menos limita significativamente o grau de liberdade no dimensionamento de tais técnicas, principalmente devido às restrições de tempo mencionadas.

A comunicação digital em canais de reporte sob razões sinal-ruído extremamente baixas também motiva outra linha de pesquisa associadas àquela comentada no parágrafo anterior. Trata-se do estudo da Teoria da Informação aplicada ao cenário de fusão de dados ou de decisões, não somente para tratar dos limites da comunicação, mas também para dar suporte ao projeto de códigos corretores de erro apropriados.

9 Arquitetura de acesso dinâmico ao espectro habilitada por base de dados alimentada por rede IoT

O uso oportunista de bandas de frequência temporariamente livres constitui o principal impulsionador da política de acesso dinâmico ao espectro (*dynamic spectrum access*, DSA), que é inegavelmente crucial para resolver o problema de escassez de espectro.

Para realizar o DSA, duas principais abordagens, combinadas ou não, podem ser adotadas. Na primeira, uma técnica de sensoriamento espectral detecta as bandas de frequência não utilizadas antes do acesso dinâmico oportunista realizado pelos SUs. Na segunda, os SUs acessam uma base de dados de ocupação de espectro, onde está armazenada uma lista de canais disponíveis. Essa lista é constantemente atualizada, por exemplo, com auxílio de sensoriamento de espectro, previsão de cobertura, ou de ambos. Independentemente da abordagem adotada, assim que um canal torna-se vago, é desejável que se detecte prontamente tal evento, a fim de aumentar as chances de uso compartilhado do espectro. Por outro lado, assim que o usuário primário restabelecer a ocupação de uma determinada banda, a rede secundária deve ser capaz de detectar o evento e desocupar a banda antes que uma interferência prejudicial seja causada à rede primária.

A abordagem convencional de sensoriamento espectral, aquela que aplica detecção distribuída e decisão centralizada, conforme ilustra a Figura 12, pode ser melhorada se a rede secundária puder ter acesso a uma base de dados de ocupação de espectro para refinar a decisão global em relação àquela que seria tomada apenas fazendo-se uso do sensoriamento de espectro.

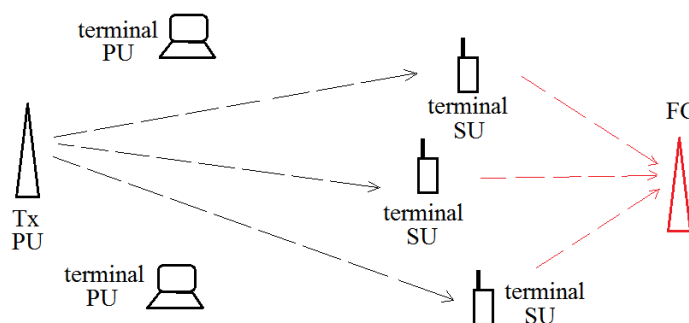


Figura 12: Sensoriamento espectral cooperativo centralizado convencional, não assistido por base de dados.

Na abordagem convencional, vale ressaltar que um terminal secundário,

que pode ser tão simples quanto um nó sensor ou sofisticado como um telefone inteligente (*smartphone*), precisa ser dotado da capacidade de sensoriamento de espectro, o que eleva a complexidade e o consumo de energia de tal dispositivo, aumentando potencialmente seu custo e suas dimensões físicas, podendo também reduzir sua portabilidade.

Uma possível arquitetura de acesso dinâmico ao espectro habilitada por base de dados alimentada por rede IoT é ilustrada na Figura 13, em uma versão apenas didática. Nessa estrutura, a tarefa de sensoriamento de espectro é deslocada dos terminais SU para os dispositivos IoT com funções de sensoriamento espectral (*spectrum sensing IoT*, SSIoT).

Um dispositivo SSIoT, cuja arquitetura é ilustrada na Figura 14, é formado pela conexão de um dispositivo IoT convencional a um módulo de sensoriamento espectral (*spectrum sensing*, SS), por meio de uma interface padrão com ou sem fio. Observe na Figura 13 que nem todos os dispositivos IoT precisam ser conectados a um módulo de sensoriamento.

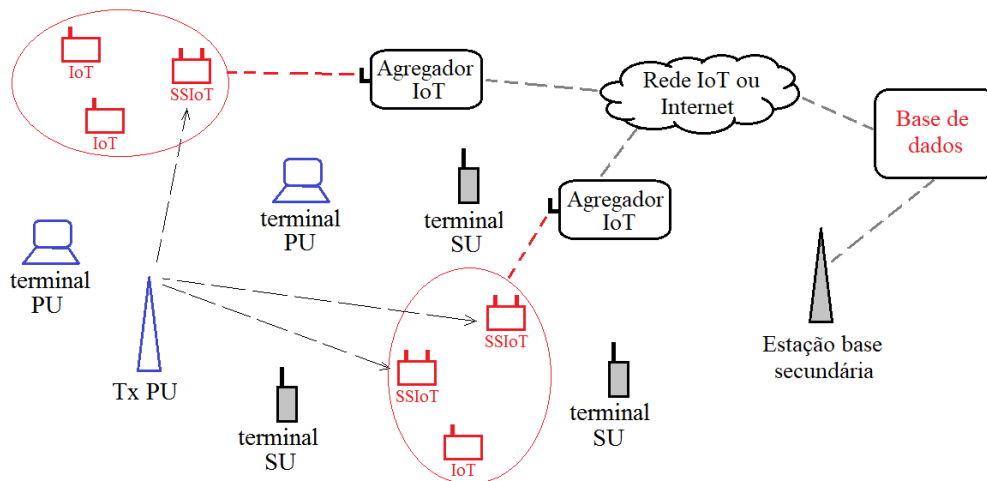


Figura 13: Arquitetura de acesso dinâmico ao espectro habilitada por base de dados alimentada por rede IoT.

O dispositivo IoT e o módulo SS possuem antenas próprias, pois suas características (principalmente a largura de banda e a frequência central de operação) são distintas na prática. Por exemplo, a rede IoT opera em uma faixa de frequências, enquanto o sensoriamento de espectro é realizado na faixa de frequências de operação da rede secundária.

Os dispositivos SSIoT monitoram o espectro de RF e transmitem as informações de sensoriamento para um agregador de IoT, que também coleta os dados próprios à IoT provenientes de um grupo (*cluster*) de dispositivos IoT que estão convenientemente próximos uns dos outros. A existência

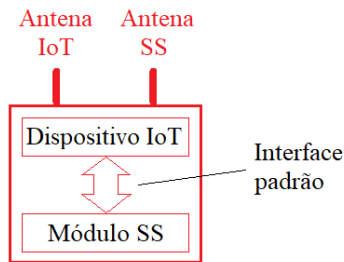


Figura 14: Dispositivo SSIoT (dispositivo IoT equipado com módulo de sensoriamento).

do agregador não é obrigatória, mas pode remover tarefas específicas, principalmente aquelas relacionadas à segurança dos dispositivos IoT e SSIoT, tornando esses dispositivos mais simples e fazendo com que fiquem protegidos contra ataques maliciosos.

Os agregadores se comunicam com a rede IoT, que pode fazer parte de uma rede Internet ou simplesmente estar conectada à Internet. A base de dados de ocupação do espectro acessa regularmente essa rede para atualizar a lista de canais disponíveis para acesso dinâmico ao espectro por parte da rede secundária. Essa base de dados também pode processar atividades atuais e passadas da rede primária para disponibilizar previsões de ocupação de bandas e outras informações relevantes que podem melhorar a precisão da busca por lacunas no espectro.

O acesso dinâmico às bandas vagas é realizado por meio de um monitoramento constante da base de dados de ocupação do espectro, o que pode ser facilmente realizado durante a comunicação regular de controle entre os terminais secundários e sua estação base.

Pode-se destacar que, na estrutura de DSA em questão, as informações do sensoriamento espectral realizado pela rede de SSIoTs são utilizadas para atualizar a base de dados de ocupação de espectro, permitindo o acesso dinâmico por parte da rede secundária sem que os terminais dessa rede sejam equipados com circuitos de sensoriamento. No entanto, os SSIoTs também podem ser aplicados para monitorar o espectro utilizado pela própria rede IoT para auxiliar seus terminais a acessar bandas menos congestionadas ou livres de interferência forte, por exemplo.

Mais detalhes sobre a arquitetura de acesso dinâmico ao espectro habilitada por base de dados alimentada por rede IoT podem ser obtidos em [28].

Apêndice

Neste apêndice demonstra-se que a potência total do sinal recebido no centro de fusão é a soma dos autovalores (ou valores próprios) da matriz de covariância do sinal recebido, sendo possível realizar a detecção a partir da comparação entre autovalores ou entre grandezas obtidas a partir deles.

No modelo de sensoriamento cooperativo tem-se $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}$. A matriz de covariância do sinal recebido é, por definição, $\mathbf{R}_Y = \mathbb{E}[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger] = \mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{R}_V$, em que \mathbf{R}_X é a matriz de covariância do sinal transmitido. Usando a propriedade $\text{tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{A}) + \text{tr}(\mathbf{B})$ tem-se que $\text{tr}(\mathbf{R}_Y) = \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger) + \text{tr}(\mathbf{R}_V)$. Usando a propriedade $\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_j \lambda_{A_j}$, sendo $\{\lambda_{A_j}\}$ os autovalores de \mathbf{A} , então $\text{tr}(\mathbf{R}_Y) = \sum_{j=1}^m \lambda_{R_{Y_j}}$, em que $\{\lambda_{R_{Y_j}}\}$ são os autovalores de \mathbf{R}_Y .

Seja \mathbf{y}_j a j -ésima linha da matriz \mathbf{Y} . Então, $\text{tr}(\mathbf{R}_Y) = \sum_{j=1}^m \mathbb{E}[\mathbf{y}_j\mathbf{y}_j^\dagger] = \sum_{j=1}^m \mathbb{E}[\sum_{i=1}^n |y_{j,i}|^2] = \sum_{j=1}^m \lim_{n \rightarrow \infty} [\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_{j,i}|^2]$, que é a potência média total do sinal recebido no centro de fusão, P_{RX} . Como $\text{tr}(\mathbf{R}_Y) = \sum_{j=1}^m \lambda_{R_{Y_j}}$, conclui-se que $\sum_{j=1}^m \lambda_{R_{Y_j}} = P_{RX}$, ou seja, a soma dos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido é igual à potência média desse sinal.

Como $\sum_{j=1}^m \lambda_{V_j} = \text{tr}(\mathbf{R}_V) = m\sigma^2$, sendo $m\sigma^2$ a potência total de ruído nos SUs, tem-se que $\sum_{j=1}^m \lambda_{V_j} = P_{\text{ruído}}$.

Sabendo que $P_{RX} = P_{\text{sinal}} + P_{\text{ruído}}$ e que $\text{tr}(\mathbf{R}_Y) = \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger) + \text{tr}(\mathbf{R}_V)$, adicionalmente conclui-se que $\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger)$ é a potência P_{sinal} referente à parcela de sinal presente em \mathbf{Y} .

Vejamos o que acontece em termos da soma dos autovalores. Para matrizes quadradas \mathbf{A} e \mathbf{B} quaisquer sabe-se que, com exceções, $\text{eig}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \neq \text{eig}(\mathbf{A}) + \text{eig}(\mathbf{B})$. Entretanto, para o caso em análise ocorre que $\text{eig}(\mathbf{R}_Y) = \text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{R}_V) = \text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger) + \text{eig}(\mathbf{R}_V)$, como demonstrado a seguir.

O conjunto de autovalores λ_{R_Y} é a solução da equação característica $\det(\mathbf{R}_Y - \lambda_{R_Y}\mathbf{I}) = 0$. Mas $\det(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{R}_V - \lambda_{R_Y}\mathbf{I}) = \det(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \sigma^2\mathbf{I} - \lambda_{R_Y}\mathbf{I}) = \det[\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger - (\lambda_{R_Y} - \sigma^2)\mathbf{I}]$, ou seja, $(\lambda_{R_Y} - \sigma^2)$ são os autovalores de $\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger$. Então $\text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{R}_V) = \text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger) + \text{eig}(\mathbf{R}_V)$, pois a seguinte igualdade deve ser satisfeita:

$$\underbrace{\lambda_{R_Y}}_{\text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{R}_V)} = \underbrace{(\lambda_{R_Y} - \sigma^2)}_{\text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger)} + \underbrace{\sigma^2}_{\text{eig}(\mathbf{R}_V)}.$$

Note que, na ausência de sinal, os autovalores de \mathbf{R}_Y serão todos iguais entre si e, portanto, como exemplo, $\lambda_1/\lambda_m = 1$. Na presença de sinal, então $\lambda_1/\lambda_m > 1$. Com este simples exemplo pode-se perceber que é possível utilizar os autovalores da matriz de covariância do sinal recebido como forma de detectar a presença do sinal primário na banda sensoriada.

Em caráter complementar, os autovalores de \mathbf{R}_Y ainda contêm informação sobre o número de transmissores (cujo termo mais geral e usual é número de fontes), pois o número de autovalores diferentes de zero em $\text{eig}(\mathbf{H}\mathbf{R}_X\mathbf{H}^\dagger)$ é igual ao número de transmissores. Utiliza-se este fato para se estimar o número de fontes de sinais a partir dos autovalores de \mathbf{R}_Y : os menores $(m-s)$ autovalores serão iguais a σ^2 , em que s é o número de fontes [29]. No entanto, na prática, tal estimativa é realizada por meio de $\hat{\mathbf{R}}_Y$ e não por meio de \mathbf{R}_Y . A classificação dos autovalores de $\hat{\mathbf{R}}_Y$ em dois grupos (os s maiores e os $(m-s)$ menores) não é portanto simples, constituindo a maior dificuldade para estimação do número de fontes de sinal.

Exercício 22: Refaça a análise apresentada neste apêndice, explicando com suas palavras cada resultado intermediário e apresentando as passagens matemáticas aqui omitidas, preferencialmente citando referências para aquelas que não forem triviais ou não forem de uso comum para você.

Exercício 23: Buscando auxiliá-lo no entendimento do referido apêndice, interaja com o arquivo `Cov_Matrix_TP553.m`, junto com o professor. Embora o arquivo esteja comentado, talvez não seja possível entender por completo o que cada comando está realizando, bem como as interpretações dos resultados e gráficos apresentados. Por essa razão, faça anotações complementares àquelas já disponíveis, de acordo com as explicações do professor.

Referências

- [1] Federal Communications Commission, FCC, *Spectrum Policy Task Force Report*. Federal Communications Commission, 2002. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=p9MQtwAACAAJ>
- [2] M. A. McHenry, P. A. Tenhula, D. McCloskey, D. A. Roberson, and C. S. Hood, “Chicago spectrum occupancy measurements & analysis and a long-term studies proposal,” in *Proceedings of the first international workshop on Technology and policy for accessing spectrum*. ACM, 2006.
- [3] J. Mitola III and G. Q. Maguire Jr., “Cognitive radio: making software radios more personal,” *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug. 1999.
- [4] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, “Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey,” *Elsevier Physical Comm.*, vol. 4, pp. 40–62, mar 2011.
- [5] Y. Arjoune and N. Kaabouch, “A comprehensive survey on spectrum sensing in cognitive radio networks: Recent advances, new challenges, and future research directions,” *Sensors*, vol. 19, no. 1, 2019, doi: 10.3390/s19010126. [Online]. Available: <http://www.mdpi.com/1424-8220/19/1/126>
- [6] X. Hong, J. Wang, C. X. Wang, and J. Shi, “Cognitive radio in 5g: a perspective on energy-spectral efficiency trade-off,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 7, pp. 46–53, July 2014.
- [7] C. R. Stevenson, G. Chouinard, Z. Lei, W. Hu, S. J. Shellhammer, and W. Caldwell, “Ieee 802.22: The first cognitive radio wireless regional area network standard,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 1, pp. 130–138, January 2009.
- [8] The Institute of Electrical and Electronic Engineers, IEEE. (2011) IEEE 802 Part 22: Cognitive Wireless RAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: Policies and Procedures for Operation in the TV Bands. [Online]. Available: <http://standards.ieee.org/getieee802/download/802.22-2011.pdf>
- [9] D. A. Guimarães and R. A. A. de Souza, “Exploring practical aspects of the FSK modulation with non-coherent matched filter detection,” *Revista de Tecnologia da Informação e Comunicação*, vol. 5, no. 1, pp. 22–28, 2015. [Online]. Available: <http://rtic.com.br/index.php/rtic/article/view/60>
- [10] R. McDonough and A. Whalen, *Detection of Signals in Noise*. Elsevier Science, 1995. [Online]. Available: https://books.google.com.br/books?id=AyBFXKzbx_QC

- [11] H. V. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation (2nd Ed.)*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994.
- [12] R. Tandra and A. Sahai, “SNR walls for signal detection,” *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 2, no. 1, pp. 4–17, 2008.
- [13] D. A. Guimarães, “Complex envelope based modems: A tutorial,” *Journal of Communication and Information Systems*, vol. 35, no. 1, pp. 34–50, Feb. 2020, doi: 10.14209/jcis.2020.4. [Online]. Available: <https://jcis.sbrt.org.br/jcis/article/view/689>.
- [14] B. Nadler, F. Penna, and R. Garello, “Performance of eigenvalue-based signal detectors with known and unknown noise level,” in *IEEE Int. Conf. Communications*, jun 2011, pp. 1–5.
- [15] L. S. Costa, D. A. Guimarães, E. P. Frigieri, and R. A. A. de Souza, “Weighted circular folding cooperative power spectral density split cancellation algorithm,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 70, no. 1, pp. 1062–1066, 2021.
- [16] S. Zhu, T. S. Ghazaany, S. M. R. Jones, R. A. Abd-Alhameed, J. M. Noras, T. Van Buren, J. Wilson, T. Suggett, and S. Marker, “Probability distribution of Rician K -factor in urban, suburban and rural areas using real-world captured data,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 7, pp. 3835–3839, Jul 2014.
- [17] S. Atapattu, C. Tellambura, and H. Jiang, “Energy detection based cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks,” *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 10, no. 4, pp. 1232–1241, April 2011.
- [18] N. Reisi, M. Ahmadian, and S. Salari, “Performance analysis of energy detection-based spectrum sensing over fading channels,” in *Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2010 6th International Conference on*, Sep. 2010, pp. 1–4.
- [19] G. H. Golub and H. A. van der Vorst, “Eigenvalue computation in the 20th century,” *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 123, no. 1-2, pp. 35–65, Nov. 2000. [Online]. Available: [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-0427\(00\)00413-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00413-1)
- [20] D. A. Guimarães, G. P. Aquino, R. R. Santos, and A. V. dos Reis, “Performance of eigenvalue-based spectrum sensing with approximate eigenvalue estimation methods,” *Journal of Communication and Information Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 239–247, Oct. 2019. [Online]. Available: <https://jcis.sbrt.org.br/jcis/article/view/667>.
- [21] D. Ramirez, J. Via, I. Santamaria, and L. L. Scharf, “Locally most powerful invariant tests for correlation and sphericity of gaussian vectors,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 59, no. 4, pp. 2128–2141, April 2013.

- [22] D. A. Guimarães, “Robust test statistic for cooperative spectrum sensing based on the Gerschgorin circle theorem,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 2445–2456, 2018.
- [23] —, “Gini index inspired robust detector for spectrum sensing over Ricean channels,” *Electronics Letters*, November 2018.
- [24] —, “Pietra-Ricci index detector for centralized data fusion cooperative spectrum sensing,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 69, no. 10, pp. 12 354–12 358, 2020.
- [25] J. S. Neto, “Contribuição ao estudo sobre sensoriamento espectral baseado em autovalor para aplicações em sistemas de rádio cognitivo,” Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel, Santa Rita do Sapucaí - MG, dez 2011.
- [26] D. A. Guimarães, *Digital Transmission: A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm*, ser. Signals and Communication Technology. Springer-Verlag, 2009.
- [27] D. A. Guimarães and R. A. A. de Souza, “Implementation-oriented model for centralized data-fusion cooperative spectrum sensing,” *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 11, pp. 1804–1807, 2012.
- [28] D. A. Guimarães, E. J. T. Pereira, A. M. Alberti, and J. V. Moreira, “Design guidelines for database-driven Internet of things-enabled dynamic spectrum access,” *Sensors*, vol. 21, no. 9, 2021. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/9/3194>
- [29] M. Wax, and T. Kailath, “Detection of signals by information theoretic criteria,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 33, no. 2, pp. 387–392, Apr. 1985.