Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Comunicações

Uma Classe de Códigos Produto e sua Decodificação Turbo Aplicada em um Sistema CDMA Multiportadora

Dayan Adionel Guimarães

Tese submetida ao **Departamento de Comunicações** da **Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação** da **Universidade Estadual de Campinas – Unicamp**, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Engenharia Elétrica**, nas áreas de **Telecomunicações e Telemática**.

Banca examinadora

Prof. Dr. **Jaime Portugheis** – *Orientador* – DECOM/FEEC – UNICAMP, SP.
Prof. Dr. **José Antônio Justino Ribeiro** – DTE/INATEL, MG.
Prof. Dr. **Marcelo Eduardo Pellenz** – PUC/PR, PR.
Prof. Dr. **Celso de Almeida** – DECOM/FEEC – UNICAMP, SP.
Prof. Dr. **Max Henrique Machado Costa** – DECOM/FEEC – UNICAMP, SP.
Prof. Dr. **Michel Daoud Yacoub** – DECOM/FEEC – UNICAMP, SP.

Campinas, SP, junho de 2003

Resumo

NESTA tese é sugerida e analisada uma classe de códigos produto e sua decodificação iterativa (turbo) e é investigada a sua aplicação em um sistema CDMA (do inglês: *Code-Division Multiple Access*) com espalhamento espectral por seqüência direta e com múltiplas portadoras ortogonais, MC-DS-CDMA (do inglês: *Multi-Carrier Direct-Sequence CDMA*), operando em um canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência. A codificação é baseada na concatenação serial de códigos de bloco de acordo com a estrutura geométrica de um código produto multidimensional. A decodificação é baseada na combinação dos algoritmos de Pyndiah e Wagner, em um processo de decodificação turbo. São analisadas duas configurações para o sistema em questão: na primeira o codificador e o decodificador de canal são convencionalmente colocados na entrada do transmissor e na saída do receptor, respectivamente. Na segunda configuração o codificador e o decodificador de canal são inseridos na estrutura do transmissor e do receptor, respectivamente. São também investigados limitantes superiores de probabilidade de erro de bit em canal AWGN (do inglês: *Additive White Gaussian Noise*) e Rayleigh, de forma a fundamentar a construção do código e a avaliação de seu desempenho. São ainda realizados cálculos de capacidade de canal, objetivando revelar os limites na transmissão de informação para as configurações investigadas. Resultados de simulação são então apresentados, discutidos e comparados com os respectivos limitantes e capacidades. Tais resultados mostram que o esquema de codificação e decodificação proposto é atrativo e que o desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado pode suplantar significativamente o desempenho do sistema não codificado, podendo-se manter inalteradas a banda e a taxa de informação em relação ao sistema não codificado.

Abstract

IN this thesis it is suggested and analyzed a class of product codes with its iterative (turbo) decoding, and it is investigated the application of the suggested class in a Multi-Carrier Direct-Sequence Code Division Multiple Access (MC-DS-CDMA) system, operating in a multi-path frequency-selective Rayleigh fading channel. The coding scheme is based on a serial concatenation of block codes, according to the geometric structure of a multidimensional product code. The decoding scheme is based on a combination of Pyndiah's and Wagner's algorithms in a block turbo decoding process. Two MC-DS-CDMA system configurations are analyzed: in the first one, the channel coder and the channel decoder are conventionally assumed to be at the input of the transmitter and at the output of the receiver, respectively. In the second one, it is assumed that the coder and the decoder are inserted in the structure of the transmitter and receiver, respectively. Upper bounds on bit error probability are investigated for the AWGN and the Rayleigh fading channels, to support the code construction and to evaluate its performance. Channel capacity calculations are performed to reveal the information transmission limits for the investigated MC-DS-CDMA system configurations. Simulation results are also presented, discussed, and compared to the capacity and bounds. These results show that the performance of the proposed coding/decoding scheme is attractive and that the coded MC-DS-CDMA system can significantly outperform the uncoded one, without the need of increasing the transmission bandwidth or decreasing the information rate.

Aos meus pais e irmãos: conselheiros e amigos inseparáveis, exemplos de sabedoria, humildade e dignidade.

... "Hesitei muito tempo antes de publicá-la (a obra) e muitas vezes ela me fez sentir, em nela trabalhando, que não basta ter escrito algumas brochuras para saber compor um livro. Depois de vãos esforços para fazer-la melhor, creio dever entrega-la tal como é, julgando que cumpre solicitar a atenção pública para a questão; e que, mesmo sendo minhas idéias erradas, se despertar boas em outros, não terei perdido inteiramente meu tempo. Um homem que, de seu retiro, entrega seus manuscritos ao público, sem promotores, sem partido que os defenda, sem saber sequer o que deles pensam ou o que deles dizem, não deve temer que admitam seus erros sem crítica em caso de se ter enganado".

Jean-Jacques Rousseau
em ***Emílio ou da Educação***
(*grifo meu*)

Agradecimentos

A *Deus*, por sua onipresença constante e confortante em mais essa etapa desafiadora e importante de minha vida.

Aos meus pais *Hélio* e *Janete*, que não mediram esforços para que eu pudesse deixar (e tivesse que deixar) a minha pequena e pacata cidade natal, Carrancas - MG, para começar meu curso técnico, há mais de dezoito anos atrás.

Aos meus irmãos *Veneli*, *Ranieri* e *Leovani*, e à minha namorada *Marlene*, o meu mais sincero agradecimento pela incondicional torcida.

Ao Prof. Dr.-Ing. *Jaime Portugheis*, um especial agradecimento pela orientação eficaz de meus trabalhos de pesquisa desde o início do mestrado, há sete anos atrás.

Aos meus colegas de trabalho no Inatel, especialmente aos professores *José Marcos Câmara Brito*, *Geraldo Gil Ramundo Gomes* e *José Santo Guiscafre Panaro*, pelas discussões técnicas (e não técnicas) e também pelo companheirismo, apoio e amizade.

À Direção do Inatel durante as gestões 1995-1998, 1999-2002 e 2003-2006, pela oportunidade de participação no Programa de Capacitação Docente.

Aos membros da banca examinadora, pelas sugestões.

Conteúdo

Lista de reduções **ix**

Capítulo 1 - Introdução **1**

1.1. Sistemas com múltiplas portadoras 1
1.1.1. Sistema MCM 2
1.1.2. Sistema MC-CDMA 3
1.1.3. Sistema MC-DS-CDMA 4
1.1.4. Sistema MT-CDMA 5
1.1.5. Sistema MC-DS-CDMA-FSC 6
1.1.6. Sistema MC-DS-CDMA modificado 7
1.2. Aspectos de implementação de sistemas multiportadora 11
1.3. Motivação 13
1.4. Contribuições e estrutura da tese 16

Capítulo 2 - Capacidade de canal para o sistema MC-DS-CDMA **19**

2.1. Fundamentação teórica 19
2.1.1. Alguns resultados da Teoria da Informação 20
2.1.2. Capacidade do canal AWGN discreto e contínuo 22
2.1.3. O Teorema da Codificação de Canal 24
2.1.4. Capacidade do canal AWGN para sinalização BPSK 26
2.2. Capacidade do canal Rayleigh seletivo em freqüência para transmissão multiportadora 32

2.2.1. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh plano 33

2.2.2. Capacidade de múltiplos canais AWGN em paralelo 37

2.2.3. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para transmissão multiportadora 39

2.3. Análise para o sistema MC-DS-CDMA modificado 40

2.3.1. Introdução 41

2.3.2. O modelo do canal 44

2.3.3. Interferências 46

2.3.4. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador externo – *esquema 1* – e combinador EGC 50

2.3.5. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador embutido – *esquema 2* 65

2.3.6. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador externo – *esquema 1* – e combinador MRC 72

Capítulo 3 - Construção dos códigos produto e análise de limitantes 79

3.1. Limitante superior de probabilidade de erro de bit 79

3.1.1. A probabilidade de erro par-a-par e o limitante de união 80

3.1.2. Probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares 82

3.2. Probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares concatenados em série e em paralelo 88

3.2.1. Análise de limitantes para concatenação paralela de dois códigos de bloco em canal AWGN 89

3.2.2. Análise de limitantes para concatenação serial de dois códigos de bloco em canal AWGN 95

3.2.3. Análise de limitantes para concatenação serial de três códigos de bloco em canal AWGN 101

3.2.4. Extensão das análises de limitantes para canal com desvanecimento Rayleigh 103

3.3. Probabilidade de erro de bit para códigos produto compostos por códigos de bloco com construção multinível 104

3.3.1. Construção multinível de códigos de bloco 105

3.3.2. Concatenação serial de códigos de bloco com construção multinível através da estrutura de códigos produto 110

3.3.3. Comentários sobre critérios de construção de esquemas de codificação para canais com desvanecimento Rayleigh 118

3.3.4. Resultados de cálculo de limitantes de probabilidade de erro de bit 120

Limitantes em canal AWGN 120

Limitantes em canal Rayleigh 126

Capítulo 4 - Decodificação turbo dos códigos produto 131

4.1. O algoritmo de Wagner 131

4.2. Decodificação turbo através da combinação dos algoritmos de Wagner e Pyndiah 134

4.2.1. Conceitos sobre decodificação turbo de códigos de bloco 134

Algoritmo de Chase (1972) 139

Algoritmo BCJR (1974) 139

Algoritmo SOVA (1989) 140

Algoritmo de Kaneko (1994) 140

Algoritmo Log-MAP (1995) 141

Algoritmo de Pyndiah (1998) 141

Algoritmo de Dave (2001) 142

4.2.2. Operação dos algoritmos de Wagner e Pyndiah para decodificação iterativa de códigos de bloco com construção multinível concatenados em série 142

4.3. Desempenho em canal AWGN 147

4.4. Desempenho em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor 156

Capítulo 5 - Aplicação dos esquemas de codificação e decodificação no sistema MC-DS-CDMA 165

5.1. Análise do sistema MC-DS-CDMA por simulação computacional 165

5.2. Codificação de canal para o sistema MC-DS-CDMA 168

5.2.1. Introdução 168

5.2.2. Codificação de canal segundo o *esquema 1* 169

5.2.3. Codificação de canal segundo o *esquema 2* 171

5.2.4. Adequação dos parâmetros do sistema para operação com mesma banda e mesma taxa de informação nas configurações dos *esquemas 1* e *2* 172

5.2.5. Resultados e interpretações adicionais sobre capacidade 174

5.2.6. Resultados de simulação 179

Sistema sem codificação de canal 180

Codificação de canal segundo o *esquema 1* 181

Codificação de canal segundo o *esquema 2* 185

5.2.6. Relações entre potências de transmissão para os esquemas estudados 187

Caso geral – pares M e S quaisquer 188

Caso particular – pares M e S iguais e $\lambda = 1$ 189

Capítulo 6 - Sumário e conclusões **191**

6.1. Comentários gerais 192

6.2. Algumas indagações e oportunidades para estudos futuros 195

Referências 201

Apêndice A – Cálculo da função densidade de probabilidade do desvanecimento na saída do combinador MRC 209

Apêndice B – Publicações do autor 213

Anexo A – CD com arquivos relacionados à tese 215

Lista de reduções

Redução	Significado
A	Valor limite superior do somatório utilizado na definição da integral exponencial Ei(x).
$A(H)$	Função de Distribuição de Pesos, WEF.
A/D	Conversor analógico/digital.
ADSL	Do Inglês, *Asymmetric Digital Subscriber Line*. Tecnologia utilizada em modems de alta velocidade, com aplicação principal nas linhas de transmissão metálicas correspondentes ao link de acesso do assinante.
A_h	Número de palavras-código com peso de Hamming h.
AWGN	Do Inglês, *Additive White Gaussian Noise*. Ruído aditivo gaussiano branco.
B	Largura de faixa, medida em Hertz.
$B_{w,h}^{C^m}$	Elementos da matriz IOWEM da m-ésima potência da função IOWEF do código $\boldsymbol{C}$.
$B(W,H)$	Função de distribuição de pesos de entrada-saída, IOWEF.
BCJR	Iniciais dos sobrenomes dos inventores do correspondente algoritmo. São eles: L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek e J. Raviv.
BEP	Do Inglês, *Bit Error Probability*. Probabilidade de erro de bit.
BER	Do Inglês, *Bit Error Rate*. Taxa de erro de bit.
BPSK	Do Inglês, *Binary Phase Shift Keying*. Modulação binária por deslocamento de fase de 180º de um símbolo em relação ao outro.
BRAN	Do Inglês, *Broadband Radio Access Network*. Rede de acesso de banda larga. Proposta de padrão do ETSI para rede sem fio.
BTC	Do Inglês, *Block Turbo Code*. Código turbo de bloco.
$\boldsymbol{B}$	Matriz IOWEM.

$B_w(H)$	Função de distribuição de pesos condicional, CWEF.
$B_{w,h}$	Número de palavras-código de peso h geradas por palavras de informação de peso w. Elementos da matriz IOWEM, $\boldsymbol{B}$.
C	Capacidade de canal, medida em bits por uso do canal.
$\boldsymbol{C}$	Arranjo competidor do arranjo decidido $\boldsymbol{D}$. Redução também utilizada para discriminar a matriz IRWEM.
$C^{**}_{Rayleigh}$	Capacidade do canal Rayleigh plano para entrada com alfabeto ilimitado (entrada contínua), medida em bits por segundo.
C^{**}_{CVT}	Capacidade do canal variante no tempo, medida em bits por segundo.
$C_{Rayleigh}$	Capacidade do canal Rayleigh plano para entrada com alfabeto ilimitado (entrada contínua), medida em bits por uso do canal.
$C^{*}_{Rayleigh}$	Capacidade do canal Rayleigh plano para entrada com alfabeto ilimitado (entrada contínua), medida em *nats* por dimensão.
$C(t)$	Seqüência código de espalhamento ou seqüência pseudo-aleatória (PN) de espalhamento, contínua no domínio do tempo.
$C(W,Z)$	Função de distribuição de pesos de entrada-paridade, IRWEF.
$C(\gamma)$	Capacidade do canal AWGN para entrada contínua, medida em bits por uso do canal, condicionada a um valor da relação sinal-ruído γ.
C^{*}	Capacidade de canal, em bits por dimensão ou *nats* por dimensão.
C^{**}	Capacidade de canal, em bits por segundo.
C_{BPSK}	Capacidade do canal AWGN, para sinalização BPSK, em bits por uso do canal.
C_{CVT}	Capacidade do canal variante no tempo, medida em bits por uso do canal.
CD	Do Inglês, *Compact Disk*. Termo usado para discriminar um disco óptico.
CDM	Do Inglês, *Code Division Multiplexing*. Multiplexação por divisão em código.
CDMA	Do Inglês, *Code Division Multiple Access*. Técnica de múltiplo acesso por divisão em código.
$\boldsymbol{C}_e$	Código externo.
$\boldsymbol{C}_i$	Código interno.

CODIT	Do Inglês, *Code-division Testbed*. Parte do programa europeu RACE relacionada à pesquisa e desenvolvimento baseados em CDMA.
combin(x,y)	Combinação de x elementos tomados y a y.
COST	Do Inglês, *European Co-operation in the field of Science and Technology*. Do Francês, *Cooperation europeenne dans le domaine de la recherche Scientifique et Technique*.
CTC	Do Inglês, *Convolutional Turbo Code*. Código turbo convolucional.
CVT	Canal variante no tempo.
$C_{w,z}$	Número de palavras-código geradas por palavras de informação de peso w e cuja paridade tem peso z. Elementos da matriz IRWEM, $\boldsymbol{C}$.
CWEF	Do Inglês, *Conditional Weight Enumerating Function*. Função de distribuição de pesos condicional.
C_x	Identificação do *chip* de índice x de uma seqüência de espalhamento pseudo-aleatória, onde x = 1, 2, ... N é um número inteiro qualquer e N é o comprimento da seqüência.
D	Dimensão do código produto. Também utilizada para representar a componente de sinal presente na variável de decisão no sistema MC-DS-CDMA modificado.
d	Índice da dimensão de um código produto, d = 0, 1, ..., D-1.
$d_e^2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$	Distância Euclidiana quadrática entre os vetores $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$.
$\boldsymbol{D}$	Arranjo correspondente à decisão tomada pelo algoritmo de decodificação.
D/A	Conversor digital/analógico.
DAB	Do Inglês, *Digital Audio Broadcasting*. Padrão de rádio-difusão de áudio digital.
dB	Decibel ou decibéis.
DFT	Do Inglês, *Discrete Fourier Transform*. Transformada discreta direta de Fourier.
d_i	Componente de $\boldsymbol{D}$.
d_{ij}	Distância Euclidiana entre os vetores ou sinais $\mathbf{s}_i$ e $\mathbf{s}_j$.
$d_{\min}$	Distância de Hamming mínima.

DVB	Do Inglês, *Digital Video Broadcasting*. Padrão de rádio-difusão de TV digital.
e	Constante de Nepper cujo valor aproximado é 2,71828182846.
E	Constante de Euler. Seu valor aproximado é 0,5772156649015328606
$\boldsymbol{E}$	Arranjo correspondente à entrada suave do algoritmo de decodificação turbo.
$\mathrm{E}(x)$	Esperança matemática da variável aleatória x ou do processo aleatório $x = f(y)$.
E_b	Energia média por bit de informação.
EGC	Do Inglês, *Equal Gain Combining*. Combinador com ganhos iguais. Simples soma de sinais com eventual correção de fase, se necessário.
$\mathrm{Ei}(x)$	Integral exponencial de $x = f(y)$.
$\mathrm{erf}(x)$	Função erro. Igual a $1 - \mathrm{erfc}(x)$.
$\mathrm{erfc}(x)$	Função erro complementar. Igual a $1 - \mathrm{erf}(x)$.
E_s	Energia média por símbolo da modulação.
ETSI	Do Inglês, *European Telecommunication Standards Institute*. Instituto Europeu de padronização para telecomunicações.
$\exp(x)$	O mesmo que e^x.
f	Variável freqüência contínua.
f_c	Freqüência de portadora, em Hertz.
FEC	Do Inglês, *Forward Error Correction*. Técnica de correção de erros através do par: codificador de canal (localizado no transmissor) e decodificador de canal (localizado no receptor).
FFT	Do Inglês, *Fast Fourier Transform*. Transformada rápida direta de Fourier.
f_x	Valor da freqüência central de índice x, onde x é um número inteiro qualquer.
$\boldsymbol{G}$	Matriz geradora de um código de bloco linear.
$\boldsymbol{g}$	Arranjo (vetor ou matriz) de valores de estado de canal.
$G[i]$	Valor associado (mas não necessariamente igual) ao ganho do canal com desvanecimento no instante de tempo discreto i.
GAC	Do Inglês, *Generalized Array Code*. Código de arranjo generalizado.

GCC	Do Inglês, *Generalized Code Concatenation*. Concatenação Generalizada de Códigos.
G_e	Ganho espectral, definido como a relação entre a largura de faixa necessária sem qualquer sobreposição espectral em um sistema multiportadora e aquela com a sobreposição considerada.
$H(t)$	Função resposta ao impulso.
$H(x)$	Entropia de x.
HDSL	Do Inglês, *High-rate Digital Subscriber Line*. Tecnologia utilizada em modems de alta velocidade, com aplicação principal nas linhas de transmissão metálicas correspondentes ao link de acesso do assinante.
HIPERLAN/2	Do Inglês, *High Performance* LAN/2. Rede local sem fio de alto desempenho. Proposta de padrão de rede local sem fio.
$I(X;Y)$	Informação mútua. Incerteza sobre a entrada X do canal que é "removida" após a observação da saída Y.
$I(x_k)$	Quantidade de Informação obtida após a observação do evento $X = x_k$.
i.i.d.	Independentes e identicamente distribuídas(os).
I_1	Interferência devida aos L - 1 percursos de propagação diferentes de n, causada pela mesma portadora q do mesmo usuário k = 1.
I_2	Interferência devida aos L - 1 percursos de propagação diferentes de n, causada pelas outras portadoras diferentes de q, do mesmo usuário k = 1.
I_3	Interferência devida aos L percursos de propagação, causada pela mesma portadora q , dos outros usuários k = 2, ... K.
I_4	Interferência devida aos L percursos de propagação, causada pelas outras portadoras diferentes de q , dos outros usuários k = 2, ... K.
ICI	Do Inglês, *Inter-Carrier Interference*. Interferência entre sinais transportados por diferentes portadoras.
IDFT	Do Inglês, *Inverse Discrete Fourier Transform*. Transformada discreta inversa de Fourier.
$\boldsymbol{I}_e$	Arranjo correspondente à informação extrínseca.
IEEE	Do Inglês, *Institute of Electrical and Electronics Engineers*. Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos, com origem nos Estados Unidos, mas com abrangência mundial.
i_{ei}	Componente de $\boldsymbol{I}_e$.

IFFT	Do Inglês, *Inverse Fast Fourier Transform*. Transformada rápida inversa de Fourier.
inner	Termo referente a um código interno.
IOWEF	Do Inglês, *Input-Output Weight Enumerating Function*. Função de distribuição de pesos de entrada-saída.
IOWEM	Do Inglês, *Input-Output Weight Enumerating Matrix*. Matriz de distribuição de pesos de entrada-saída.
IOWEM_e	IOWEM estendida.
IOWEV	Do Inglês, *Input-Output Weight Enumerating Vector*. Vetor de distribuição de pesos de entrada-saída.
IRWEF	Do Inglês, *Input-Redundancy Weight Enumerating Function*. Função de distribuição de pesos de entrada-paridade.
IRWEM	Do Inglês, *Input-Redundancy Weight Enumerating Matrix*. Matriz de distribuição de pesos de entrada-paridade.
ISDB-T	Do Inglês, *Integrated Services Digital Broadcasting*. Sistema de difusão de serviços digitais integrados.
ISI	Do Inglês, *Inter-Symbol Interference*. Interferência intersimbólica.
k	Número de bits de informação de um bloco de entrada de um codificador de canal de taxa k/n. Também usado para indexar cada usuário nas expressões de análise do sistema MC-DS-CDMA modificado.
K	Número de usuários considerados na análise de desempenho do sistema MC-DS-CDMA modificado com e sem codificação de canal.
L	Número de percursos discrimináveis por portadora para o caso de uso do sistema MC-DS-CDMA modificado.
l	Índice de cada percurso de propagação discriminável por portadora recebida no sistema MC-DS-CDMA modificado, $l = 1, 2, ..., L$.
$L(x)$	Razão de log-verossimilhança de x. Também conhecida como LLR.
L_1	Número de percursos discrimináveis para o sistema CDMA com portadora única.
LLR	Do Inglês, *Log-Likelihood Ratio*. Razão de log-verossimilhança.
Log-MAP	Algoritmo MAP no domínio das log-verossimilhanças.
M	Número de saídas do conversor série/paralelo dos sistemas multiportadora analisados. Redução também atribuída ao número de sinais ou símbolos em um

esquema de sinalização *M*-ária.

m	Índice absoluto das portadoras moduladas na saída do sistema MC-DS-CDMA modificado, $m = 1, 2, ... MS$. Também corresponde ao expoente das funções de distribuição de pesos consideradas nos cálculos de limitantes.
MAP	Do Inglês, *Maximum-A-Posteriori*. Critério de decisão do máximo *a-posteriori*.
MC-CDMA	Do Inglês, *Multi-Carrier Code-Division Multiple Access*. Um dos sistemas multiportadora que utiliza técnica de múltiplo acesso CDMA.
MC-DS-CDMA	Do Inglês, *Multi-Carrier Direct-Sequence Code-Division Multiple Access*. Sistema de acesso múltiplo por divisão em código, utilizando espalhamento espectral por seqüência direta e modulação multiportadora.
MC-DS-CDMA-FSC	Do Inglês, *Multi-Carrier Direct-Sequence Code Division Multiple Access using Frequency Spread Coding*. Sistema de acesso múltiplo por divisão em código, utilizando espalhamento espectral por seqüência direta, modulação multiportadora e multiplexação em código.
MCM	Do Inglês, *Multi-Carrier Modulation*. Uma das técnicas de modulação multiportadora.
MC-SSMA	Do Inglês, *Multi-Carrier Spread Spectrum Multiple Access*. Nome alternativo para o sistema MC-CDMA.
ML	Do Inglês, *Maximum Likelihood*. Critério de decisão de máxima verossimilhança (MV).
MRC	Do Inglês, *Maximal Ratio Combining*. Combinador em cujos sinais a serem somados aplicam-se ganhos distintos e eventual correção de fase, se necessário.
MT-CDMA	Do inglês, *Multi Tone Code Division Multiple Access*. Um dos sistemas multiportadora que utiliza técnica de múltiplo acesso CDMA.
MV	Critério de decisão de máxima verossimilhança. Do termo em Inglês *Maximum Likelihood* (ML).
N	Número de bits de informação de um bloco de saída de um codificador de canal de taxa k/n. Também usado para indexar os λ filtros casados por portadora do sistema MC-DS-CDMA modificado.
N	Comprimento (número de *chips*) da seqüência código de espalhamento para o caso de uso do sistema MC-DS-CDMA modificado. Também igual ao comprimento do bloco de entrelaçamento temporal em esquemas de concatenação.
N_0	Densidade espectral (unilateral) de potência de ruído, medida em Watts por Hertz.

$N_0/2$	Densidade espectral (bilateral) de potência de ruído, medida em Watts por Hertz.
N_1	Comprimento (número de *chips* por símbolo da modulação) da seqüência código de espalhamento para o caso de uso do sistema CDMA com portadora única.
OFDM	Do Inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*. Técnica de multiplexação através de canalização por freqüências ortogonais.
OFDM-CDMA	Combinação da multiplexação OFDM com a técnica de múltiplo acesso CDMA.
Outer	Termo referente a um código externo.
Overlay	Termo associado à sobreposição espectral de sistemas distintos, com ou sem coincidência de faixa de freqüência utilizada.
P	Índice de cada uma das M saídas do conversor série/paralelo do sistema MC-DS-CDMA modificado.
P	Potência, medida em Watts, normalizada em relação a uma carga de 1 ohm. Quando associada ao sistema MC-DS-CDMA, corresponde à potência de transmissão por portadora.
$P(x)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória contínua x.
$p(x,y)$	Função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias contínuas x e y.
$p(x\|y)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória contínua x, condicionada à observação ou conhecimento da variável aleatória contínua y.
$p(x_k)$	Probabilidade de ocorrência do evento discreto $X = x_k$.
$p(x_k,y_k)$	Probabilidade conjunta de ocorrência dos eventos discretos $X = x_k$ e $Y = y_k$.
$p(x_k\|y_k)$	Probabilidade de ocorrência do evento discreto $X = x_k$, condicionado à ocorrência do evento discreto $Y = y_k$.
P/S	Conversor paralelo/série.
$P\{\mathbf{s}_i \rightarrow \mathbf{s}_j\}$	Probabilidade de erro par-a-par. É a probabilidade de, tendo-se transmitido o sinal $\mathbf{s}_i$, ter-se $\mathbf{s}_j$ mais próximo do vetor recebido $\mathbf{r}$ do que $\mathbf{s}_i$.
PAPR	Do Inglês, *Peak-to-Average Power Ratio*. Relação entre a potência de pico a potência eficaz.
P_b	Probabilidade de erro de bit.

PCBC	Do Inglês, *Parallel Concatenated Block Code*. Código de bloco formado pela concatenação paralela de códigos de bloco componentes.
PN	Sigla do termo em Inglês *Pseudo-Noise*, normalmente associada a uma seqüência pseudo-aleatória em um sistema com espalhamento espectral.
P_p	Probabilidade de erro de palavra.
$P_p(\mathbf{s}_i)$	Probabilidade de erro de palavra, tendo-se transmitido a palavra $\mathbf{s}_i$.
Q	Cardinalidade do alfabeto de uma modulação. Também corresponde a um parâmetro usado no cálculo de interferências para análise do sistema MC-DS-CDMA modificado dos sistemas codificados derivados, conforme (2.57).
q	Índice absoluto das portadoras moduladas na saída do sistema MC-DS-CDMA modificado, $q = p + M(\nu - 1)$.
$Q(x)$	Função de probabilidade gaussiana. Utilizada para se determinar a área sob a cauda da função gaussiana.
r	Parâmetro de interferência.
$\boldsymbol{R}$	Arranjo correspondente ao sinal recebido.
$r(t)$	Sinal recebido, contínuo no domínio do tempo.
RACE	Do Inglês, *Research and development in advanced communications technologies in Europe*. Programa de pesquisa e desenvolvimento para o avanço das tecnologias de telecomunicações da Europa.
RAKE	Tipo de receptor para sistemas com espalhamento espectral por seqüência direta capaz de proporcionar ganho de diversidade de múltiplos percursos de propagação.
R_c	Taxa de um código, igual ao quociente k/n. Pode também ser interpretado como a fração de informação que flui em um sistema com codificação de canal.
r_i	Componente de $\boldsymbol{R}$.
RSR	Relação sinal-ruído. Relação entre a potência média de sinal e a potência média de ruído.
Rx	Receptor.
S	Número de repetições de cada bit de saída do conversor série/paralelo do sistema MC-DS-CDMA modificado. Para o sistema com codificação de canal embutida, S é o recíproco da taxa do codificador utilizado em cada uma das M saídas do conversor série/paralelo.
S/P	Conversor série/paralelo.

SCBC	Do Inglês, *Serial Concatenated Block Code*. Código de bloco formado pela concatenação serial de códigos de bloco componentes.
sc_x	Códigos de espalhamento ou seqüências pseudo-aleatórias utilizadas no sistema MC-DS-CDMA-FSC na multiplexação CDM, onde x é o índice de cada código.
SIHO	Do Inglês, *Soft-Input, Hard-Output*. Entrada suave e saída abrupta.
SISO	Do Inglês, *Soft-Input, Soft-Output*. Entrada suave e saída suave.
SOVA	Do Inglês, *Soft-Input Soft-Output Viterbi Algorithm*. Algoritmo SISO baseado em uma modificação do algoritmo de Viterbi.
t	Variável temporal contínua.
T	Duração de um símbolo da modulação.
T_{b}	Duração de um bit de informação.
T_{c}	Duração de um *chip* da seqüência pseudo-aleatória usada no sistema MC-DS-CDMA modificado.
T_{c1}	Duração de um *chip* da seqüência pseudo-aleatória usada no sistema CDMA com portadora única.
TDMA	Do Inglês, *Time Division Multiple Access*. Múltiplo acesso por divisão no tempo.
Tx	Transmissor.
$Var(x)$	Variância de x.
VDSL	Do Inglês, *Very high-rate Digital Subscriber Line*. Tecnologia utilizada em modems de alta velocidade, com aplicação principal nas linhas de transmissão metálicas correspondentes ao link de acesso do assinante.
W	Largura de faixa total do sinal transmitido pelo sistema MC-DS-CDMA modificado (nulo esquerdo ao nulo direito dos lóbulos principais dos espectros das portadoras moduladas mais externas) ou pelo sistema CDMA com portadora única (nulo-a-nulo do lóbulo principal do espectro resultante).
WEF	Do Inglês, *Weight Enumerating Function*. Função de distribuição de pesos.
w_i	Peso de Hamming da palavra-código de índice i.
WLAN	Do Inglês, *Wireless Local Area Network*. Rede local sem fio.
WMAN	Do Inglês, *Wireless Metropolitan Area Network*. Rede metropolitana sem fio.
X	Valor limite superior do somatório utilizado para cálculos de capacidade.

Z	Variável de decisão.
α	Fator de ponderação da informação extrínseca no processo iterativo da decodificação turbo.
β	Variável com distribuição Rayleigh associada à magnitude de um processo gaussiano complexo de média nula. Também utilizada para discriminar o fator de ponderação para cálculo da decisão suave do algoritmo de Pyndiah.
δ	Dimensionalidade do espaço de sinais.
$\delta(t)$	Função Delta de Dirac.
γ	Relação sinal-ruído média no canal, ou instantânea, dependendo do contexto.
$\gamma[i]$	Valor da relação sinal-ruído γ no instante de tempo discreto i.
Γ	Relação sinal-ruído média local (*local mean*).
$\Gamma(x)$	Função *Gamma* completa. Para valores inteiros e positivos do argumento, $\Gamma(x) = (x - 1)!$
η	Capacidade de canal em termos de eficiência espectral, medida em bits por segundo por Hertz. Símbolo também utilizado para representar a componente de ruído presente na variável de decisão para o sistema MC-DS-CDMA modificado.
$\eta(t)$	Função correspondente à componente de ruído presente no sinal recebido pelo sistema MC-DS-CDMA modificado.
λ	Número de filtros casados por portadora modulada recebida no sistema MC-DS-CDMA modificado.
μ	Parâmetro de correlação cruzada.
ν	Índice de cada uma das S réplicas dos bits de saída do sistema MC-DS-CDMA modificado. Índice de cada uma das saídas do codificador de canal embutido na estrutura do sistema MC-DS-CDMA modificado. Índice de cada uma das S entradas do combinador do receptor no sistema MC-DS-CDMA modificado. Índice de cada uma das S entradas do decodificador substituto do combinador do sistema MC-DS-CDMA modificado.
π	Constante de Archimedes com valor aproximado igual a 3,141592654, correspondente à divisão do comprimento de uma circunferência pelo seu raio.
ρ	Coeficiente de correlação entre as envoltórias das S portadoras em cada um dos M ramos do sistema MC-DS-CDMA modificado.
π_ν	Discriminação dada a um bloco de entrelaçamento temporal de índice ν, onde $\nu = 1, 2, ... S$, no sistema MC-DS-CDMA.

π_{ν}^{-1}	Discriminação dada a um bloco de desentrelaçamento temporal de índice ν, onde $\nu = 1, 2, ... S$, no sistema MC-DS-CDMA.
ζ	Intervalo de tempo entre as réplicas dos bits de entrada dos blocos de entrelaçamento temporal do sistema MC-DS-CDMA modificado; após passarem por estes blocos.
ξ	Energia por dimensão ou por uso do canal, neste sentido podendo ser interpretada como potência do sinal de entrada do canal.
ε	Taxa de erro de bloco.
$\langle x \rangle$	Média estatística em x.
χ_1	Constante definida conforme (2.58).
σ^2	Variância do ruído AWGN. Igual à potência normalizada (1 ohm) do ruído AWGN. Nos cálculos de capacidade para o sistema MC-DS-CDMA modificado este valor corresponde à soma da variância do ruído AWGN com a variância das interferências.
χ_2	Constante definida de acordo com (2.59).
$\varphi_{\nu,p}$	Fase, em radianos, da portadora de índices ν e p, gerada no receptor do sistema MC-DS-CDMA modificado e do sinal recebido transportado por cada portadora de índices ν e p.
Δ	Intervalo de guarda correspondente à extensão cíclica na implementação de sistemas OFDM.
Δf	Largura de faixa, em Hertz, para cada sub-canal de um conjunto de sub-canais em paralelo.
Θ	Taxa de queda da intensidade dos percursos de propagação com o tempo no perfil exponencial de distribuição de intensidade de potência.
Σ	Símbolo de somatório.
Ω	Valor médio quadrático da magnitude de um processo gaussiano complexo de variância σ_l^2.
2D	Bidimensional.
3D	Tridimensional.

Capítulo 1

Introdução

NESTE capítulo registram-se alguns comentários sobre as configurações mais comuns de sistemas com múltiplas portadoras, com destaque e maior profundidade na abordagem do sistema MC-DS-CDMA (do Inglês, *Multi-Carrier Direct-Sequence Code Division Multiple Access*) objeto dos estudos apresentados neste trabalho. Aspetos relacionados à implementação destes sistemas são também discutidos resumidamente e em seguida revelam-se os motivos para a escolha do estudo sobre esquemas de codificação de canal para o sistema MC-DS-CDMA. São também listadas as principais contribuições do trabalho e, por fim, apresenta-se a estrutura da tese.

1.1. Sistemas com múltiplas portadoras

Existem várias configurações possíveis para os denominados *sistemas com múltiplas portadoras* (ou simplesmente *sistemas multiportadora*), dentre as quais podendo ser destacadas aquelas consideradas em [Bin90], [Cio91], [Yee93], [Sou96], [Har96], [Har97], [Kai98] e [Mat99]. A despeito das particularidades, similaridades e diferenças entre as configurações supracitadas, de maneira genérica os *sistemas com múltiplas portadoras subdividem a largura de faixa disponível do canal em sub-faixas de forma que o feixe de dados original seja transmitido através de canais (sub-faixas) em paralelo*. O propósito principal de tal implementação consiste em transformar, do ponto de vista do sinal transmitido, um canal de comunicação potencialmente seletivo em freqüência, em

vários canais aproximadamente planos. Além de possibilitar redução na complexidade do receptor, esta implementação busca melhores desempenhos que a transmissão com portadora única, ou seja, pretende-se elevar a taxa de transmissão ou reduzir a probabilidade de erro de bit na detecção.

Uma das formas mais conhecidas de modulação multiportadora – e que por esta razão já merece ser antecipadamente destacada – é a técnica OFDM (do Inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [Zou95], [Sar95]. A junção da modulação multiportadora com a técnica de múltiplo acesso CDMA, também conhecida como OFDM-CDMA [Kai98, p. 6] trouxe a possibilidade de implementação dos chamados esquemas CDMA com múltiplas portadoras, dentre os quais alguns serão brevemente abordados neste capítulo. Deve-se ressaltar que objetiva-se com essa abordagem apenas mostrar algumas das possíveis configurações dos sistemas CDMA com múltiplas portadoras propostos na literatura, sem, contudo, analisar e avaliar, comparativamente, o desempenho e as características específicas de cada uma delas, dadas as mais diversas aplicações e situações consideradas pelos precursores destas propostas. Atenção maior será dada ao sistema MC-DS-CDMA objeto de estudo do presente trabalho e inicialmente proposto em [Sou96]. Algumas comparações e outros detalhes sobre as implementações aqui mencionadas podem ser encontradas em [Pra96], [Har97] e nas referências citadas ao longo de cada subseção a seguir.

1.1.1. Sistema MCM

Uma possível implementação de um sistema com múltiplas portadoras foi denominada Modulação Multiportadora, MCM (do Inglês, *Multi-Carrier Modulation*), explorada por Bingham em [Bin90]. A técnica abordada em [Bin90] é semelhante àquela utilizada nos *modems* de alta velocidade HDSL (do Inglês, *High-rate Digital Subscriber Line*). Nessa técnica, a seqüência de bits de entrada do transmissor é convertida para a forma paralela e as saídas são agregadas em vários grupos de tamanho variável. Cada grupo de bits modula uma portadora através de uma técnica de modulação com número de níveis diferentes e os sinais resultantes são somados e então enviados ao meio de comunicação. Modulações com maior número de níveis (maior eficiência espectral e menor eficiência de potência) são utilizadas em sub-faixas nas quais o canal propicia níveis mais elevados de relação sinal-ruído ou menor distorção do sinal. Modulações com menor número de níveis (menor eficiência espectral e maior eficiência de potência) são utilizadas em sub-faixas nas quais o

canal propicia níveis mais baixos de relação sinal-ruído ou maior distorção. Através de um adequado controle da potência de transmissão nas sub-bandas, baseado no *princípio do enchimento de água* (do Inglês, *water-filling principle* ou *water-pouring principle*) [Pro95, p. 687], [Ben99, p. 356], garante-se a maximização da capacidade de transmissão através do canal. Como resultado tem-se uma taxa de transmissão superior àquela que seria conseguida com um sistema de portadora única, para um mesmo canal considerado. A Fig. 1.1 ilustra o diagrama do transmissor para o sistema em questão.

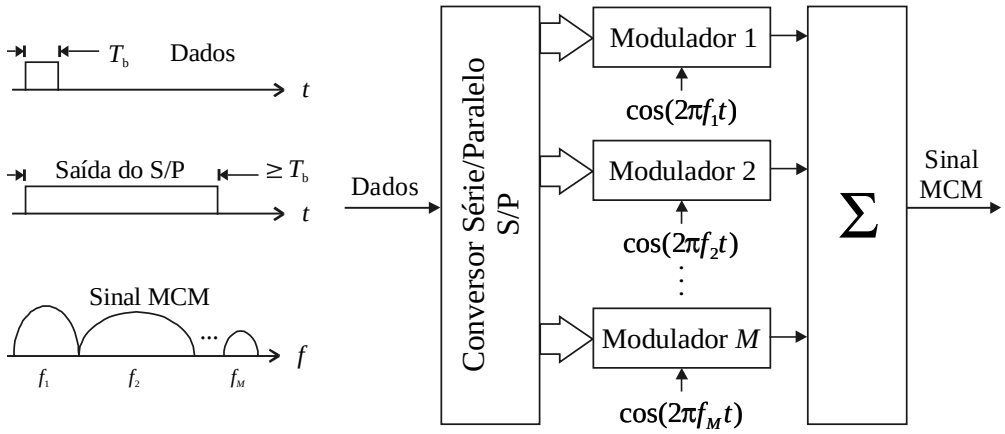

Fig. 1.1. Transmissor do sistema MCM.

1.1.2. Sistema MC-CDMA

O sistema proposto por Yee, Linnartz e Fettweis, denominado MC-CDMA, combina espalhamento no domínio da freqüência e modulação multiportadora [Yee93]. Como pode ser visualizado na Fig. 1.2, são geradas várias réplicas de cada bit da seqüência original de dados, convertida para o alfabeto {±1}, e cada réplica é multiplicada por um *chip* diferente da seqüência pseudo-aleatória de comprimento *M*. Os sinais resultantes dessa multiplicação modulam diferentes portadoras ortogonais. O sistema MC-CDMA também é conhecido como MC-SSMA (*Multi-Carrier Spread Sectrum Multiple Access system*) [Kai98, p. 6].

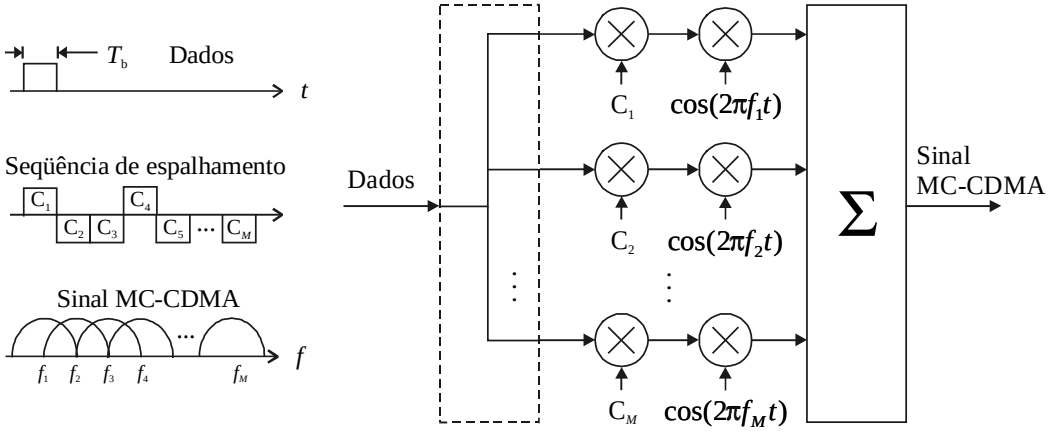

Fig. 1.2. Transmissor do sistema MC-CDMA.

1.1.3. Sistema MC-DS-CDMA

Outra possível implementação é denominada de Sistema DS-CDMA Multiportadora ou Sistema CDMA Seqüência Direta Multiportadora [Har96]. A Fig. 1.3 ilustra a implementação do transmissor para este sistema.

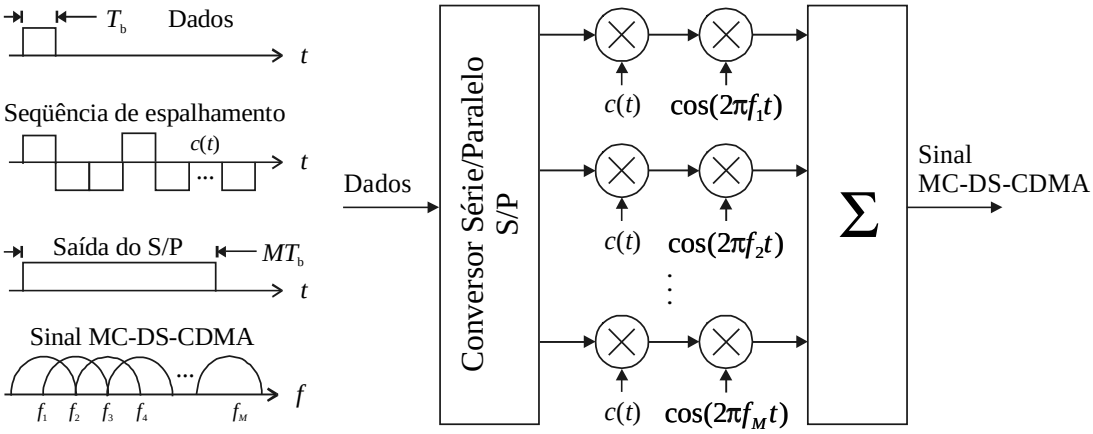

Fig. 1.3. Transmissor do sistema MC-DS-CDMA.

Nessa implementação, a seqüência original de bits passa por uma conversão para a forma paralela em M ramos e os bits em cada ramo, depois de convertidos para o alfabeto $\{\pm 1\}$, multiplicam uma mesma seqüência pseudo-aleatória (espalhamento espectral por seqüência direta). O resultado da

multiplicação em cada ramo modula uma portadora dentre as *M* portadoras ortogonais. A implementação em questão corresponde à forma mais simples de junção das técnicas OFDM e CDMA.

1.1.4. Sistema MT-CDMA

Uma quarta implementação é denominada de CDMA Multitom, MT-CDMA (do inglês, *Multi Tone Code Division Multiple Access*) [Van95], [Har96]. Nela, a seqüência de bits de entrada passa por uma conversão para a forma paralela e os bits de cada ramo, depois de convertidos para o alfabeto {±1}, são multiplicados por uma mesma seqüência pseudo-aleatória de taxa muitas vezes superior àquela utilizada nos sistemas apresentados nas subseções anteriores. O resultado dessa multiplicação modula portadoras diferentes em cada ramo, porém com espaçamento em freqüência menor que nos casos anteriores, mas ainda assim suficiente a ortogonalidade entre as portadoras antes do processo de espalhamento. A condição de ortogonalidade entre as portadoras moduladas no espectro resultante não é garantida. Uma ilustração do transmissor MT-CDMA pode ser vista na Fig. 1.4.

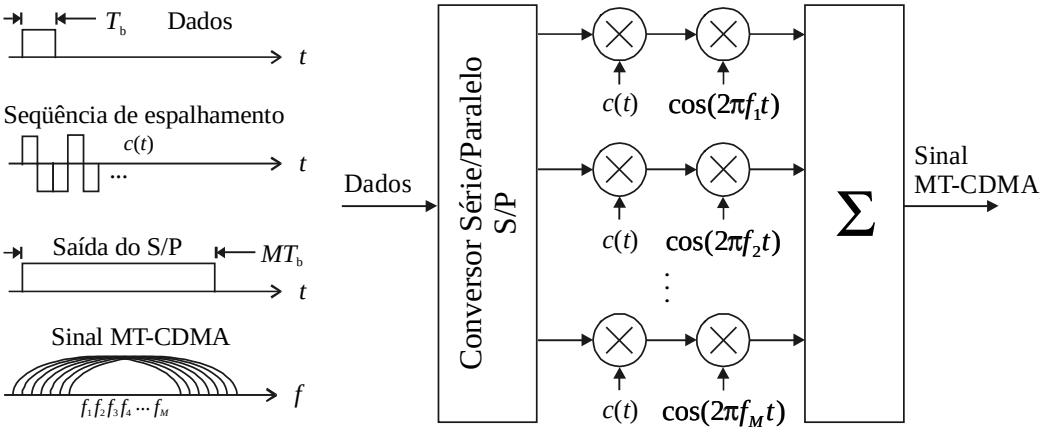

Fig. 1.4. Transmissor do sistema MT-CDMA.

1.1.5. Sistema MC-DS-CDMA-FSC

Exceto para o MT-CDMA, para os sistemas abordados nas subseções anteriores não é possível explorar com eficácia a diversidade em freqüência ou em percursos, posto que a largura de faixa das sub-portadoras moduladas tipicamente é menor que a *largura de faixa de coerência* [Pro95] do canal. Em [Mat99] é proposta uma configuração alternativa para o sistema MC-DS-CDMA, na qual é explorada a diversidade, sem qualquer aumento relativo na banda ocupada pelo sinal modulado e sem adição de redundância no domínio da freqüência ou do tempo. O sistema proposto em [Mat99], lá denominado de *MC-DS-CDMA using Frequency Spread Coding*, nesta tese tem sua nomenclatura discriminada pela sigla MC-DS-CDMA-FSC.

A Fig. 1.5 ilustra a estrutura do sistema MC-DS-CDMA-FSC. Como pode ser percebido através desta figura, a diferença básica entre o sistema em questão e o sistema MC-DS-CDMA convencional se situa na presença de um conversor S/P a mais e de um multiplexador por divisão em código (CDM, *Code Division Multiplexing*). Antes de ser injetada na entrada do sistema MC-DS-CDMA, a seqüência de dados é convertida para a forma paralela e os sinais de saída do primeiro conversor S/P são codificados por seqüências-código de espalhamento ortogonais, denominadas sub-códigos, tipicamente seqüências do tipo Walsh-Hadamard. Os sinais codificados em cada ramo do primeiro S/P são então somados e aplicados à entrada do sistema MC-DS-CDMA. Esta implementação garante, ao contrário do sistema MC-DS-CDMA convencional, que todas as portadoras moduladas contenham informações de todos os bits de dados transmitidos. Em um canal dispersivo no tempo, isto permite que, na recepção, seja explorada a diversidade em freqüência, pois em cada portadora haverá réplicas de cada bit de dados afetadas de forma independente pelo canal, condição necessária e suficiente para que a diversidade possa trazer ganhos de desempenho. Obviamente, para que tais réplicas sejam afetadas de forma independente, a largura de faixa de cada portadora modulada deve ser menor que a banda de coerência do canal e o espaçamento entre as portadoras deve, preferencialmente, ser maior que esta banda de coerência. Esta última condição somente seria atendida se as portadoras moduladas tivessem seus espectros não contíguos, o que caracterizaria um considerável desperdício. Mas uma descorrelação razoável pode ser obtida se ao menos a sobreposição espectral verificada no sistema MC-DS-CDMA convencional for eliminada.

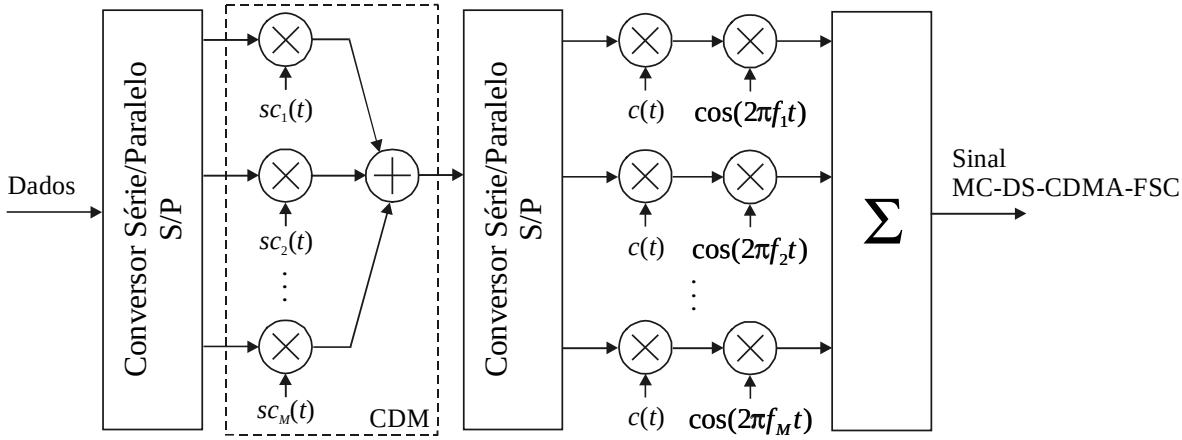

Fig. 1.5. Transmissor do sistema MC-DS-CDMA-FSC

1.1.6. Sistema MC-DS-CDMA Modificado

Em [Sou96] E. Sourour e M. Nakagawa propõem um sistema DS-CDMA com múltiplas portadoras que corresponde a uma combinação dos esquemas mostrados na Fig. 1.2 e na Fig. 1.3. Essa observação também foi notada por Stefan Kaiser em [Kai98, p. 6-7], onde os conceitos I (*copy type*) e II (S/P *type*) lá mencionados correspondem aos esquemas da Fig. 1.2 e Fig. 1.3, respectivamente. É importante observar, entretanto, que o conceito *copy type*, ancorado no conceito de diversidade em freqüência, pode ser implementado com espalhamento no domínio da freqüência, como ilustrado na Fig. 1.2, ou com espalhamento por seqüência direta no domínio do tempo, como aquele utilizado no sistema ilustrado pela Fig. 1.3 e no sistema MC-DS-CDMA modificado considerado nesta subseção.

O sistema MC-DS-CDMA de [Sou96] é o sistema alvo dos estudos apresentados nesta tese, e nesta subseção serão abordados seus aspectos principais. O Capítulo 2 apresenta informações, tratamentos matemáticos e interpretações mais aprofundadas e completas sobre o assunto.

A Fig. 1.6 ilustra a estrutura do transmissor do sistema MC-DS-CDMA modificado. Nesse transmissor, a seqüência de dados de informação passa por um conversor Série/Paralelo (S/P) com M saídas – correspondente à vertente *S/P type* do sistema. Se a duração dos bits de entrada do S/P vale T_b, a duração dos bits de saída vale $T = MT_b$. Em cada saída do conversor S/P são geradas S réplicas de cada bit – correspondente à vertente *copy type* do sistema. Essas réplicas sofrem um entrelaçamento temporal (*interleaving*) que as mantém ζ segundos distantes e os bits de saída destes

blocos de entrelaçamento sofrem espalhamento espectral por seqüência direta. As saídas dos *MS* blocos de espalhamento modulam diferentes portadoras ortogonais.

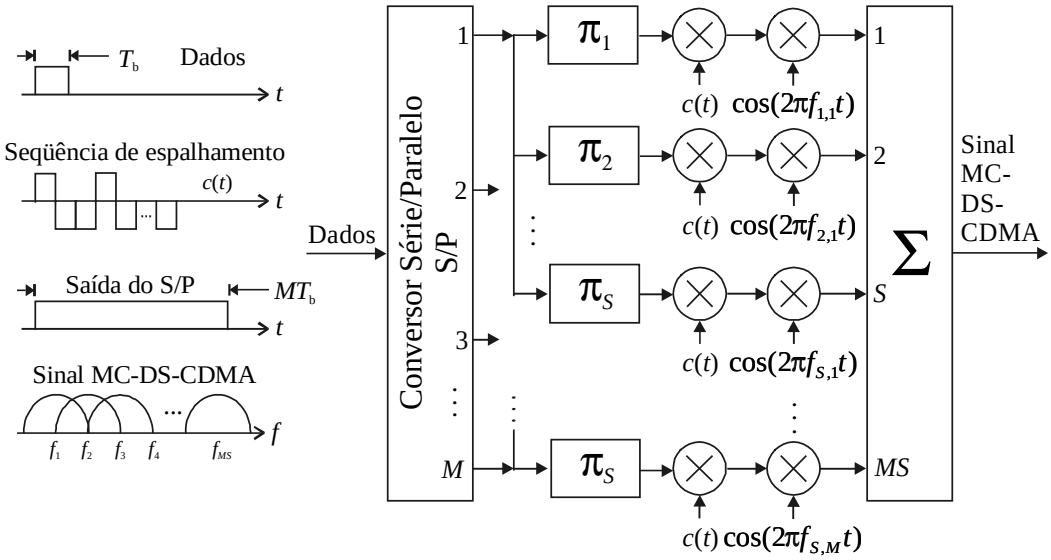

Fig. 1.6. Transmissor do sistema MC-DS-CDMA modificado.

As seqüências-código para um determinado usuário podem ser iguais em todos os *MS* ramos, caso considerado em [Sou96], ou podem corresponder a partes ou subseqüências de uma seqüência PN longa. Nesse segundo caso tem-se a possibilidade de se acomodar mais usuários no sistema, em comparação ao uso de seqüências idênticas nos *MS* ramos [San96]. Se $M = 1$, $S > 1$ e se o comprimento das subseqüências utilizadas em cada um dos $MS = S$ ramos é unitário, o sistema em questão reduz-se ao sistema MC-CDMA apresentado na subseção 1.1.2.

A separação entre as portadoras que transportam as réplicas dos bits é feita a maior possível, de forma a se ter a possibilidade de implementação de diversidade em freqüência. Na Fig. 1.7, onde é ilustrado o espectro do sinal de saída do sistema, as portadoras moduladas achuradas com o mesmo padrão correspondem aos sinais modulados por réplicas de um mesmo bit. Tanto mais eficaz será a diversidade em freqüência quanto menos correlacionadas forem as alterações causadas pelo canal em cada portadora modulada que transporta cada réplica dos bits de dados ou, de forma análoga, quanto maior a separação entre tais freqüências em relação à largura de faixa de coerência do canal. Assim também, tanto mais eficaz será a diversidade temporal quanto menos correlacionadas forem as alterações causadas pelo canal em cada réplica de um mesmo bit, ou seja,

quanto maior o intervalo de tempo que separa os bits idênticos nas saídas de cada grupo de *S* intercaladores temporais em relação ao *tempo de coerência* [Rap96] do canal.

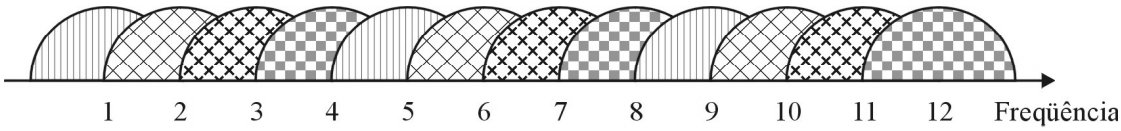

Fig. 1.7. Espectro do sinal transmitido pelo sistema MC-DS-CDMA modificado para $M = 4$, $S = 3$ e 50% de sobreposição entre portadoras moduladas adjacentes.

Ainda com relação à Fig. 1.7, torna-se importante lembrar que apenas o lobo principal teórico do espectro de cada sub-portadora foi desenhado, para facilitar a inteligibilidade da figura. O formato real do espectro de um sinal transmitido em um sistema MC-DS-CDMA com, por exemplo, 8 portadoras, bem como o formato do espectro de apenas uma das portadoras moduladas se assemelham àqueles apresentados na Fig. 1.8.

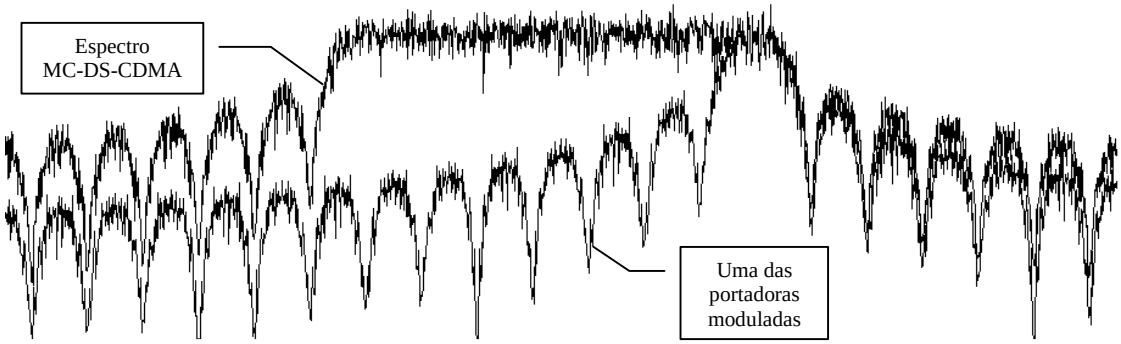

Fig. 1.8. Densidade espectral de potência (dBm/Hz) do sinal transmitido e de apenas uma portadora modulada em um sistema MC-DS-CDMA com 8 portadoras.

O receptor para um usuário do sistema é mostrado na Fig. 1.9. Nele, o sinal recebido é multiplicado pela seqüência pseudo-aleatória adequada e o sinal "desespalhado" resultante é detectado, utilizando-se um filtro casado (ou correlator) ou um receptor RAKE (banco de filtros casados ou de correlatores) para cada portadora. Cada um dos conjuntos de *S* réplicas dos *M* bits distintos transmitidos em um determinado instante, após detecção, sofre o processo inverso de entrelaçamento temporal em cada grupo *p*, $p = 1, 2, \ldots M$. Em cada um destes grupos, *S* réplicas detectadas e desentrelaçadas são combinadas segundo a regra de Combinação com Ganhos Iguais,

EGC (do Inglês, *Equal Gain Combining*), e a decisão pelo bit transmitido é tomada em seguida. As M estimativas dos bits transmitidos de duração $T = MT_b$ são finalmente convertidas para a forma serial, levando à seqüência de dados estimada com taxa igual à taxa de entrada do transmissor de $1/T_b$ bits por segundo.

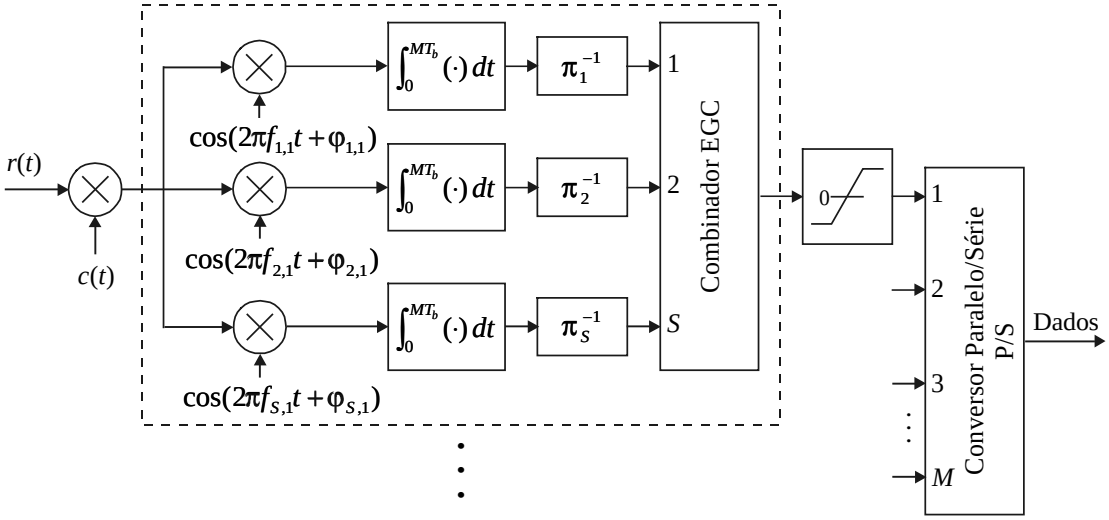

Fig. 1.9. Receptor do sistema MC-DS-CDMA modificado.

As principais características do esquema proposto em [Sou96] são:

- possibilidade de implementação simultânea de diversidade temporal e em freqüência;
- possibilidade de redução na complexidade do sistema através da substituição dos receptores RAKE por um único filtro casado por portadora;
- possibilidade de superar o desempenho dos sistemas CDMA com portadora única que utilizam receptores RAKE;
- possibilidade de aumento da eficiência espectral (aumento do ganho de processamento) em relação a sistemas CDMA com portadora única.

De forma resumida, pode-se atribuir ao sistema proposto por E. Sourour e M. Nakagawa [Sou96] uma combinação das características apresentadas pelo sistema MC-CDMA (*copy type*) com aquelas apresentadas pelo sistema MC-DS-CDMA convencional (S/P *type*), proporcionando ampla flexibilidade de configuração, permitindo-se obter uma solução de compromisso entre a grande

diversidade em freqüência oferecida pelo primeiro e a elevada redução de interferência intersimbólica oferecida pelo segundo. Os principais parâmetros que governam a configuração do sistema MC-DS-CDMA modificado são os valores de M, S e ζ; uma abordagem mais detalhada sobre a escolha adequada desses parâmetros é apresentada em [Gui98a, Capítulo 4].

1.2. Aspectos de implementação de sistemas multiportadora

Na seção anterior, as figuras que mostraram as mais diversas configurações para os sistemas multiportadora podem ser, em certos casos, apenas ilustrativas. A real implementação destes sistemas pode se valer, no transmissor e no receptor, de algoritmos de Transformada Rápida de Fourier (IFFT, *Inverse Fast Fourier Transform* e FFT, *Fast Fourier Transform*), que realizam as operações de Transformada Discreta Inversa de Fourier (IDFT, *Inverse Discrete Fourier Transform*) e Transformada Discreta Direta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*). Pode-se verificar que um sinal complexo OFDM, em banda base, eqüivale a uma transformada discreta inversa de Fourier da seqüência discreta complexa formada pelos símbolos da modulação que compõem cada símbolo OFDM [Pin02]. Utilizando-se desta propriedade pode-se reduzir a complexidade do transmissor, eliminando-se a necessidade de um banco de osciladores locais e misturadores (*mixers*). Pode-se também reduzir a complexidade do receptor, excluindo-se um eventual banco de osciladores locais e filtros casados ou correlatores e *mixers*, posto que a recuperação do sinal pode ser realizada a partir das operações inversas daquelas utilizadas no transmissor. Detalhes adicionais sobre o uso de IDFT e DFT na implementação de sistemas com mutiportadora podem ser encontrados em [Sal67], [Wei71], [Cio91], [Mat99], [Wan00] e [Pin02].

O uso de IDFT e DFT, entretanto, torna-se atrativo se o número de portadoras é elevado. Para um pequeno número de portadoras os resultados apresentados pelos algoritmos de transformada rápida de Fourier não proporcionam sínteses e análises adequadas das e para as formas de onda consideradas no sistema com múltiplas portadoras, devido ao reduzido número de pontos operados por estes algoritmos. Nesse caso torna-se mais vantajoso implementar transceptores construídos de forma convencional, com osciladores locais, misturadores e filtros casados.

A Fig. 1.10 ilustra, a título de exemplo, uma possível estrutura para implementação do transmissor de um sistema MC-DS-CDMA para comunicação móvel celular, na estação base,

utilizando os conceitos supramencionados. A Fig. 1.11 ilustra a estrutura do receptor para este sistema, na estação móvel [Mat99].

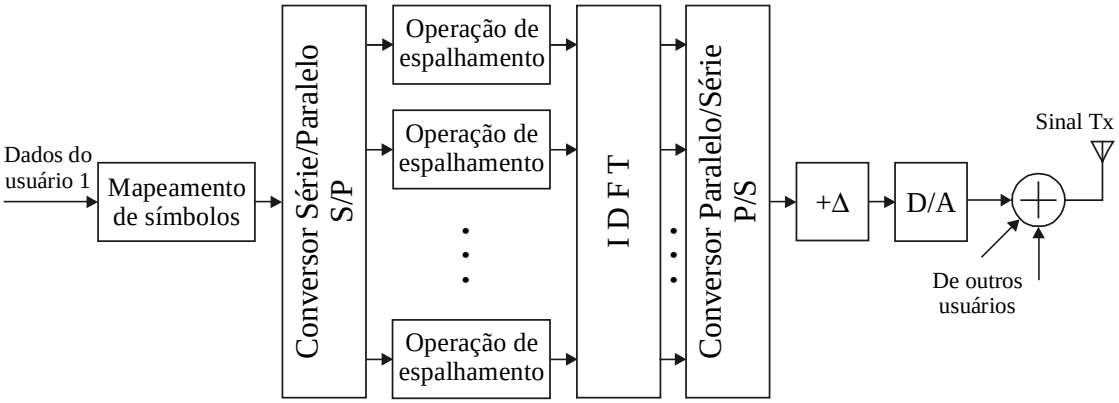

Fig. 1.10. Transmissor para um sistema MC-DS-CDMA na estação base.

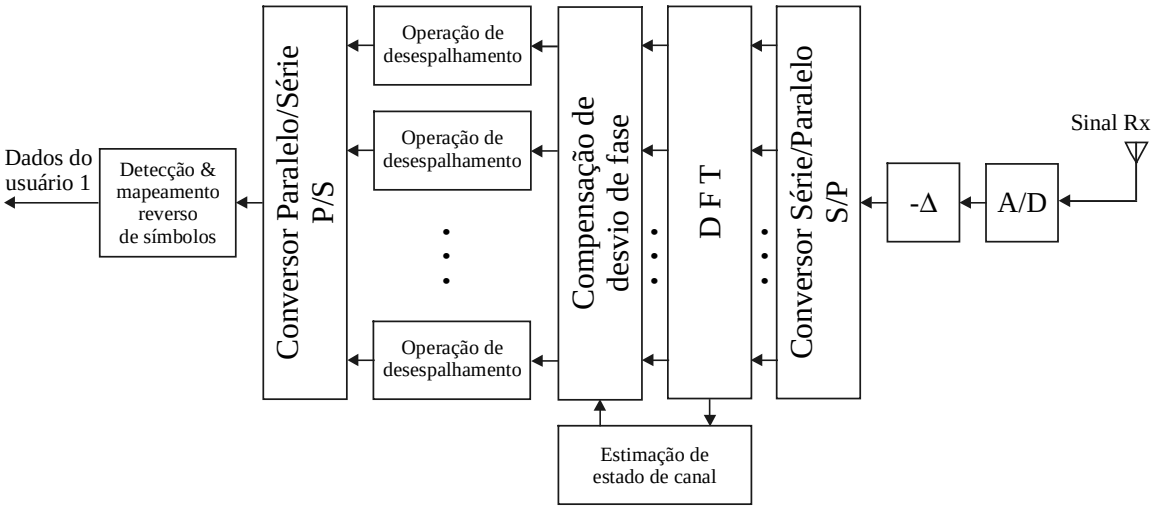

Fig. 1.11. Receptor de um usuário para um sistema MC-DS-CDMA na estação móvel.

Tomando como referência a Fig. 1.10, a seqüência de dados binários de um usuário (nesse caso o usuário 1) é mapeada nos símbolos complexos da modulação utilizada. A seqüência de M símbolos, sendo M o número de portadoras do sistema, passa por uma conversão S/P, o que corresponde ao seu armazenamento em um *buffer* de comprimento M. A seqüência de saída do S/P passa por blocos de espalhamento complexo que geram os símbolos DS-CDMA específicos do usuário 1. A

seqüência resultante sofre o processamento IDFT, que corresponde à geração das *M* portadoras ortogonais (símbolos OFDM-CDMA), em banda base. Um intervalo de guarda, formado por uma extensão cíclica[1] de cada símbolo OFDM-CDMA, é tipicamente adicionado para reduzir a interferência intersimbólica (ISI, *Inter-Symbol Interference*), já sensivelmente reduzida pelo aumento da duração dos símbolos transmitidos por cada portadora modulada, e também para reduzir a ICI (do Inglês, *Inter Carrier Interference*), que é a interferência entre os sinais transportados pelas várias portadoras do sistema, observada no momento da detecção do sinal em cada uma delas. A seqüência de saída do bloco de adição de intervalo de guarda passa por um conversor digital/analógico (D/A) e o sinal complexo resultante sofre conversão para cima (*up-conversion*), para a faixa de freqüência de interesse, e é transmitido juntamente com os sinais dos outros usuários, no *link* direto de um sistema de comunicação móvel celular, como considera este exemplo.

O processamento inverso daquele realizado no transmissor é realizado no receptor, conforme pode ser verificado na Fig. 1.11. Nessa figura não está representada a conversão para baixo (*down conversion*) que deve existir se o receptor em questão é um receptor de um sistema de comunicação sem fio. Dois novos blocos estão presentes no receptor: o bloco de *compensação de desvios de fase*, através dos desvios de fase estimados pelo bloco de *estimação de estado de canal*, compensa as variações de fase induzidas pelo canal de comunicação. O bloco de estimação de estado de canal também gera informações para eventuais blocos adicionais existentes no receptor como, por exemplo, decodificadores de canal com decisão suave.

1.3. Motivação

A técnica de transmissão com portadoras ortogonais não é recente. A patente Americana número 3,488,445 de R. W. Chang [Cha66], o trabalho de B. R. Saltzberg [Sal67] e o clássico de S. B. Weinstein e P. M Ebert [Wei71] são prova desta afirmação. Mas, nos últimos 10 anos, aproximadamente, o tema tem merecido atenção especial no escopo das pesquisas realizadas em todo o mundo, com destaque para aquelas cujos resultados foram publicados em [Bin90], [Yee93], [Har96] e [Sou96]. Os livros [Faz97] e [Faz00], editados por Khaled Fazel & Gehard Fettweis e

[1] A extensão cíclica é uma espécie de intervalo de guarda que corresponde à adição, no início de cada símbolo OFDM, de uma certa quantidade de amostras da parte final deste símbolo.

Khaled Fazel & Stefan Kaiser, respectivamente, agrupam um grande volume de publicações, correspondendo a uma das mais recentes e atualizadas coletâneas sobre o assunto.

O volume de pesquisas realizado nos últimos anos sobre sistemas com múltiplas portadoras, se não prevê com exatidão, ao menos indica que trata-se de um tema promissor em termos do potencial de utilização futura. Em [Ada00] e [Rap02] são tecidos alguns comentários sobre a perspectiva de aplicação da técnica OFDM, combinada ou não com múltiplo acesso CDMA, em sistemas de comunicação móvel de 4ª Geração, redes locais e metropolitanas sem fio (WLAN, *Wireless Local Area Networks* e WMAN, *Wireless Metropolitan Area Networks*) e outros sistemas de comunicação sem fio de faixa larga. Algumas aplicações da técnica já se fizeram presentes nos modems da família *x*-DSL (ADSL, HDSL e VDSL), e outras mais recentes são a base de tecnologias como os padrões WLAN IEEE 802.11a e IEEE 802.11g, HIPERLAN/2 (*High Performance* LAN/2) e ETSI-BRAN (*European Telecommunication Standards Institute – Broadband Radio Acces Network*), a WMAN IEEE 802.16, o sistema ISDB-T (do Inglês, *Integrated Services Digital Broadcasting*) e os projetos DVB (do Inglês, *Digital Video Broadcasting*) de rádio-difusão de TV digital [Rap02] e DAB (do Inglês, *Digital Audio Broadcasting*) de rádio-difusão de áudio digital.

Como já citado, uma das principais vantagens da técnica de transmissão com múltiplas portadoras, em comparação a sistemas de portadora única, se refere à possibilidade de transmissões em taxas de dados mais elevadas. Em canais como aqueles presentes em sistemas de comunicação móvel celular, a propagação por múltiplos percursos [Rap96] faz com que a duração de um símbolo na recepção seja maior que a duração do mesmo na transmissão. Esse fenômeno causa a interferência intersimbólica e pode levar à necessidade de implementação de complexos equalizadores nos receptores. Em algumas configurações de sistemas com múltiplas portadoras, como o feixe de dados é paralelizado, símbolos de transmissão com maior duração podem ser obtidos, reduzindo drasticamente o problema da interferência intersimbólica, posto que a dispersão temporal causada pelo canal nessa nova situação afeta proporcionalmente menos estes novos símbolos de elevada duração. Aliada à possibilidade de elevadas taxas, aspectos de implementação devem ser levados em conta de forma a justificar a atratividade dos sistemas com múltiplas portadoras. A seção 1.2 apresentou sucintamente os princípios desta implementação e as suas principais vantagens em relação a implementações convencionais.

Uma outra vantagem que pode ser citada se refere à possibilidade de sobreposição de sistemas com múltiplas portadoras a sistemas de faixa estreita, posto que não é necessário que o espectro do sistema com múltiplas portadoras seja contíguo. A esta sobreposição de sistemas em faixas de freqüência comuns dá-se o nome em inglês de *overlay*.

Algumas desvantagens dos sistemas com múltiplas portadoras merecem ser, contudo, comentadas [Tuf98, p. 7] e ainda representam consideráveis obstáculos à utilização de tal técnica em grande escala [Rap02]. O aumento da duração dos símbolos transmitidos pode trazer uma componente de redução de desempenho do sistema quando o canal de comunicação apresenta desvanecimentos rápidos, mais freqüentes que a própria taxa de símbolos. Este fato reduz o desempenho à medida que dificulta o processo de sincronismo de portadora ou eleva a complexidade do receptor, inviabilizando, por exemplo, a implementação de demodulação diferencialmente coerente. Outra desvantagem se situa na dificuldade do projeto de amplificadores de potência de alto rendimento, devido à elevada relação PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*), que é uma característica intrínseca aos sistemas com múltiplas portadoras. A elevada sensibilidade a desvios de freqüência e ruído de fase nos receptores também representa uma barreira a ser transposta [Rap02].

Em canais com desvanecimento sabe-se que com o uso de técnicas de correção de erros do tipo FEC (do Inglês, *Forward Error Correction*) é possível se obter ganhos significativamente mais elevados que aqueles obtidos em canais AWGN (do Inglês, *Additive White Gaussian Noise*) [Wic95]. Em certas situações torna-se, inclusive, praticamente inviável o estabelecimento da comunicação se alguma técnica de codificação de canal não é empregada. O sistema MC-DS-CDMA modificado, sugerido por E. Sourour e M. Nakagawa [Sou96], por não possuir nenhum esquema de codificação de canal associado, pressupõe a operação a valores bastante elevados de relação sinal-ruído e, para algumas configurações de seus parâmetros, desempenhos satisfatórios somente podem ser conseguidos com valores de relação sinal-ruído ainda mais elevados, na casa dos 25 dB ou 30 dB, para transmissão de voz digital a 10^{-3} de taxa de erro de bit. Por esta razão tornou-se evidente a oportunidade de avaliação do desempenho do sistema proposto em [Sou96] com o uso de alguma técnica de codificação de canal que pudesse trazer à tona possibilidades de utilização real do sistema para transmissão de dados de banda larga e a baixas taxas de erro de bit.

Esquemas de codificação de canal para sistemas com múltiplas portadoras têm merecido destaque recentemente. Ainda não é muito elevado o número de publicações a respeito, podendo ser

citadas [Row98], [Row99a], [Row99b], [Faz93], [Max96], [Sti97a], [Och97], [San96]. Algumas das mais relevantes propostas insere códigos turbo convolucionais na estrutura de sistemas com múltiplas portadoras, como é o caso da proposta de D. Rowitch [Row98]. Até o momento de preparação dessa tese, percebe-se que são praticamente inexistentes as publicações que consideram o uso, nesses sistemas, de códigos de bloco concatenados, com decodificação turbo.

Em 1998, a idéia principal apresentada na dissertação de mestrado do autor [Gui98a], que inclui um esquema de codificação de canal na estrutura proposta em [Sou96], foi publicada em [Gui98b] e, desde então, vem dando sustentação e motivação para novas e complementares investigações e à proposta de trabalho que resultou na elaboração dessa tese. O uso de um código de bloco embutido ou não na estrutura básica do sistema proposto em [Sou96], utilizando no receptor um esquema de decodificação turbo, tornou-se o alvo das pesquisas e culminou na elaboração deste trabalho e nas contribuições aqui registradas.

1.4. Contribuições e estrutura da tese

As principais contribuições dos estudos apresentados nesta tese são listadas a seguir.

- nova interpretação da estrutura que governa a implementação de códigos produto de dimensão qualquer, podendo ser aplicada não somente quando os códigos componentes são sistemáticos, mas também quando tais códigos não são sistemáticos;
- estimação de capacidade do sistema MC-DS-CDMA originalmente proposto e do sistema proposto em [Gui98b], incluindo nova metodologia de cálculo de capacidade em canais com desvanecimento, através de um método de Monte Carlo;
- novo esquema de codificação de canal baseado na concatenação serial de códigos componentes construídos segundo a regra de concatenação generalizada, conforme a estrutura geométrica presente na construção de códigos produto de qualquer dimensão, tendo como principais características a facilidade de implementação e de decodificação, aliadas a ganhos de desempenho significativos;
- estudo de limitantes de probabilidade de erro de bit para concatenação serial e paralela de códigos de bloco lineares não-sistemáticos e aplicação deste estudo para análise do esquema de

codificação proposto, inserindo novas simplificações nas operações que envolvem as funções de distribuição de pesos do código analisado, simplificações estas que podem reduzir significativamente o volume e o tempo de cálculos computacionais destes limitantes em relação a métodos convencionais;

- comparação entre duas propostas de inserção do esquema de codificação/decodificação de canal apresentado no sistema MC-DS-CDMA original, permitindo que consideráveis ganhos de desempenho sejam obtidos sem que a largura de faixa e a taxa de transmissão de informação sejam alteradas em relação àquelas consideradas no sistema originalmente proposto em [Sou96];
- novas conclusões e interpretações de alguns dos fenômenos relacionados ao processo de decodificação turbo de códigos de bloco concatenados em série e separados por entrelaçadores temporais;
- novo esquema de decodificação turbo combinando os algoritmos de Wagner e Pyndiah no processo de decodificação iterativa, trazendo como vantagens principais: 1) a simplicidade de implementação, se mostrando forte candidato a implementações práticas, e 2) os elevados ganhos de codificação obtidos. A aplicação original do algoritmo de Pyndiah foi proposta para decodificação turbo de códigos produto bidimensionais e nesta tese seu uso é estendido a códigos produto de dimensão qualquer;
- publicações: o Apêndice B lista as publicações mais relevantes realizadas pelo autor, direta e indiretamente relacionadas com o tema da tese, já publicadas ou aceitas para publicação (no prelo).

Os demais capítulos dessa tese encontram-se organizados da seguinte maneira: o Capítulo 2 aborda inicialmente, a título de revisão, alguns dos conceitos da Teoria da Informação suficientes à aplicação de tais conceitos nas abordagens seguintes. Após esta revisão são apresentados os procedimentos de cálculo da capacidade do canal Rayleigh plano e seletivo em freqüência, sendo estes procedimentos aplicados mais adiante ao cálculo da capacidade para o sistema MC-DS-CDMA considerado nesta tese. O Capítulo 3 aborda os conceitos relacionados à implementação de códigos produto e o processo de implementação do esquema de codificação proposto neste trabalho, este baseado na concatenação serial de uma família de códigos de bloco segundo a estrutura presente na formação dos códigos produto. Ainda no Capítulo 3 são apresentados os fundamentos associados ao cálculo de limitantes superiores de probabilidade de erro de bit para esquemas de codificação de

canal implementados a partir da concatenação serial ou paralela de códigos de bloco lineares sistemáticos e não-sistemáticos. São então calculados e interpretados limitantes superiores de probabilidade de erro de bit em canal AWGN e Rayleigh para o esquema de codificação proposto. O processo de decodificação turbo proposto é apresentado no Capítulo 4, antes sendo precedido por uma breve revisão sobre os algoritmos de decodificação utilizados para implementação de esquemas de decodificação turbo de códigos de bloco. São então fornecidos resultados de simulação, comparando-os com os limitantes obtidos no Capítulo 3. No Capítulo 5, o esquema de codificação proposto é aplicado ao sistema MC-DS-CDMA modificado. Resultados de simulação do sistema codificado em canal Rayleigh seletivo em freqüência são fornecidos e comparados com aqueles obtidos com o sistema não codificado e com os limites atingíveis determinados pelos cálculos de capacidade apresentados no Capítulo 2. O Capítulo 6 conclui a tese, apresentando um resumo sobre as principais interpretações dos resultados obtidos nos capítulos anteriores e indicando temas em aberto que poderão motivar novas pesquisas relacionadas ao assunto do trabalho.

Percebe-se que as análises aqui apresentadas concentram-se no (e/ou convergem para o) modelo de desvanecimento com distribuição de Rayleigh. Optou-se por esse modelo pelo fato dele representar a pior condição em termos da propagação por múltiplos percursos num canal de rádio móvel. Ressalta-se ainda que as comparações de desempenho registradas neste trabalho e as interpretações delas advindas restringem-se ao sistema alvo de estudo, nas condições e configurações consideradas em cada caso analisado. Portanto, a generalização e/ou extrapolação dos resultados apresentados não deve ser tomada, *a-priori*, como correta.

Capítulo 2

Capacidade de canal para o sistema MC-DS-CDMA

ESTE capítulo é dedicado ao estudo sobro os limites da taxa de transmissão para o sistema MC-DS-CDMA modificado, em canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência. Inicialmente são fornecidos alguns dos resultados básicos da Teoria da Informação, em caráter de revisão. Posteriormente apresentam-se e descrevem-se os métodos de cálculo da capacidade de canal com desvanecimento, tendo como sustentação principal o conceito de capacidade ergódica ou média [Lee90]. Finalmente, aplicam-se os conceitos abordados no cálculo da capacidade de canal para o sistema em estudo. Resultados são então apresentados e discutidos.

2.1. Fundamentação teórica

Desde os importantes resultados publicados por C. Shannon [Sha48] [Sha49], a então denominada Teoria Matemática da Informação deu início a um enorme esforço de pesquisas em todo o mundo. Nessas mais de cinco décadas posteriores às citadas publicações de Shannon, muitos outros resultados foram alcançados, difundidos e utilizados, configurando importantes avanços da teoria. E embora vários conceitos hoje sejam conhecidos e amplamente aceitos na comunidade acadêmica e industrial, acredita-se que ainda há muito por ser descoberto nos mais variados campos relacionados ao assunto. Não pretendendo abordar todos os conceitos e descobertas de grande relevância sobre a

teoria da informação, mesmo que de forma resumida, esta seção se propõe a condensar em poucas páginas alguns dos fundamentos sobre o assunto, fundamentos estes que servirão a um objetivo pontual: a construção de um raciocínio orientado à determinação dos limites na transmissão de informação em canais com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência, para o sistema de comunicação MC-DS-CDMA modificado descrito no Capítulo 1. Abordagens mais profundas podem ser encontradas em referências clássicas como [Gal68], [Sha48] e [Sha49]. Considerações históricas e bastante abrangentes podem ser obtidas em [Ver98], englobando os vários aspectos da teoria da informação e com uma vasta lista de referências bibliográficas. Alguns aspectos da teoria aplicada a canais com desvanecimento são considerados em [Big98].

2.1.1. Alguns resultados da Teoria da Informação

A *Quantidade de Informação* obtida após a observação do evento $X = x_k$, que ocorre com probabilidade $p(x_k)$, é definida como

$$I(x_k) = \log \frac{1}{p(x_k)} \tag{2.1}$$

A definição de quantidade de informação em (2.1) concorda com a observação intuitiva que permite afirmar que a quantidade de informação contida em um evento ou observação é inversamente proporcional à probabilidade de ocorrência do evento ou observação. Se o logaritmo da expressão (2.1) é natural, a unidade de medida da quantidade de informação é *nats*; se o logaritmo tiver base 2, a unidade de medida da quantidade de informação é *bits*. O logaritmo na base 2 é usando daqui em diante neste texto, a menos que esteja explícito o contrário

A quantidade média de informação, medida em *bits*, contida nos símbolos do alfabeto X de uma fonte de símbolos é chamada de *entropia da fonte* e é definida por:

$$H(X) = \mathrm{E}\left[I(x_k)\right] = \sum_{k=0}^{\kappa-1} p(x_k) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_k)} \right) \tag{2.2}$$

onde κ é o número de símbolos, ou tamanho do alfabeto X da fonte, p_k é a probabilidade de ocorrência de cada símbolo e E(·) é o operador esperança matemática (média estatística) [Pap91].

A quantidade de incerteza sobre a entrada de um canal, selecionada em um alfabeto X, após a saída $Y = y_k$ ter sido observada pode ser expressa pela *Entropia Condicional*, definida como:

$$H(X \mid Y = y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j \mid y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j \mid y_k)} \right] \tag{2.3}$$

O valor médio de (2.3) é dado por

$$H(X \mid Y) = \sum_{k=0}^{\kappa-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j \mid y_k)} \right] \tag{2.4}$$

onde $p(x_j, y_k) = p(x_j \mid y_k) p(y_k)$.

Sendo $H(X)$ a medida de incerteza (ou quantidade de informação) sobre a entrada do canal *antes* de ser observada a saída e $H(X|Y)$ a incerteza sobre a entrada *após* a observação da saída, a incerteza sobre a entrada que é "removida" após a observação da saída pode ser expressa por $I(X;Y) = H(X) - H(X \mid Y)$. A esta medida é dado o nome de *Informação Mútua* e sua unidade é *bits por uso do canal*:

$$I(X;Y) = I(Y;X) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{\kappa-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{p(y_j \mid x_k)}{p(y_j)} \right] \tag{2.5}$$

Para o caso contínuo, a informação mútua é definida como:

$$I(X;Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log_2 \left[\frac{p(x \mid y)}{p(x)} \right] dxdy \tag{2.6}$$

Portanto, a máxima quantidade de informação que pode atravessar um canal está associada à maximização da informação mútua. De fato, a *Capacidade de Canal* para um canal discreto sem memória é definida como o máximo da informação mútua em um uso do canal (intervalo de

sinalização), onde a maximização ocorre em todas as possibilidades de distribuição de probabilidade de entrada em X [Hay01]:

$$C = \max_{\{p(x_j)\}} I(X;Y) \tag{2.7}$$

A capacidade, assim definida, é medida em bits por uso do canal ou bits por transmissão ou, ainda, em bits por símbolo. Encontrar o máximo de $I(X;Y)$ em todas as J variáveis de entrada é, para a maioria dos canais discretos encontrados na prática, uma tarefa bastante árdua em termos de análise matemática. Quando a capacidade do canal é calculada sem a procura pela distribuição de probabilidade de entrada que maximiza a informação mútua, admitindo-se que esta distribuição de probabilidade é uniforme, tem-se a chamada *Capacidade Efetiva* do canal.

2.1.2. Capacidade do canal AWGN discreto e contínuo

Tem grande importância para a presente abordagem a capacidade para um canal contínuo, onde a maximização da informação mútua em todas as possíveis distribuições de probabilidade contínuas de entrada $p(x)$ se torna tarefa extremamente complexa e, às vezes, intratável matematicamente. Não é possível dizer *a-priori* qual distribuição de probabilidades dos símbolos de entrada do canal irá maximizar a informação mútua [Pro95]. Em [Hus96] pode-se verificar um caso em que o resultado de cálculo de capacidade em canal AWGN para uma determinada sinalização com distribuição binomial do alfabeto de entrada do canal apresenta-se, para baixos valores de relação sinal-ruído, mais próximos da capacidade para entrada contínua (alfabeto de entrada ilimitado) com distribuição gaussiana do que com distribuição uniforme. Para o caso aqui considerado, onde o alfabeto de entrada é finito e o canal é gaussiano e simétrico, símbolos equiprováveis sempre maximizarão a capacidade de escoamento de informação do canal [Pro95, p. 382], [Hal96, p. 9].

Dentre os resultados já obtidos para alguns modelos de canal existentes tem-se a capacidade para o canal discreto no tempo, sem memória e com ruído aditivo gaussiano branco (AWGN) de variância σ^2, para o qual o sinal de entrada possui valor médio quadrático limitado, ou seja $E(x^2) \leq \xi$, sendo ξ a energia do sinal por dimensão [Woz65, p. 298] na entrada do canal. A capacidade para este canal vale [Gal68, p. 337], [Woz65, p. 321]

$$C^* = \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{\xi}{\sigma^2}\right) \quad \text{bit/dimensão} \tag{2.8}$$

Sabe-se que, conforme o *Teorema da Amostragem* de Nyquist [Hay01], um processo contínuo estacionário $X(t)$ limitado em B hertz pode ser completamente caracterizado por suas amostras tomadas a intervalos não mais distantes que $1/(2B)$ segundos. Assim, em um intervalo de T segundos ter-se-á $\delta = 2BT$ amostras do citado processo, onde δ é associado à dimensionalidade do espaço de sinais [McI95]. Pode-se interpretar δ como o número máximo de sinais ortogonais existentes em um intervalo de T segundos que podem ser confinados[1] em uma largura de faixa aproximada de B hertz [Lee94], [Woz65, p. 298]. Sendo o canal usado δ vezes para a transmissão de δ sinais num intervalo de T segundos, a capacidade por unidade de tempo para o canal contínuo com potência de transmissão limitada é igual à capacidade definida por (2.8), multiplicada por δ/T [McI95], [Hay01, p. 598], ou seja: a capacidade para um canal contínuo no tempo, de largura de faixa B hertz, perturbado por um ruído aditivo gaussiano e branco (AWGN) de densidade espectral de potência bilateral $N_0/2$ watts por hertz e limitado também em B hertz, sendo a potência média de sinal na entrada do canal limitada em P watts, é dada por [Gal68, p. 373]

$$C^{**} = C^* \frac{\delta}{T} = B\log_2\left(1+\frac{P}{N_0 B}\right) \quad \text{bit/s} \tag{2.9}$$

onde na transformação de (2.8) para (2.9) ainda foram utilizadas as relações: $\sigma^2 = N_0/2$ e $\xi = P/(2B)$ [Woz65, p. 323], o que leva a $\xi/\sigma^2 = P/N_0B$.

Várias expressões para o cálculo de capacidade para outros canais se baseiam, de forma mais ou menos evidente, nas expressões (2.8) ou (2.9), naqueles casos onde o canal em estudo pode ser considerado condicionalmente gaussiano, sendo este condicionamento feito em relação a uma variável associada ao modelo do canal.

Lembrando que a potência de sinal no intervalo T pode ser escrita em função da energia média por símbolo transmitido, $P = E_s/T$, e que para uma transmissão à taxa $C = C^{**}T$ bits por uso

[1] Deve-se interpretar este confinamento como referente a intervalos de tempo ou banda de freqüência aproximadamente limitados, posto que é impossível confinar em um intervalo de tempo finito um sinal com banda finita e, de maneira análoga, é impossível confinar em uma banda finita um sinal confinado em um intervalo de tempo finito.

do canal tem-se $E_s = CE_b$, sendo E_b a energia média por bit de informação, a relação sinal-ruído P/N_0B poder ser escrita como

$$\frac{P}{N_0 B} = \frac{CE_b}{BTN_0} = \frac{C^{**}}{B}\frac{E_b}{N_0} = \eta \frac{E_b}{N_0} \tag{2.10}$$

onde η é chamado de *eficiência espectral*, cuja unidade de medida é bit/s/Hz (bits por segundo por hertz). Então, a expressão (2.9) pode ser modificada para incorporar essa definição:

$$\eta = \log_2\left(1 + \eta \frac{E_b}{N_0}\right) \quad \text{bit/s/Hz} \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = \frac{2^\eta - 1}{\eta} \tag{2.11}$$

Fazendo a largura de faixa tender a infinito ou, equivalentemente, fazendo a eficiência espectral η tender a zero na expressão (2.11), tem-se $10\log(E_b/N_0) = 10\log[\ln(2)] \cong -1{,}6$ dB. Esse é o valor conhecido como *Limite de Shannon* e representa o valor mínimo de E_b/N_0 para que seja possível a transmissão livre de erros no canal AWGN, sejam quais forem os esquemas de modulação e codificação de canal utilizados.

Sabe-se ainda que o limite determinado por (2.8) ou (2.9) somente pode ser atingido se o alfabeto de entrada do canal for ilimitado (entrada contínua) e sua distribuição for gaussiana [Sha48]. Assim, (2.8) ou (2.9) não indicam como estes limites podem ser atingidos. O *Teorema da Codificação de Canal*, apresentado logo adiante, esclarece algumas dúvidas a esse respeito.

2.1.3. O Teorema da Codificação de Canal

Talvez o mais importante teorema da teoria matemática da comunicação seja o *Teorema da Codificação de Canal* [Sha48], que pode ser descrito da seguinte forma [Bos00]:

> Com o uso de um esquema apropriado de codificação de canal de taxa $R_c = k/n < C$, existe um código de comprimento n, para n suficientemente grande, de tal sorte que a probabilidade de erro de bloco após a decodificação seja menor que ε, para qualquer número real $\varepsilon > 0$".

Como complemento e extensão do Teorema da Codificação de Canal, R. G. Gallager propôs um limite superior exponencial para a probabilidade de erro de bloco (ou erro de palavra). Objetivando extrair apenas os principais conceitos relacionados a este limite, ele é aqui apresentado sem provas, tendo ainda como referência abordagens correspondentes em [Ben99] e [Ran01]. O expoente para códigos aleatórios de Gallager (*random coding exponent*) vale [Gal68, p. 139]

$$P_b < e^{-nE(R)} \tag{2.12}$$

onde n é o comprimento das palavras-código e $E(R)$ é uma função convexa, decrescente e positiva de R, sendo R diretamente proporcional à taxa do código, ou seja $R \sim R_c = k/n$. $E(R)$ é maior que zero para todos os valores de R menores que a capacidade C. O limitante apresentado por Gallager ainda indica que, desde que a probabilidade média de erro associada ao conjunto de códigos aleatórios satisfaça a (2.12), ao menos um código desse conjunto deverá proporcionar uma probabilidade média de erro que seja menor [Gal68, p. 139].

O limite (2.12) não somente reforça a observação de que a probabilidade de erro pode ser exponencialmente decrescente em n, conforme dita implicitamente o Teorema da Codificação de Canal, mas também traz à tona a noção da taxa de decréscimo desta probabilidade de erro em função do valor de n.

A partir de (2.12) podem-se tecer alguns comentários conclusivos interessantes: para melhorar a confiabilidade de um sistema de comunicação digital, em termos da redução na probabilidade de erro de bloco, têm-se algumas alternativas fundamentais:

- reduzir o valor de R, reduzindo a taxa do código R_c. Isto significa aumentar a redundância do esquema de codificação de canal utilizado, dada uma determinada taxa da fonte. Para que isto seja possível ter-se-á que se dispor de um canal de maior banda;
- pode-se aumentar a relação sinal-ruído no canal de forma que a capacidade seja aumentada. Isto representa um aumento no valor da função $E(R)$ [Ben99, p. 141];
- manter a taxa do código constante, aumentando o valor de n. Esta alternativa, que representa uma importante interpretação da teoria de Shannon, permite que o desempenho do sistema de comunicação seja melhorado, em termos de probabilidade de erro de bloco, apenas aumentando-se o comprimento do código, mantendo-se inalteradas a banda e a relação sinal-ruído do canal. Porém, segundo adverte R. G. Gallager, o problema mais complexo não consiste em encontrar

bons códigos que tenham blocos longos, mas em encontrar técnicas de codificação e decodificação práticas e eficientes para estes códigos [Gal68, p. 140].

De fato, a primeira e terceira alternativas serão exploradas de maneira a justificar e sustentar a utilização do esquema de codificação e decodificação de canal proposto nesta tese como forma de melhoria de desempenho do sistema de comunicação MC-DS-CDMA modificado.

2.1.4. Capacidade do canal AWGN para sinalização BPSK

Em situações reais onde a entrada do canal corresponde à saída de um modulador *Q*-ário, sendo *Q* correspondente ao tamanho do alfabeto de saída desse modulador (tamanho do alfabeto de entrada do canal), tem-se diferentes formas de cálculo de capacidade, dependendo do tamanho do alfabeto, *Q*. Em [McI94] é apresentada uma vasta sistemática de cálculos de capacidade e eficiência espectral envolvendo sinais *N*-dimensionais *Q*-ários.

O caso de interesse nesta tese se refere à modulação BPSK. Para esta modulação admite-se que os possíveis sinais enviados através do canal num intervalo de tempo *T* qualquer têm a forma:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= +\sqrt{E_s}\,\Phi(t)\ ,\ \ 0 \le t < T \\ s_2(t) &= -\sqrt{E_s}\,\Phi(t)\ ,\ \ 0 \le t < T \end{aligned} \tag{2.13}$$

onde E_s é a energia média por símbolo da modulação, *T* é a duração de um símbolo da modulação (no caso igual à duração de um bit) e a função base única (sinalização unidimensional), de energia unitária, vale

$$\Phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos\left(2\pi f_c t\right)\ ,\ \ 0 \le t < T \tag{2.14}$$

A capacidade do canal com sinalização discreta BPSK, saída contínua e decisão suave, em bits por uso do canal, vale [Pro95], [Bar96]

$$C_{\text{BPSK}} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right)\log_2 \frac{p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right)}{p(y)}dy + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} p\left(y \mid -\sqrt{E_s}\right)\log_2 \frac{p\left(y \mid -\sqrt{E_s}\right)}{p(y)}dy \qquad (2.15)$$

onde $p(y|\pm\sqrt{E_s})$ são funções de verossimilhança condicionadas à transmissão dos sinais $s_1(t)$ ou $s_2(t)$ e $p(y) = 0{,}5p(y|+\sqrt{E_s}) + 0{,}5p(y|-\sqrt{E_s})$ é a função densidade de probabilidade total do sinal recebido. Para o caso da simetria do canal e sinalização equiprovável, a área da função $p(y|+\sqrt{E_s})$ é igual à área da função $p(y|-\sqrt{E_s})$. Nesse caso a expressão (2.15) pode ser reduzida a

$$C_{\text{BPSK}} = \int_{-\infty}^{\infty} p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right)\log_2 \frac{p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right)}{p(y)}dy \qquad (2.16)$$

Para um canal AWGN e sinais equiprováveis, as funções de verossimilhança e a função densidade de probabilidade de (2.16) podem ser facilmente obtidas respectivamente através de

$$p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left[\frac{-\left(y-\sqrt{E_s}\right)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (2.17)$$

e

$$p(y) = \frac{1}{2}p\left(y \mid +\sqrt{E_s}\right) + \frac{1}{2}p\left(y \mid -\sqrt{E_s}\right) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma^2}}\left\{\exp\left[\frac{-\left(y-\sqrt{E_s}\right)^2}{2\sigma^2}\right] + \exp\left[\frac{-\left(y+\sqrt{E_s}\right)^2}{2\sigma^2}\right]\right\} \qquad (2.18)$$

onde E_s, como já definido, é a energia média por símbolo da modulação e σ^2 é a potência média de ruído na saída do filtro casado ou correlator, para demodulação coerente, no instante de decisão, e vale $N_0/2$ watts. Os valores $\pm\sqrt{E_s}$ correspondem aos valores da magnitude da componente de sinal na saída do filtro casado ou correlator no instante de decisão, para cada um dos símbolos considerados.

O valor da potência média de ruído, σ^2, pode ser corretamente determinado em função da relação sinal-ruído RSR. Isto parece ser trivial, mas pode ser particularmente útil ao cálculo da

eficiência espectral definida segundo (2.10), como pode ser verificado logo adiante, principalmente naqueles casos onde se torna extremamente complexo isolar o valor de E_b/N_0 em função de η, como foi possível na expressão (2.11). A modulação BPSK, apesar de ser uma modulação unidimensional, ocupará, idealmente, uma largura de faixa mínima de Nyquist correspondente ao inverso da duração dos símbolos, ou seja, $B = 1/T$. A energia média por símbolo da modulação vale $E_s = PT$, onde P é a potência média do sinal. Assim, $P = E_sB$. A potência média de ruído na saída do canal vale N_0B. Portanto, a relação sinal-ruído vale RSR = $E_sB/N_0B = E_s/N_0$; e a potência média de ruído na saída do correlator valerá então $N_0/2 = \sigma^2 = E_s/(2\text{RSR})$.

A eficiência espectral pode ser obtida a partir de $\eta = C^{**}/B = C/BT$. Mas sabendo que, para a sinalização BPSK, $BT = 1$, a eficiência espectral pode ser diretamente obtida através da expressão (2.15) ou (2.16). Resta expressar a eficiência espectral em função de E_b/N_0, bastando para isto a conversão de RSR para E_b/N_0. Se for substituído o valor de σ^2 encontrado no parágrafo anterior nas expressões (2.17) e (2.18), pode-se encontrar a capacidade para a sinalização BPSK em função da RSR. Usando (2.10) pode-se então obter a eficiência espectral em função de E_b/N_0, ou seja, basta fazer $E_b/N_0 = \text{RSR}/\eta$ ou, em escala logarítmica,

$$10\log\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = 10\log(\text{RSR}) - 10\log\eta \tag{2.19}$$

onde η é a eficiência espectral, em watts por hertz.

A Fig. 2.1 mostra a capacidade, em bits por uso do canal, para sinalização BPSK e para entrada gaussiana, em função da relação sinal-ruído. A Fig. 2.2 mostra a eficiência espectral, em bits por segundo por hertz, em função de E_b/N_0. A Fig. 2.2 se mostra bastante útil, pois permite que seja obtido o mínimo valor de E_b/N_0 admissível para operação livre de erros com a modulação BPSK em canal AWGN, em função da taxa do código utilizado. Esta taxa é lida diretamente no eixo de eficiência espectral e o correspondente valor mínimo de E_b/N_0 é lido no eixo horizontal. Perceba que se a taxa de informação tende a zero, o mínimo valor de E_b/N_0 tende ao limite de Shannon de –1,6 dB, tanto para entrada contínua ilimitada quanto para sinalização BPSK.

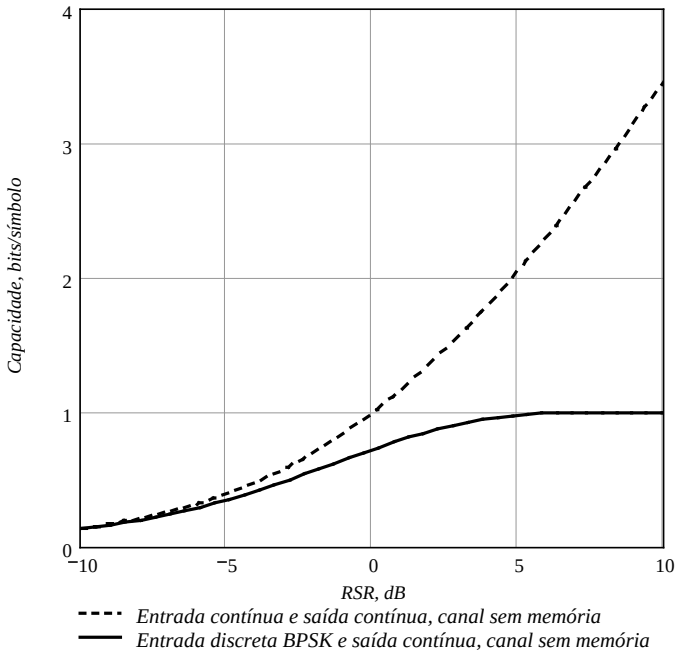

Fig. 2.1. Capacidade de canal AWGN para entrada gaussiana e para sinalização BPSK.

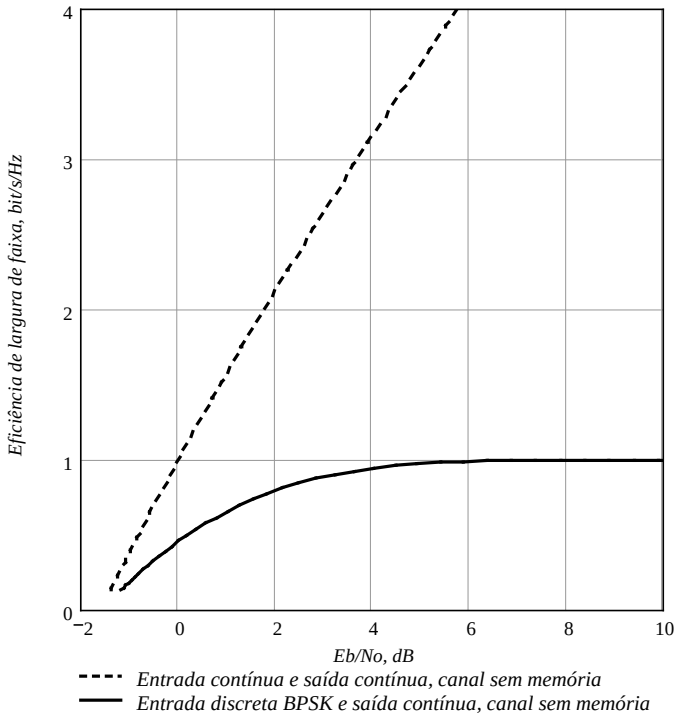

Fig. 2.2. Eficiência espectral do canal AWGN para entrada gaussiana e para sinalização BPSK.

Uma forma alternativa para se determinar o valor mínimo de E_b/N_0, em função da taxa de codificação e para uma dada taxa de erros mínima esperada em um canal AWGN, é apresentada em [Ben99, p. 144] para o caso em que não há restrição no alfabeto de entrada do canal (entrada contínua) e também em [Hay01, p. 605] para o caso de sinalização BPSK. Para exemplificar o processo e dele extrair conclusões importantes, seja uma fonte binária sem memória com entropia $H(p) = -p\log p - (1-p)\log(1-p)$ [Hay01, p 572], onde p é a probabilidade *a-priori* de ocorrência do símbolo correspondente ao bit 1 e $(1-p)$ é a probabilidade *a-priori* de ocorrência do símbolo correspondente ao bit 0. Suponha que se deseja transmitir os símbolos gerados por esta fonte através de um canal AWGN, utilizando um código de taxa $R_c = k/n$ e uma sinalização qualquer para a qual a capacidade do canal valha C. De [Ben99, p. 139] tem-se o limitante inferior para a probabilidade de erro de bit

$$P_b \geq H^{-1}\left(1 - \frac{C}{R_c}\right) \tag{2.20}$$

onde $H^{-1}(1 - C/R_c)$ é o valor de p tal que $H(p) = 1 - C/R_c$. Para que se possa obter uma relação entre a probabilidade de erro mínima determinada por (2.20) em função da relação E_b/N_0 mínima para se atingir tal probabilidade de erro com uma dada taxa de codificação R_c, para sinalização BPSK por exemplo, é preciso escrever a capacidade C em função de E_b/N_0 e R_c. Para tanto basta calcular o valor da variância de ruído σ^2 em função destas duas últimas grandezas e substituir o valor encontrado nas equações (2.17) e (2.18), levando esses valores em (2.16). Para transmissão a uma taxa de bits igual à capacidade de canal, o valor de E_b/N_0 pode ser escrito como

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{PT_s}{N_0 C^{**} T_s} = \frac{E_s}{N_0 R_c} = \frac{E_s}{2\sigma^2 R_c} \tag{2.21}$$

Sem perda de generalidade pode-se considerar que a energia por símbolo transmitido, E_s, seja unitária e o valor da variância do ruído aditivo gaussiano branco pode então ser escrito como

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2E_b R_c} \tag{2.22}$$

Substituindo (2.22) em (2.17) e (2.18) calcula-se a capacidade C do canal AWGN para sinalização BPSK através de (2.16) e o resultado é levado a (2.20). A solução numérica de (2.20) para esta situação foi efetuada para alguns valores de taxa de codificação e os resultados são apresentados na Fig. 2.3. Como pode ser observado nessa figura, se a taxa de codificação de canal se aproxima de 1, o valor de E_b/N_0 necessário para uma transmissão livre de erros eleva-se monotonicamente em direção ao infinito e, se a taxa de codificação tende para zero, o valor mínimo de E_b/N_0 tende para o limite de Shannon de –1,6 dB.

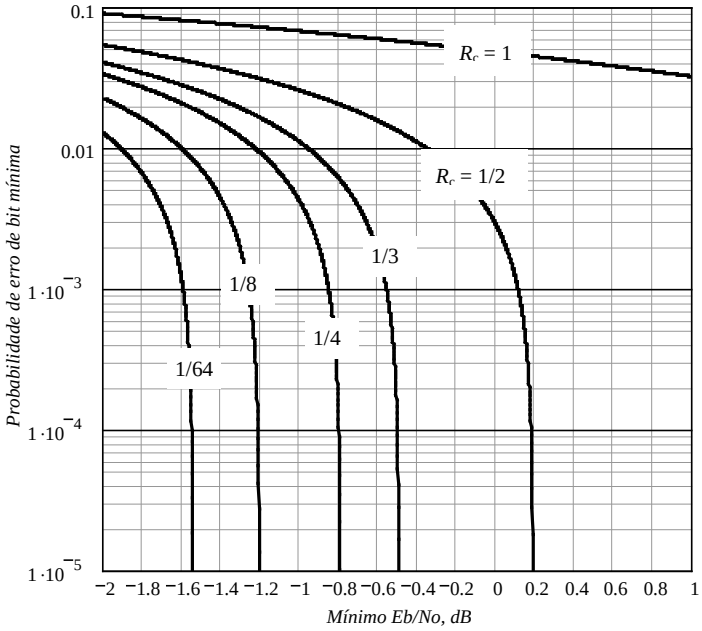

Fig. 2.3. Mínimo E_b/N_0 em função da taxa de codificação R_c para sinalização antipodal BPSK em canal AWGN

Da Fig. 2.3 podem-se obter valores limites de E_b/N_0 para sinalização antipodal BPSK em canal AWGN, em função de taxas de codificação consideradas como exemplo. Pode-se notar que os valores de E_b/N_0 mínimo obtidos na Fig. 2.3 para valores de taxa de erro por volta de 10^{-5}, correspondem, exatamente, aos valores que podem ser obtidos através da Fig. 2.2. Algumas observações importantes podem ser mencionadas em função da interpretação dos resultados apresentados na Fig. 2.3:

- usualmente, em várias referências bibliográficas, utiliza-se o valor de 10^{-5} como valor de taxa de erro de bit de referência para a medida da distância em dB do desempenho obtido por um determinado esquema de codificação de canal e o limite mínimo de E_b/N_0. Observando a Fig. 2.3 pode-se justificar a escolha do valor 10^{-5}, posto que para valores ainda mais baixos cada curva de probabilidade de erro de bit *versus* E_b/N_0 se mantém praticamente no valor limite;
- em muitas referências, quando da comparação entre o desempenho obtido por um determinado esquema de codificação de canal e o limite mínimo de E_b/N_0, é comum traçar-se uma reta na curva de probabilidade de erro de bit *versus* E_b/N_0 passando pelo valor de E_b/N_0 mínimo. Esta alternativa é válida apenas para valores muito baixos de probabilidade de erro de bit de referência ou transmissões livres de erro, pois para valores mais elevados dessa probabilidade os limites mínimos de E_b/N_0 são menores. Por exemplo, se uma probabilidade de erro de bit de 10^{-3} é aceitável em um sistema de comunicação com taxa de codificação de canal igual a 0,5, o valor mínimo de E_b/N_0 seria de 0,1 dB, em vez de 0,19 dB @ 10^{-5};
- por fim, pode-se observar que o limite mínimo de E_b/N_0 para transmissão livre de erros em canal AWGN para sinalização antipodal BPSK e taxa de codificação igual a 0,5 é de cerca de 0,19 dB e não 0 dB como é citado em várias referências bibliográficas.

2.2. Capacidade do Canal Rayleigh seletivo em freqüência para transmissão multiportadora

Nesta seção é explorada a metodologia de cálculo de capacidade em canal com desvanecimento Rayleigh plano. Também são tecidos alguns comentários sobre a capacidade de canais paralelos como aqueles identificados em um sistema com múltiplas portadoras e, à luz dos conceitos abordados na seção anterior, são apresentados procedimentos e resultados de cálculos de capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência, para um sistema com múltiplas portadoras.

2.2.1. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh plano

Segundo William C. Lee [Lee90], a capacidade de canal com desvanecimento Rayleigh plano deve ser calculada em seu sentido médio. De acordo com Lee, se é sabido que a relação sinal-ruído varia com o tempo devido ao desvanecimento Rayleigh [Jak94], a capacidade instantânea do canal poderia ser calculada segundo a expressão (2.9), condicionada à amplitude do desvanecimento naquele instante. A capacidade média do canal poderia então ser calculada por uma média em todas as possíveis amplitudes do desvanecimento, de maneira similar ao que é usualmente feito para o cálculo de probabilidade de erro de bit nesse tipo de canal. Em termos matemáticos, seja a função densidade de probabilidade da relação sinal-ruído em um canal com desvanecimento Rayleigh [Jak94, p. 231], [Yac93, p. 101]:

$$p(\gamma) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma}\exp\left(-\gamma/\Gamma\right), & \gamma \geq 0 \\ 0, & \gamma < 0 \end{cases} \tag{2.23}$$

onde Γ é a relação sinal-ruído média em γ, ou seja $\Gamma = \mathrm{E}(\gamma)$, sendo $\mathrm{E}(\gamma)$ o valor esperado ou média estatística de γ. Fazendo o uso de (2.9) pode-se determinar a capacidade instantânea, medida em bits por segundo, condicionada a um valor de γ, para entrada e saída contínuas:

$$C^{**}(\gamma) = B\log_2\left(1+\gamma\right) \tag{2.24}$$

E a capacidade média do canal com desvanecimento Rayleigh, também medida em bits por segundo, poderia ser então determinada por [Lee90, p. 188]

$$\left\langle C^{**}_{Rayleigh}\right\rangle = \int_0^\infty B\log_2\left(1+\gamma\right)p(\gamma)d\gamma = B\int_0^\infty \log_2\left(1+\gamma\right)\frac{1}{\Gamma}\exp\left(-\gamma/\Gamma\right)d\gamma \tag{2.25}$$

William C. Lee fornece, em [Lee90], uma solução numérica para a expressão (2.25) em função da integral exponencial Ei(-x). Tal solução leva a

$$\left\langle C^{**}_{Rayleigh}\right\rangle = -B\log_2\left(e\right)e^{1/\Gamma}\mathrm{Ei}\left(-1/\Gamma\right) \tag{2.26}$$

onde a integral exponencial é definida por [Lee90] [Mat01] como:

$$\mathrm{Ei}(-x) = E + \ln(x) + \sum_{a=1}^{A} \frac{(-x)^a}{a\,a!} \tag{2.27}$$

sendo E a constante de Euler, $E \cong 0{,}577215665$, e A é o limite superior do somatório que em teoria é infinito, mas para valores de $|\,x\,|$ na função Ei(-x) menores que 4, A = 100 representa uma ótima aproximação para fins de cálculo numérico [Mat01]. Entretanto, um erro[1] cometido em [Lee90] levou a um pequeno desvio nos resultados apresentados pelo autor. Este erro também foi observado por [Gün96]. Estas constatações, contudo, não torna inválida a idéia de capacidade média proposta por Lee e também por outros autores. Mas, embora a expressão (2.25) esteja correta, sua obtenção aparentemente *intuitiva* não permitiu que fosse investigado em quais situações e condições ela é válida. Preenchendo esse vazio, A. J. Goldsmith [Gol97] reúne expressões para estimação da capacidade em um canal com desvanecimento, fundamentadas pela teoria da informação. Os casos considerados em [Gol97] são 1) *informação de estado de canal*[2] *conhecida pelo transmissor e pelo receptor* e 2) *informação de estado de canal conhecida apenas no receptor*.

Segundo A. Goldsmith, cálculos de capacidade em canais variantes no tempo, com estado de canal conhecido tanto pelo transmissor quanto pelo receptor, foram originalmente considerados por J. Wolfowitz [Wol64]. De acordo com Wolfowitz, conforme citado em [Gol97], seja $g[i]$ um processo aleatório estacionário e ergódico, representando o estado do canal que assume valores dentro de um conjunto U de canais discretos sem memória. Seja $C(u)$ a capacidade de um canal $u \in U$, medida em bits por uso do canal, e $p(u)$ a probabilidade ou fração de tempo em que o canal se encontra no estado u. A capacidade deste canal variante no tempo (CVT) é dada por [Wol64, Teorema 4.6.1]:

$$C_{CVT} = \sum_{u \in U} C(u)p(u) \tag{2.28}$$

[1] Tal erro se refere à troca do sinal na exponencial da expressão (2.26) e a propagação desse erro para uma simplificação dessa expressão.

[2] Por conhecimento da *informação de estado de canal* entende-se a perfeita estimação dos "ganhos" do canal em cada instante. No receptor esta estimativa pode ser realizada através da inserção de tons piloto em "nulos" do espectro de transmissão, considerando que o desvanecimento ocorra exatamente como aquele percebido nos tons piloto [Big98].

Agora considere um canal AWGN com desvanecimento multiplicativo e que os "ganhos" do canal $g[i]$ correspondem a um processo aleatório estacionário e ergódico. A capacidade do canal AWGN invariante no tempo com relação sinal-ruído média γ pode ser calculada por (2.24). Seja então $p(\gamma) = p(\gamma[i] = \gamma)$ a distribuição de probabilidades da relação sinal-ruído. A capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh, de acordo com (2.28), adaptada para o caso contínuo, com *informação de estado conhecida pelo transmissor e pelo receptor* será então

$$\left\langle C_{CVT}^{**} \right\rangle = \int_{\gamma} C^{**}(\gamma)\, p(\gamma) d\gamma = \int_{\gamma} B \log_2(1+\gamma)\, p(\gamma) d\gamma \tag{2.29}$$

Este resultado coincide com (2.25) e uma expressão equivalente é também apresentada em [Big98, p. 2627]. Nota-se que (2.29) parece ser válida para qualquer distribuição da relação sinal-ruído, $p(\gamma)$.

Resultados apresentados em [Gol97] demonstram que, se a *condição de compatibilidade*[1] é satisfeita, para uma potência de transmissão constante, o conhecimento do estado de canal no transmissor não eleva a capacidade. Portanto, como os casos considerados nesta tese atendem a essa condição e a potência de transmissão é constante, pode-se utilizar a expressão (2.25) para o cálculo de capacidade com *informação de estado de canal conhecida apenas pelo receptor*. Nesses casos, o uso de informação de estado de canal somente no receptor, além de apresentar baixa complexidade, leva a uma capacidade que é igual àquela que poderia ser obtida com a regra ótima. Essa regra ótima se refere à adaptação de potência e de taxa de transmissão ao canal. Obviamente, tal regra pressupõe o conhecimento e uso da informação de estado de canal no transmissor e no receptor, o que por sua vez leva à necessidade de um canal de realimentação, livre de erros e sem atraso, entre receptor e transmissor.

O conceito de capacidade média pode ser estendido de forma que, admitindo conhecidas as estatísticas do desvanecimento, seja possível efetuar cálculos computacionais bastante exatos. Seja $g[i]$ o ganho ou estado do canal em cada instante de tempo discreto i. Suponha que seja possível gerar, por computador, um número X suficientemente grande de valores de $g[i]$, segundo a distribuição de probabilidades do desvanecimento considerado. A capacidade média do canal variante no tempo (CVT), em bits por segundo, pode então ser estimada por:

[1] A condição de compatibilidade é satisfeita se os ganhos do canal são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d) e se a distribuição de probabilidade de entrada que maximiza a informação mútua é a mesma independentemente do estado de canal.

$$\left\langle C_{CVT}^{**} \right\rangle = \lim_{X \to \infty} \frac{1}{X} \sum_{i=1}^{X} B \log_2 \left(1 + \Gamma\, g^2[i]\right) \tag{2.30}$$

onde Γ é a relação sinal-ruído média local no canal e $\Gamma g^2[i] = \gamma[i]$. Por X suficientemente grande entende-se um valor tal que a expressão (2.30) convirja para um resultado satisfatório. Os resultados apresentados nesta tese foram estimados utilizando-se X = 10.000 em (2.30).

A Fig. 2.4 apresenta resultados de cálculo da eficiência espectral $\left\langle C_{CVT}^{**} \right\rangle / B$ em um canal com desvanecimento Rayleigh plano para os casos:

1) solução de (2.25) por integração numérica;
2) solução de (2.25) pelo método de *Monte Carlo*;
3) solução numérica de (2.26) e
4) solução numérica de (2.30).

Os resultados obtidos para todos estes casos se mostraram coincidentes e, para não dificultar a visualização na Fig. 2.4, apenas aqueles que utilizam a expressões (2.26) e (2.30) são apresentados. A eficiência espectral para o canal AWGN com entrada e saída contínuas também é apresentada como referência. O resultado obtido em [Lee90] também é registrado na Fig. 2.4, demonstrando o erro causado pela aproximação adotada pelo autor, principalmente para valores mais baixos de relação sinal-ruído.

No caso do uso da expressão (2.30), foram gerados por computador X = 1.000 valores temporalmente descorrelacionados da variável aleatória $g[i]$, com distribuição Rayleigh. O limite da integração numérica segundo (2.25) foi adotado como 10Γ. Todos os resultados obtidos coincidem com aqueles correspondentes fornecidos em [Alo97], [Gol97], [Gün96] e [Oza94]. Desta forma, pode-se considerar que a expressão (2.30) representa uma simples forma de estimação da capacidade de qualquer canal variante no tempo, desde que a condição de compatibilidade anteriormente descrita seja satisfeita.

É importante ressaltar que, apesar da capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh plano não se apresentar significativamente distante da capacidade do canal AWGN (cerca de 2 dB para valores mais altos de relação sinal-ruído e menos de 1 dB para valores baixos de relação sinal-

ruído) o uso de diversidade [Jak94] pode levar a capacidade do canal Rayleigh a valores ainda mais próximos da capacidade em AWGN [Lee90], [Gün96], [Alo97]. A diversidade é um método conhecido e usual que reduz a probabilidade de ocorrência de desvanecimentos profundos no sinal recebido ou, equivalentemente, procura aproximar o comportamento do canal de Rayleigh do comportamento do canal AWGN. Esta aproximação ou "gaussianização" é tanto maior quanto mais elevada a ordem da diversidade [Pro95], [Ben99], [Big99].

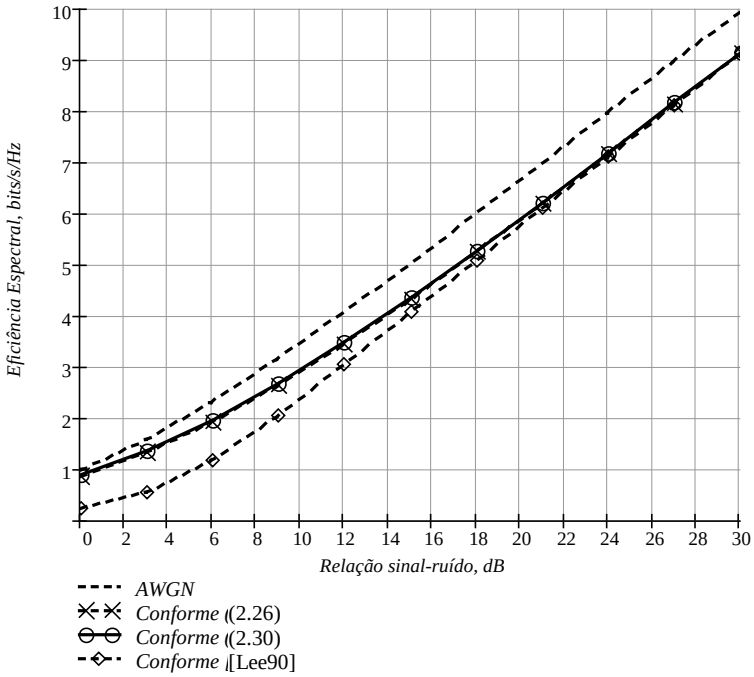

Fig. 2.4. Eficiência Espectral para canal Rayleigh e AWGN.

2.2.2. Capacidade de múltiplos canais AWGN em paralelo

Seja um conjunto de M sub-canais AWGN sem memória e discretos no tempo, cujas variâncias de ruído são $\sigma_1^2, ..., \sigma_M^2$. Admita que a potência total de entrada do canal seja limitada, ou seja:

$$\sum_{m=1}^{M} \overline{x_m^2} \leq \xi \tag{2.31}$$

A capacidade é alcançada escolhendo-se como entrada variáveis aleatórias gaussianas estatisticamente independentes, de média nula e de variância $\overline{x_m^2} = \xi_m$; com ξ_m satisfazendo a [Gal68. p. 344]

$$\sigma_m^2 + \xi_m = J\,, \quad \text{para } \sigma_m^2 < J \tag{2.32}$$

$$\xi_m = 0\,, \quad \text{para } \sigma_m^2 \geq J \tag{2.33}$$

e onde J é escolhido de tal sorte que $\Sigma \xi_m = \xi$. O princípio ditado pelas expressões (2.32) e (2.33) é conhecido com *princípio do enchimento de água*. A capacidade do canal (conjunto de M sub-canais) será então [Gal68, p. 344]

$$C^* = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{\xi_m}{\sigma_m^2} \right) \quad \text{bit/dimensão} \tag{2.34}$$

De forma análoga à obtenção da expressão (2.9) a partir da expressão (2.8), o resultado (2.34) pode ser estendido para o caso contínuo onde cada sub-canal é limitado em Δf Hz. No intervalo de T segundos haverá no máximo $2T\Delta f$ sinais ortogonais. Sendo cada sub-canal utilizado $2T\Delta f$ vezes para a transmissão de $2T\Delta f$ sinais em T segundos, a capacidade por unidade de tempo para o canal contínuo com potência de transmissão limitada será a capacidade definida em (2.34), multiplicada por $2T\Delta f$. Considerando ainda as relações: $\sigma_m^2 = N_0/2$ e $\xi_m = P_m/2\Delta f$ [Woz65, p. 323], a capacidade dada por (2.34), por unidade de tempo, pode ser expressa por:

$$C^{**} = \sum_{m=1}^{M} \Delta f \log_2 \left(1 + \frac{P_m}{N_0 \Delta f} \right) \quad \text{bit/s} \tag{2.35}$$

ou seja, a capacidade de um conjunto de M canais AWGN em paralelo é igual à soma das capacidades individuais de cada canal. Essa capacidade é atingível com a adaptação do sinal de

entrada ao canal segundo o *princípio do enchimento de água* e com, obviamente, um complexo esquema de codificação de canal, conforme indica o teorema da codificação de canal de Shannon.

O modelo de um sistema com múltiplas portadoras, em canal AWGN, pode ser visualizado como um conjunto de sub-canais AWGN independentes. A capacidade total desse canal pode ser então expressa por (2.34), lembrando que, se nesse caso a largura de faixa total do canal é plana e vale $B = M\Delta f$ e a potência total de sinal é $P = P_1 + P_2 + ... + P_M$, a capacidade encontrada com o uso de (2.34) é igual àquela que seria obtida a partir de (2.9). Isto permite dizer que o uso de sistemas com múltiplas portadoras em canal AWGN com resposta em freqüência plana, fase linear e densidade de ruído uniformemente distribuída na banda útil não traz benefício.

2.2.3. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para transmissão multiportadora

Conjectura-se que os limites de transmissão para um sistema com múltiplas portadoras, em canal com desvanecimento, possam ser estimados a partir do conceito apresentado na subseção anterior sobre canais gaussianos em paralelo. Entretanto, para que isto possa ser admitido é preciso que as estatísticas do desvanecimento sejam adequadamente levadas em consideração. Em [Gol00], L. Goldfelf e V. Lyandres demonstram procedimentos e resultados referentes ao cálculo da capacidade do canal multiportadora seletivo em freqüência, admitindo que os desvanecimentos nas sub-portadoras (ou sub-canais) são diferentes entre si e constantes (planos) e que a potência de ruído é uniformemente distribuída na banda total do canal multiportadora. No modelo adotado em [Gol00], um elemento de estimação dos ganhos em cada sub-canal e um elo de realimentação perfeita (sem ruído e sem atraso) entre transmissor e receptor garantem que a informação de estado de canal seja conhecida tanto pelo receptor quanto pelo transmissor. Dessa forma Goldfeld pôde obter uma regra ótima de adaptação da potência de transmissão em cada sub-canal procurando maximizar a capacidade média total do canal multiportadora. No método de adaptação sugerido em [Gol00], a potência de transmissão em um dado sub-canal é proporcional à diferença entre a atenuação média de potência causada em todos os sub-canais e a atenuação de potência causada no sub-canal em questão, ou seja, maior potência é alocada aos canais relativamente melhores (menos atenuados). Este método é análogo conceitualmente ao *princípio de enchimento de água*.

Para o caso de desvanecimento Rayleigh plano e canal único, o resultado obtido em [Gol00] coincide com aqueles apresentados na subseção 2.2.1 desse trabalho. Para o caso das potências de transmissão em cada sub-canal serem iguais entre si, tem-se a situação equivalente a não se ter disponível a informação de estado de canal no transmissor. Para este caso, a capacidade do canal multiportadora com desvanecimento Rayleigh, medida em *nats* por dimensão, vale [Gol00]

$$\left\langle C^{*}_{Rayleigh} \right\rangle = -\frac{1}{2} M\, e^{1/\Gamma} \mathrm{Ei}\left(-1/\Gamma\right) \tag{2.36}$$

Tomando como referência os comentários registrados logo após a expressão (2.8) e a regra de conversão de bases logarítmicas, pode-se expressar (2.36) em bits por segundo, levando a:

$$\left\langle C_{Rayleigh} \right\rangle = -M\Delta f\, \log_2(e)\, e^{1/\Gamma} \mathrm{Ei}\left(-1/\Gamma\right) \tag{2.37}$$

onde Γ é a relação sinal-ruído média, com valores idênticos em cada sub-canal, M é o número de portadoras (sub-canais), Δf é a largura de faixa dos sub-canais (com valor igual para todos os sub-canais) e Ei(-x) é a integral exponencial já definida pela expressão (2.27).

Conclui-se então que, para um canal com desvanecimentos Rayleigh independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), com M portadoras contíguas e largura de faixa total $M\Delta f$, com informação de estado de canal conhecida apenas pelo receptor, com potência de transmissão uniformemente distribuída e com potência de ruído idêntica para todos os sub-canais, a capacidade de canal é M vezes a capacidade em cada sub-canal, conforme dita a expressão (2.37).

2.3. Análise para o sistema MC-DS-CDMA modificado

Nesta seção, o sistema MC-DS-CDMA originalmente proposto em [Sou96] é interpretado e descrito de forma mais detalhada que aquela resumidamente registrada no Capítulo 1. As principais expressões que permitem a análise completa do sistema original são ainda apresentadas nesta seção objetivando oferecer fundamentos aos cálculos de capacidade aqui apresentados e à avaliação do sistema MC-DS-CDMA com os esquemas de codificação de canal sugeridos no Capítulo 5.

2.3.1. Introdução

As figuras correspondentes às estruturas do transmissor e do receptor do sistema MC-DS-CDMA em estudo, bem como aquela correspondente ao espectro do sinal modulado na saída do sistema, já foram apresentadas no Capítulo 1. A Fig. 1.6 mostra a estrutura do transmissor do sistema para um usuário qualquer, a Fig. 1.7 ilustra o espectro do sinal de saída do transmissor e a Fig. 1.9 mostra a estrutura do receptor.

Para que seja possível a sobreposição de 50% dos espectros de todas as portadoras moduladas, o espaçamento entre as freqüências centrais de cada uma delas deverá ser igual à metade do espaçamento nulo-a-nulo do espectro de uma delas ou, de forma equivalente, igual ao recíproco da taxa de *chips* da seqüência código utilizada, o que garantirá ortogonalidade temporal entre os sinais transportados por cada portadora modulada.

O índice de cada uma das portadoras moduladas no espectro resultante (veja Fig. 1.7) está associado às freqüências das portadoras em cada um dos M ramos de saída do conversor S/P e em cada uma das S réplicas geradas nesses ramos, conforme ilustrado pela Fig. 2.5.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & M \\ M+1 & M+2 & \dots & 2M \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ (S-1)M+1 & (S-1)M+2 & \dots & SM \end{bmatrix} \text{(a)} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \text{(b)}$$

Fig. 2.5. Arranjo para determinação do índice de cada portadora do sistema MC-DS-CDMA modificado em função de M e S: (a) arranjo geral e (b) arranjo para $M = 4$ e $S = 3$

Os elementos das matrizes da Fig. 2.5 correspondem aos índices das portadoras no espectro resultante e os índices das colunas e linhas estão associados aos índices das portadoras usadas em cada ramo do conversor S/P e em cada réplica gerada em um ramo específico, respectivamente. Assim, por exemplo, para $M = 4$ e $S = 3$, a portadora de número 5 no sistema corresponde à portadora utilizada na saída 1 do conversor S/P (coluna 1 do arranjo) e réplica 2 (linha 2 do arranjo). Esta regra garante máxima separação entre as portadoras que transportam as réplicas de um mesmo bit, garantindo assim maior eficiência da diversidade em freqüência. Pode-se interpretar tal regra

como uma regra de entrelaçamento de bloco do tipo linha-coluna para as réplicas dos bits transmitidos, no domínio da freqüência.

Numa análise alternativa, se q representa o índice absoluto das portadoras moduladas na saída do sistema, q = 1, 2, ..., MS, se p representa o índice de cada um dos ramos do conversor S/P, tal que p = 1, 2, ..., M, e se ν representa o índice de cada réplica, ν = 1, 2, ..., S, matematicamente estes valores se relacionam através de:

$$q = p + M(\nu - 1) \tag{2.38}$$

Se W é a largura de faixa disponível, para o caso de um sistema CDMA com portadora única esta largura de faixa (nulo-a-nulo do lobo principal do espectro do sinal modulado) vale aproximadamente $W = 2/T_{c1}$, onde T_{c1} é a duração de um *chip* da seqüência pseudo-aleatória usada nesse sistema com portadora única. Para que seja mantida a mesma largura de faixa para o sistema MC-DS-CDMA, o comprimento, N, da seqüência pseudo-aleatória deverá ser adequadamente dimensionado. Tem-se MS portadoras ortogonais com sobreposição de 50% de seus espectros modulados (veja Fig. 1.7 no Capítulo 1), o que leva a uma largura de faixa total de $W = 2/T_{c1} = (MS+1)(1/2)(2/T_c)$, sendo T_c a duração de um *chip* da seqüência pseudo-aleatória usada no sistema MC-DS-CDMA. Como $N = T/T_c = MT_b/T_c$, tem-se

$$N = \frac{2M}{MS+1} N_1 \tag{2.39}$$

onde $N_1 = T_b/T_{c1}$ é comprimento da seqüência PN para o caso de portadora única. Como brevemente citado no Capítulo 1, as seqüências-código para um determinado usuário podem ser iguais em todos os MS ramos, como aqui considerado, ou podem corresponder a partes de uma seqüência PN longa. Nesse segundo caso tem-se a possibilidade de se acomodar mais usuários no sistema, em comparação ao uso de seqüências idênticas nos MS ramos [San96], e pode-se operar com partes de comprimento relativamente pequeno, dada a dificuldade de se encontrar códigos curtos e com baixa correlação cruzada.

A possibilidade de sobreposição entre portadoras moduladas contíguas traz um correspondente aumento no ganho de processamento do sistema. Por exemplo, para 50% de sobreposição tem-se, conforme pode ser visto na Fig. 1.7, um ganho espectral, definido como a

relação entre a largura de faixa necessária sem qualquer sobreposição espectral e aquela com a sobreposição considerada, de:

$$G_e = \frac{MS(2/T_c)}{(MS+1)(1/T_c)} = \frac{2MS}{MS+1} \tag{2.40}$$

Nesse caso, com o aumento do produto *MS*, o ganho G_E torna-se aproximadamente igual a 2 e o ganho de processamento do sistema é também aproximadamente duplicado, como pode ser notado através da Fig. 1.7.

Como também citado no Capítulo 1, uma das principais características do sistema proposto por Sourour e Nakagawa [Sou96] se refere à possibilidade de redução da complexidade em relação ao sistema com portadora única, utilizando apenas um filtro casado por portadora. Isto somente pode ser conseguido se: 1) o canal não provocar nenhum espalhamento temporal - o que equivale a existir somente um percurso de propagação para o sinal transmitido ou 2) cada portadora sofrer desvanecimentos independentes, porém aproximadamente planos[1]. Como a primeira alternativa é pouco provável de acontecer em um ambiente de comunicação móvel real, resta considerar a segunda. Através da adequada escolha dos parâmetros *M* e *S* pode-se ter a largura de faixa de cada portadora modulada inferior à largura de faixa de coerência do canal. Dessa forma o canal se comportará como se houvesse apenas um único percurso por portadora e possibilitará a utilização de um único filtro casado (em vez de um receptor RAKE) em cada um dos *MS* ramos. Tal situação é alcançada quando [Sou96]

$$MS \geq 2L_1 - 2 \tag{2.41}$$

onde L_1 é o número de percursos que podem ser discriminados pelo sistema para o caso de portadora única. Se esta condição for satisfeita, *L*, o número de percursos que podem ser discriminados pelo sistema MC-DS-CDMA, será igual a um, posto que:

[1] Na realidade, quando da ocorrência de desvanecimento seletivo em um canal de rádio móvel com múltiplas portadoras, pode-se considerar que o desvanecimento por portadora modulada seja plano apenas no limite em que o número *M* de portadoras do sistema tende a infinito. Entretanto, para *M* suficientemente elevado pode-se obter baixa correlação de envoltória entre as componentes de freqüência em cada portadora modulada, fazendo com esta aproximação seja razoável e torne realizável a análise matemática do sistema.

$$L = \left\lfloor \frac{2(L_1 - 1)}{MS + 1} \right\rfloor + 1 \tag{2.42}$$

Na análise feita por Sourour e Nakagawa foi considerado o caso geral em que o receptor de um usuário é formado por M subsistemas ou grupos e cada subsistema ou grupo consiste de S receptores RAKE, um para cada portadora utilizada. Cada receptor RAKE consiste de λ filtros casados com os primeiros λ percursos gerados pelo canal e separados no receptor, sendo $1 \leq \lambda \leq L$.

Talvez a observação mais importante sobre os resultados analíticos obtidos por Sourour e Nakagawa esteja relacionada à possibilidade de obtenção de um desempenho superior àquele demonstrado pelos receptores RAKE, dependendo da adequada escolha dos parâmetros M e S, principalmente. Esta superioridade começa a se pronunciar quando o sistema MC-DS-CDMA proposto vai da implementação da diversidade de múltiplos percursos, típica dos receptores RAKE, em direção à diversidade em freqüência proposta pelo sistema.

2.3.2. O modelo do canal

O modelo do canal utilizado nas análises de Sourour e Nakagawa [Sou96] é aquele que apresenta como resposta ao impulso um contínuo de múltiplos percursos de propagação, discrimináveis quando o canal apresenta atrasos entre eles maiores ou iguais à duração de um *chip* da seqüência pseudo-aleatória - é a condição de separabilidade (do Inglês, *resolvability condition*) do canal [Tur80]. Cada percurso é afetado de maneira independente pelo canal por um desvanecimento multiplicativo com distribuição de Rayleigh.

Para representar o canal foi utilizado como referência o modelo de uma linha de atraso com derivações (do Inglês, *tapped delay line*) tal qual aquele proposto por J. Proakis em [Pro95]. Os atrasos entre as derivações foram considerados como uma variável aleatória com distribuição uniforme entre $[0,T_c)$, ao contrário dos valores fixos de T_c considerados por Proakis. Foi considerado um controle de potência no sistema original de tal sorte que o canal pudesse ser considerado estatisticamente idêntico para todos os usuários, no link reverso. Foi considerado ainda que o canal se mantém constante por um intervalo de tempo correspondente à duração de um símbolo da modulação. A resposta ao impulso do canal pode então ser caracterizada por

$$h_{k,m}(t) = \sum_{l=1}^{L} \psi_{k,m.l} \delta(t - t_{k,l}) \tag{2.43}$$

onde L é o número de percursos discriminados pelo sistema em cada portadora recebida, $\Psi_{k,m,l} = \beta_{k,m,l}\exp(j\chi_{k,m,l})$ é uma variável aleatória gaussiana complexa de média nula e variância σ_l^2 e $t_{k,l} = (l - 1)T_c + \Delta_{k,l}$ é o atraso sofrido pelo sinal no l-ésimo percurso do k-ésimo usuário, considerado igual para todas as portadoras do mesmo usuário. O índice m diferencia a resposta ao impulso para cada portadora utilizada. Os atrasos $\{\Delta_{k,l}\}$ são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas para todo k e l, com distribuição uniforme em $[0,T_c)$. Os fatores multiplicativos em cada percurso, ou ganhos do canal, $\{\Psi_{k,m,l}\}$, são independentes entre si para diferentes k, independentes para diferentes l, independentes e identicamente distribuídos para diferentes k e mesmo l, devido ao controle de potência, e correlacionados para diferentes m e mesmos k e l, isto é, quando diferentes portadoras transmitidas pelo mesmo usuário pertencem ao mesmo percurso, elas estarão sujeitas a desvanecimentos correlacionados. A quantidade de correlação dependerá da separação entre as freqüências que transportam as réplicas dos bits de informação em relação à largura de faixa de coerência do canal. Em situações reais existirá uma determinada correlação entre as réplicas dos bits transmitidas em intervalos de tempo distintos, intervalos estes determinados pelos blocos de entrelaçamento temporal. A quantidade de correlação dependerá da relação entre estes intervalos e o tempo de coerência do canal. Essa correlação foi considerada nula por Sourour e Nakagawa em [Sou96], ou seja, foi admitido entrelaçamento temporal perfeito.

Foi ainda considerado que a energia total do sinal recebido é a soma das energias em cada um dos percursos de propagação, obedecendo-se adicionalmente à normalização

$$\sum_{l=1}^{L} \sigma_l^2 = 1 \tag{2.44}$$

Dois perfis de distribuição da intensidade de potência dos percursos de propagação foram considerados em [Sou96]: o *perfil com distribuição uniforme* e o *perfil com distribuição exponencial*, para os quais tem-se, respectivamente:

$$\sigma_l^2 = \frac{1}{L} \qquad \text{e} \qquad \sigma_l^2 = \sigma_1^2 \exp\left(-\frac{l-1}{\Theta}\right) \tag{2.45}$$

onde Θ está associada à taxa de queda da intensidade dos múltiplos percursos de propagação com o tempo, no perfil exponencial, e σ_1^2 é dado por

$$\sigma_1^2 = \frac{1-\exp(-1/\Theta)}{1-\exp(-L/\Theta)} \tag{2.46}$$

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos considerando-se o perfil de distribuição uniforme para a intensidade de potência dos múltiplos percursos de propagação.

2.3.3. Interferências

O sinal transmitido pelo usuário k no sistema MC-DS-CDMA modificado original [Sou96], com sinalização BPSK, tem a forma:

$$s_k(t) = \sum_{m=1}^{MS} \sqrt{2P} b_{k,p}(t) a_k(t) \cos(\omega_m t + \phi_{k,m}) \tag{2.47}$$

onde $(2P)^{1/2}$ representa a magnitude de cada símbolo transmitido num intervalo de tempo $T = MT_b$ e P é a potência de transmissão por portadora. $b_{k,p} \in \{\pm 1\}$ é um bit do usuário k no ramo $p = 1, 2, ..., M$. $a_k(t) \in \{\pm 1\}$ é a seqüência de espalhamento para o usuário k. O termo em co-seno corresponde às portadoras e respectivas fases utilizadas no transmissor do usuário k, onde $m = 1, 2, ..., MS$ as identificam.

O sinal recebido na estação-base para o sistema MC-DS-CDMA com K usuários assíncronos tem a forma [Sou96]

$$r(t) = \eta(t) + \sqrt{2P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{MS} \sum_{l=1}^{L} \beta_{k,m,l} b_{k,p}(t - t_{k,l} - \tau_k) a_k(t - t_{k,l} - \tau_k) \cos(\omega_m t + \varphi_{k,m,l}) \tag{2.48}$$

onde $\eta(t)$ é o ruído aditivo gaussiano branco de média nula e densidade espectral de potência bilateral $N_0/2$ watts por hertz. $\varphi_{k,m,l}$ é a fase do sinal recebido e τ_k é o atraso de propagação para o sinal do usuário k. $\beta_{k,m,l}$ representa o desvanecimento multiplicativo com distribuição Rayleigh (envoltória da variável aleatória gaussiana complexa $\Psi_{k,m,l}$).

As variáveis de decisão nas saídas dos $S\lambda$ filtros casados do receptor para o sinal do usuário 1, segundo a regra de combinação EGC, são somadas para formar a variável de decisão final:

$$Z \mid p = \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{n=1}^{\lambda} Z_{q,n} = \eta + D + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \tag{2.49}$$

onde ν corresponde ao número relativo de cada portadora dentro de um grupo p, p = 1, 2, ..., M e λ representa o número de filtros casados por portadora recebida. Para λ = 1 tem-se um único filtro casado por portadora, enquanto que para $\lambda = L$ tem-se um receptor RAKE de L braços para cada portadora. A variável q, já definida pela expressão (2.38), é o número absoluto de cada portadora no sistema - por exemplo, a freqüência ν = 2 do grupo p = 1, para M = 4, corresponde à freqüência de número q = 5 no sistema. Se as portadoras utilizadas no sistema possuem freqüência angular $\omega_m = \omega_1+(m-1)2\pi/T_c$, onde m = 1, 2, ... MS é o número absoluto de cada portadora e T_c é a duração de um *chip* da seqüência de espalhamento, através do valor de q pode-se garantir a máxima separação entre as portadoras dos bits idênticos. η corresponde à componente de ruído aditivo gaussiano branco de média nula e variância $N_0TS\lambda/4$ e D é o sinal desejado do usuário em análise (usuário 1), referente a um único bit recebido (bit de índice 0), e vale

$$D = \sqrt{\frac{P}{2}} T b_{1,p}^{0} \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{1,q,n} \tag{2.50}$$

Observando a expressão (2.49), nota-se a presença de quatro tipos de interferência, que são:

- I_1 - interferência devida aos L - 1 percursos de propagação diferentes de n, causada pela mesma portadora q do mesmo usuário k = 1;
- I_2 - interferência devida aos L - 1 percursos de propagação diferentes de n, causada pelas outras portadoras diferentes de q, do mesmo usuário k = 1;

- I_3 - interferência devida aos L percursos de propagação, causada pela mesma portadora q , dos outros usuários $k = 2, ... K$;
- I_4 - interferência devida aos L percursos de propagação, causada pelas outras portadoras diferentes de q , dos outros usuários $k = 2, ... K$.

Em [Sou96] foi considerada a aproximação gaussiana [Rap96], [Kon96, p. 245] para as interferências. Nessa aproximação, essencialmente baseada no *Teorema Central do Limite* [Pap91], a soma de vários sinais interferentes em um sistema CDMA é considerada como possuindo uma distribuição gaussiana com média nula. Dessa forma, para a análise do desempenho do sistema basta que sejam calculadas as variâncias das interferências consideradas. Com essas variâncias e conhecendo-se as estatísticas do desvanecimento, pode-se avaliar analiticamente o desempenho do sistema em termos de probabilidade de erro de bit *versus* relação sinal-ruído média por bit recebido, partindo-se do princípio que o receptor ótimo nesse caso é um receptor com filtros casados[1]. O uso da aproximação gaussiana introduz erros na análise, principalmente no caso de serem considerados baixos fatores de espalhamento [Hwa98]. Mas considerando que o presente trabalho não procura mostrar o desempenho real do sistema analisado, e sim aquele suficiente às comparações relativas propostas, a utilização da aproximação gaussiana é justificada.

Sourour e Nakagawa [Sou96] chegaram a uma expressão final de cálculo de probabilidade de erro de bit que apresenta somente soluções numéricas. Como a modulação utilizada para análise do sistema é a modulação BPSK, a probabilidade de erro de bit em função da variável de decisão obtida vale

$$\mathrm{BER} = Q\left(\sqrt{\frac{\mathrm{E}^2[Z_1 \mid p]}{Var[Z_1 \mid p]}}\right) \tag{2.51}$$

onde $E[Z_1 \mid p]$ é a esperança matemática ou valor médio da variável de decisão, dada por

[1] Com a aproximação gaussiana, admite-se como receptor ótimo o receptor com filtros casados. Quando a aproximação gaussiana não é considerada e os sinais interferentes de outros usuários são levados em conta para estimação da informação transmitida por um determinado usuário, o receptor ótimo pressupõe o uso de alguma técnica de detecção multiusuário. Este tipo de detecção tem como objetivo o cancelamento de interferências e, portanto, tende a eliminar ou reduzir o efeito de saturação da taxa de erro de bit com o aumento da relação sinal-ruído presente quando se utiliza o receptor convencional com filtros casados.

$$\mathrm{E}[Z_1 \mid p] = \sqrt{\frac{P}{2}} T \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n} \tag{2.52}$$

$Var[Z_1 \mid p]$ é a variância dessa variável e $Q(*)$ é a *função de probabilidade gaussiana* [Rap96], função esta que pode ser definida através da *função erro complementar*

$$Q(x) = \frac{1}{2} \mathrm{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \tag{2.53}$$

A resolução de (2.51) envolve soluções numéricas da integral que faz parte de sua definição; o método utilizado por Sourour e Nakagawa para resolvê-la foi o método de *Monte Carlo* [Pap91].

Em [Sou96] os resultados apresentados foram obtidos levando-se em conta a possibilidade de utilização de qualquer tipo de seqüência pseudo-aleatória no sistema. Tendo como base o trabalho de Pursley [Pur77a], [Pur77b], expressões analíticas foram deduzidas e levaram à conclusão por parte dos autores, através dos resultados numéricos obtidos, que a análise de um sistema CDMA utilizando-se seqüências código aleatórias leva a valores intermediários de desempenho quando comparada com análises que consideram seqüências código reais. Tal conclusão simplifica significativamente os cálculos de interferência.

A variância da variável de decisão em (2.51) pode ser decomposta em $Var[Z_1 \mid p] = Var(\eta) + Var[I_1] + Var[I_2] + Var[I_3] + Var[I_4]$. Os valores originalmente deduzidos por E. Sourour e M. Nakagawa em [Sou96] levam a

$$Var[Z_1 \mid p] = \frac{N_0 TS\lambda}{4} + \frac{PST^2}{6N^2}\chi_1 + \frac{PT^2}{4\pi^2 N^2}\chi_2 + \frac{PS\lambda T^2}{6N^3} r + \frac{P\lambda T^2}{2\pi^2 N^3}\mu Q \tag{2.54}$$

onde r é chamado parâmetro de interferência [Bor79], que para seqüências aleatórias pode ser simplesmente determinado por

$$r = 2(K-1)N^2 \tag{2.55}$$

O parâmetro de correlação cruzada μ, também definido em [Bor79], para seqüências aleatórias vale

$$\mu = (K-1)N^2 \tag{2.56}$$

As demais variáveis desconhecidas em (2.54) são determinadas através das expressões (2.57), (2.58) e (2.59) a seguir.

$$Q = \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{\substack{m=1 \\ \neq p+(\nu-1)M}}^{MS} \frac{1}{[m-p-(\nu-1)M]^2} \tag{2.57}$$

$$\chi_1 = 2N\left(\lambda - \sum_{n=1}^{\lambda} \sigma_n^2\right) + \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\lambda-1} \sum_{l=n+1}^{\lambda} (2N-2l+2n-1)\sigma_l \sigma_n \tag{2.58}$$

$$\chi_2 = 2NQ\left(\lambda - \sum_{n=1}^{\lambda} \sigma_n^2\right) - \frac{1}{M^2} \sum_{\nu=1}^{S-1} \sum_{d=\nu+1}^{S} \frac{1}{(d-\nu)^2} \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\lambda-1} \sum_{l=n+1}^{\lambda} (2N-2l+2n-1)\sigma_l \sigma_n \tag{2.59}$$

Por fim, a relação sinal-ruído de referência no sistema de [Sou96] é definida como a relação entre a energia média por bit de informação e a densidade espectral de potência de ruído na saída do combinador EGC. Esta relação sinal-ruído, cujo valor é o mesmo em cada saída dos M combinadores, p, p = 1, 2, ..., M, vale

$$RSR = \frac{PT}{N_0 S \lambda} \mathrm{E}\left[\left(\sum_{\nu=1}^{S} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n}\right)^2\right] \tag{2.60}$$

2.3.4. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador externo – *esquema 1* – e combinador EGC

Nesta subseção, os procedimentos de cálculo de capacidade apresentados nas seções 2.1 e 2.2 e as expressões que permitem a análise do desempenho do sistema MC-DS-CDMA modificado, estas consideradas na subseção anterior, são combinados e aplicados ao cálculo da capacidade deste

sistema, presumindo-se que o *esquema 1* de codificação de canal seja aquele em que o codificador é colocado na entrada transmissor do sistema (entrada do conversor S/P) e o decodificador é colocado na saída do conversor P/S do receptor. Nessa situação, o conversor P/S preferencialmente operaria com valores reais, permitindo que o decodificador faça uso de entradas suaves para decodificação, e o elemento de decisão seria localizado na saída deste decodificador. Como alternativa em termos de implementação, o conversor P/S poderia ser excluído, dando lugar ao decodificador que operaria com M entradas suaves, fornecendo em sua saída os bits de informação estimados numa taxa igual à taxa de informação na entrada do transmissor do sistema. Poder-se-ia chamar o *esquema 1* de codificação de esquema convencional. A Fig. 2.6 apresenta o diagrama do transmissor e a Fig. 2.7 mostra o diagrama do receptor para o sistema MC-DS-CDMA codificado segundo o *esquema 1*.

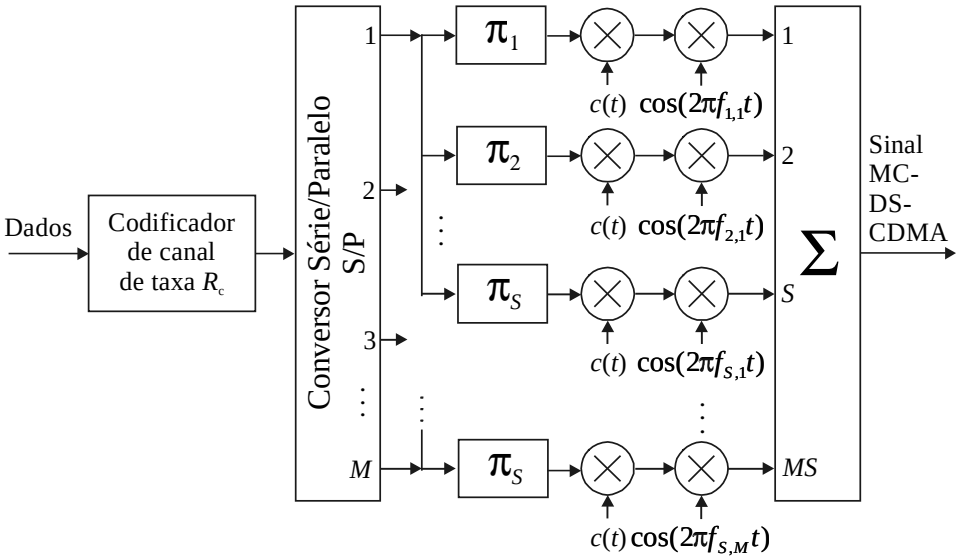

Fig. 2.6. Transmissor para o sistema MC-DS-CDMA modificado com codificação de canal segundo o *esquema 1*.

A partir da expressão (2.50) pode-se concluir que o valor médio de sinal na saída do combinador do receptor de um ramo p, p = 1, ..., M qualquer (veja Fig. 1.9 do Capítulo 1) para o usuário 1, no instante de decisão i, vale

$$D[i] = \pm g[i]\sqrt{\frac{P}{2}T} \tag{2.61}$$

conforme seja transmitido o bit 0 – sinal negativo em (2.61), ou 1 – sinal positivo em (2.61). A variável $g[i]$ representa a influência no valor médio desse sinal em função do desvanecimento e vale

$$g[i] = \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta[i]_{1,q,n} \tag{2.62}$$

onde S é o número de repetições dos bits transmitidos em cada um dos M ramos de saída do conversor série-paralelo, λ é o número de filtros casado por portadora na recepção e $\beta[i]_{1,q,n}$ é o valor da variável aleatória com distribuição Rayleigh, no instante de tempo discreto i, para o usuário 1, portadora $q = p+M(\nu - 1)$ e braço n do receptor RAKE.

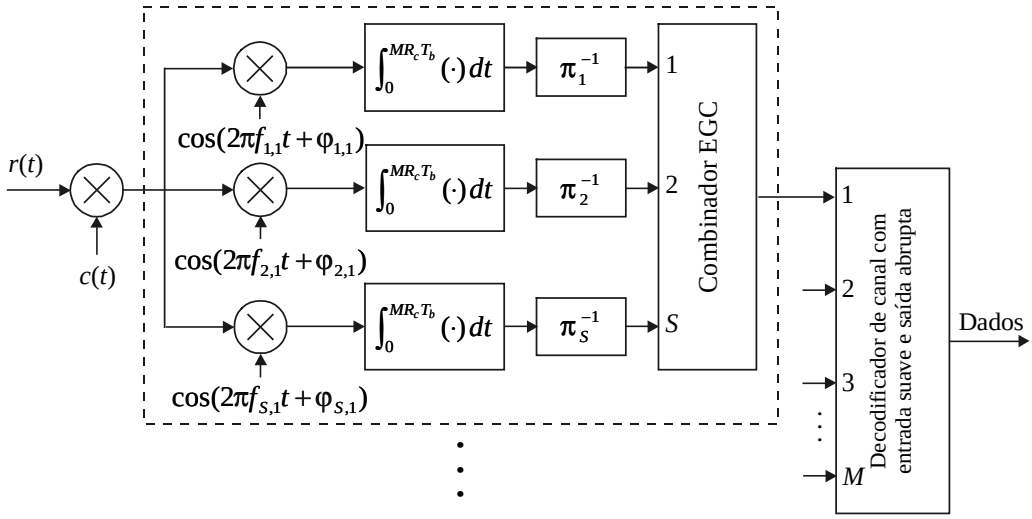

Fig. 2.7. Receptor para o sistema MC-DS-CDMA modificado com codificação de canal segundo o *esquema 1*.

Pode-se interpretar o sistema como tendo M canais aproximadamente planos e independentes (se os parâmetros do sistema forem adequadamente escolhidos), definidos a partir de cada saída do conversor S/P do transmissor a cada saída de um combinador no receptor. À luz dos conceitos anteriormente apresentados neste capítulo pode-se afirmar que a capacidade total será M vezes a capacidade em um dos M canais, se as variâncias de ruído mais interferências em cada um dos canais forem consideradas idênticas[1].

[1] Como pode ser verificado em [Sou96] e através das correspondentes expressões apresentadas neste capítulo, há diferença entre os valores totais das interferências em cada um dos M ramos do sistema, no receptor. Porém, como notado em [Sou96] e através das simulações e cálculos de capacidade realizados para a composição desse trabalho, se o

Levando-se em conta que as interferências dos sinais de outros usuários do sistema MC-DS-CDMA no sinal de interesse podem ser modeladas como gaussianas, que a modulação utilizada é a BPSK e portanto a distribuição de probabilidade que maximiza a informação mútua é a mesma (uniforme) para qualquer valor do ganho do canal, a capacidade pode ser determinada a partir da combinação das expressões (2.16), (2.17), (2.18) e (2.30).

Assim, a capacidade do sistema MC-DS-CDMA modificado, em bits por uso do canal e para símbolos de transmissão igualmente prováveis, pode ser calculada através de:

$$\langle C_{MCDSCDMA} \rangle = M \lim_{X \to \infty} \frac{1}{X} \sum_{i=1}^{X} \int_{-\infty}^{\infty} p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right) \log_2 \frac{p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)}{p(y)} dy \tag{2.63}$$

onde

$$p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma^2} \right] \tag{2.64}$$

e ainda

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma^2}} \left\{ \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma^2} \right] + \exp\left[\frac{-\left(y + g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \tag{2.65}$$

Nas expressões (2.64) e (2.65) o valor σ^2 corresponde à variância total das interferências consideradas no sistema MC-DS-CDMA modificado, mais a variância de ruído AWGN, para um dos ramos p, p = 1, 2, ..., M. Para efeitos de cálculo computacional, os limites de integração em (2.63) podem ser reduzidos. Um valor de seis vezes o desvio padrão em torno das médias das

---

valor da interferência em cada ramo é considerado igual à média das interferências nos M ramos, os resultados de simulação de desempenho do sistema pouco são afetados. Assim também acontece com os resultados de cálculo de capacidade, como constatado através de investigações, considerando ou não a diferença nas interferências.

distribuições condicionalmente gaussianas em questão representa uma ótima solução de compromisso entre precisão e velocidade nos cálculos computacionais. De forma análoga ao procedimento para determinação do valor adequado de X em (2.30) pode-se obter um valor também adequado para X em (2.63). Os resultados obtidos através de (2.63) e apresentados nesta tese foram estimados utilizando-se X = 1.000. Então, pode-se modificar (2.63) obtendo-se finalmente:

$$\left\langle C_{MCDSCDMA} \right\rangle = \frac{M}{X} \sum_{i=1}^{X} \int_{-g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T-6\sigma}^{g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T+6\sigma} p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right) \log_2 \frac{p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)}{p(y)} dy \tag{2.66}$$

sendo as funções de probabilidade consideradas em (2.66) definidas como em (2.64) e (2.65).

Para uma modulação BPSK cuja energia média por símbolo vale E_s, portadora única, em canal com desvanecimento Rayleigh plano e densidade espectral de potência de ruído $N_0/2$, a capacidade expressa por (2.66) pode ser modificada e resultar em

$$\left\langle C_{Rayleigh} \right\rangle = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^{X} \int_{-g[i]\sqrt{E_s}-6\sigma}^{g[i]\sqrt{E_s}+6\sigma} p\left(y \mid +g[i]\sqrt{E_s} \right) \log_2 \frac{p\left(y \mid +g[i]\sqrt{E_s} \right)}{p(y)} dy \tag{2.67}$$

onde

$$p\left(y \mid +g[i]\sqrt{E_s} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{E_s} \right)^2}{N_0} \right] \tag{2.68}$$

e

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi N_0}} \left\{ \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{E_s} \right)^2}{N_0} \right] + \exp\left[\frac{-\left(y + g[i]\sqrt{E_s} \right)^2}{N_0} \right] \right\} \tag{2.69}$$

A Fig. 2.8 registra resultados de cálculo de capacidade, através de (2.67), para o canal Rayleigh com sinalização BPSK e informação de estado de canal conhecida pelo receptor, em função da relação sinal-ruído. Este resultado coincide com [Bar96, Fig. 1.5] e [Won01, Fig. 1]. A capacidade do canal

AWGN para entrada BPSK e saída contínua, calculada através da expressão (2.16), é também apresentada na Fig. 2.8 para fins de comparação.

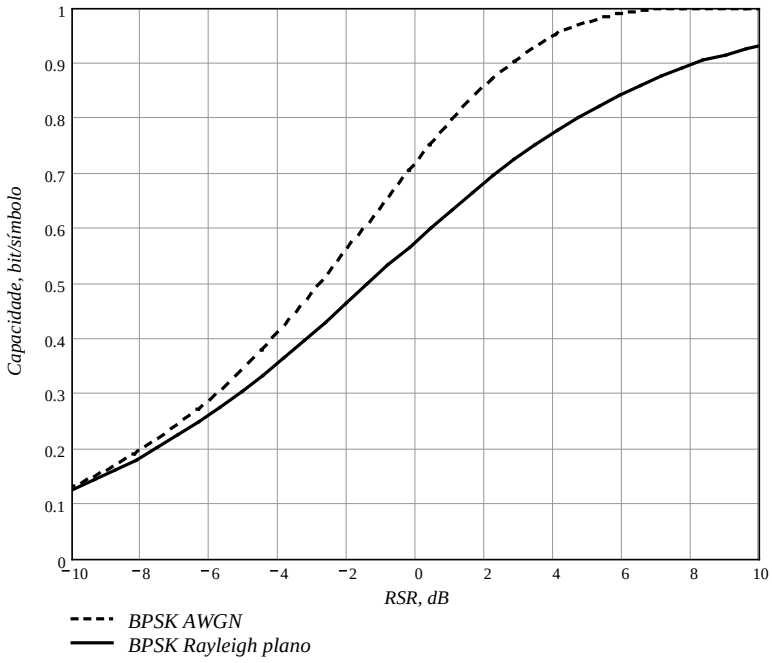

Fig. 2.8. Capacidade do canal AWGN e do canal Rayleigh plano para entrada BPSK e saída contínua.

Mais uma vez observa-se que o procedimento de cálculo de capacidade aqui sugerido se mostra bastante simples e correto, posto que (2.30) e (2.67) reproduzem resultados já publicados, alcançados através de outros procedimentos matematicamente mais complexos que utilizam integração numérica e exigem conhecimento da função densidade de probabilidade da componente de desvanecimento na variável de decisão considerada. No caso do uso de (2.66), quando λ e/ou S forem maiores que 2 tem-se, inclusive, grande complexidade de cálculo analítico, pois, pelo que conhece o autor até o momento de preparação desta tese, ainda não foi encontrada expressão exata que represente a função densidade de probabilidade da soma de S ou λ variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh, embora existam aproximações bastante precisas.

Na Fig. 2.8 a relação sinal-ruído média por bit de informação, RSR, que pode ser definida como a relação entre a energia média por bit de informação e a densidade espectral de potência de ruído na saída do combinador EGC, vale, conforme (2.60) e (2.62)

$$RSR = \frac{PT}{N_0 S\lambda} \mathrm{E}[g^2] \tag{2.70}$$

onde E[g^2] pode ser obtido através da média temporal

$$\mathrm{E}[g^2] = \lim_{X \to \infty} \frac{1}{\mathrm{X}} \sum_{i=1}^{X} g[i]^2 \tag{2.71}$$

e onde $g[i]$ é o valor da variável aleatória correspondente à soma de variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh, conforme dita a expressão (2.62), no instante de tempo discreto i. Um valor finito de X pode ser encontrado de forma que a média calculada através de (2.71) tenda à média estatística. O valor de X = 1.000 se mostrou suficiente para os cálculos realizados.

A Fig. 2.9 apresenta o resultado de cálculo da eficiência espectral para o caso considerado na Fig. 2.8, em função do valor da relação sinal-ruído média mínima por bit de informação (nos gráficos discriminada por E_b/N_0) para transmissão livre de erros com um complexo esquema de codificação de canal. Este resultado coincide com aquele apresentado em [Ris01, Fig. 6] e com correspondentes valores apresentados em [Hal98, *Table II*]. Observando a Fig. 2.8 ou a Fig. 2.9 percebe-se a redução na capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh em relação ao canal AWGN, redução esta mais expressiva a altos valores de relação sinal-ruído ou E_b/N_0.

As demais figuras dessa subseção apresentam resultados da solução numérica de (2.66), para vários valores dos parâmetros do sistema MC-DS-CDMA modificado, convertidos para eficiência espectral em função de E_b/N_0 mínimo. A capacidade do canal AWGN para sinalização BPSK é também registrada nessas figuras para fins de comparação. O valor da variância das interferências e demais valores associados ao sistema em questão foram calculados através das expressões derivadas em [Sou96], estas apresentadas na subseção 2.3.3 desse capítulo.

Para facilitar a interpretação dos resultados fornecidos neste capítulo, as definições dos parâmetros aqui considerados para o sistema MC-DS-CDMA modificado são novamente apresentadas:

- M é o número de saídas do conversor série/paralelo (S/P) do transmissor do sistema;
- S é o número de repetições dos bits em cada saída do conversor série/paralelo;

- L_1 é o número de percursos de propagação do sinal para o caso de portadora única;
- λ é o número de filtros casados por portadora no receptor;
- K é o número de usuários considerados;
- N_1 é o comprimento (número de *chips*) das seqüências de espalhamento para o caso de portadora única;
- ρ é o coeficiente de correlação entre as envoltórias das portadoras das réplicas dos bits de saída do conversor S/P do transmissor;
- o perfil de intensidade de potência (do Inglês, *multipath power delay profile*, ou *multipath intensity profile*) determina a distribuição da potência dos múltiplos percursos de propagação em função do espalhamento temporal do canal (*delay spread*) [Rap96], [Jak94]; e
- o valor de X corresponde ao número de valores da variável aleatória g gerada por computador, para cálculos através da expressão (2.66).

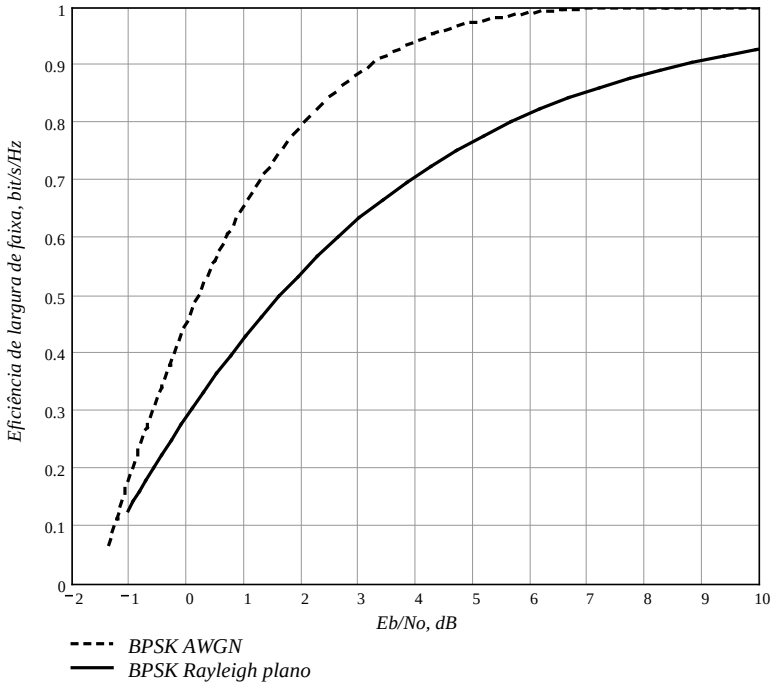

Fig. 2.9. Eficiência espectral para a modulação BPSK em canal AWGN e em canal Rayleigh plano.

Como já citado, para conversão da capacidade em bits por uso do canal em eficiência espectral, esta medida em bits por segundo por hertz, deve-se normalizar a primeira em relação à duração do

símbolo da modulação, para obter a capacidade em bits por segundo, e novamente normalizá-la em relação à largura de faixa para que seja obtida e eficiência espectral. E como a capacidade em bits por uso do canal está sendo calculada em função da relação sinal-ruído, para obter a eficiência espectral em função do mínimo valor de E_b/N_0 para que seja possível uma transmissão livre de erro basta converter a relação sinal-ruído em E_b/N_0 através de (2.19).

As curvas de capacidade do sistema MC-DS-CDMA modificado, obtidas através de (2.66), terão como ponto de saturação o valor M bits por uso do canal, posto que a cada intervalo de sinalização de $T = MT_b$ segundos são transmitidos M bits codificados. As curvas de eficiência espectral, entretanto, terão sempre como ponto de saturação o valor 1 bit/s/Hz. Justifica-se este valor devido ao fato que, para que sejam transmitidos M sinais ortogonais num intervalo de $T = MT_b$ segundos, necessitam-se de, no mínimo, $W = M(1/T) = 1/T_b$ hertz, com o uso de sinalização BPSK. Assim, na normalização da capacidade em bits por uso do canal em relação a WT, tem-se que $\eta = C/(WT) = C/M$ bits por segundo por hertz. Como C satura-se, para altos valores de RSR, em M bits por uso do canal, η saturará em 1 bit/s/Hz, o que condiz com a sinalização utilizada.

A Fig. 2.10 apresenta resultados de cálculo de capacidade, em termos de eficiência espectral, para os seguintes parâmetros do sistema MC-DS-CDMA modificado:

$M = 1$	$S = 1$, 4 ou 8	$L_1 = 4$	$X = 1000$
$N_1 = 60$	$\rho = 0$	$K = 10$	$L = 4$, 2 ou 1 respectivamente para $S = 1$, 4 ou 8
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC	$N = 60$, 24 ou 13, respectivamente para $S = 1$, 4 ou 8

Verifica-se através da Fig. 2.10 que o aumento de S faz com que a capacidade se aproxime da capacidade em canal AWGN, o que justifica-se pelo fato de S estar associado à ordem da diversidade em freqüência proporcionada pelo sistema. Esse aumento leva a resultados mais pronunciáveis para valores mais elevados de E_b/N_0. Observa-se, porém, que tanto para $S = 4$ quanto para $S = 8$ a capacidade é a mesma. Isso ocorre porque a ordem de diversidade total obtida é o produto da ordem de diversidade em freqüência, governada pelo valor de S, pelo número de filtros casados por portadora, λ, este associado à ordem de diversidade em percursos. Para $\lambda = 4$ ou 2 tem-se o equivalente a um receptor RAKE [Pro95] de 4 ou 2 derivações por portadora, respectivamente, ao passo que para $\lambda = 1$ tem-se um único filtro casado por portadora.

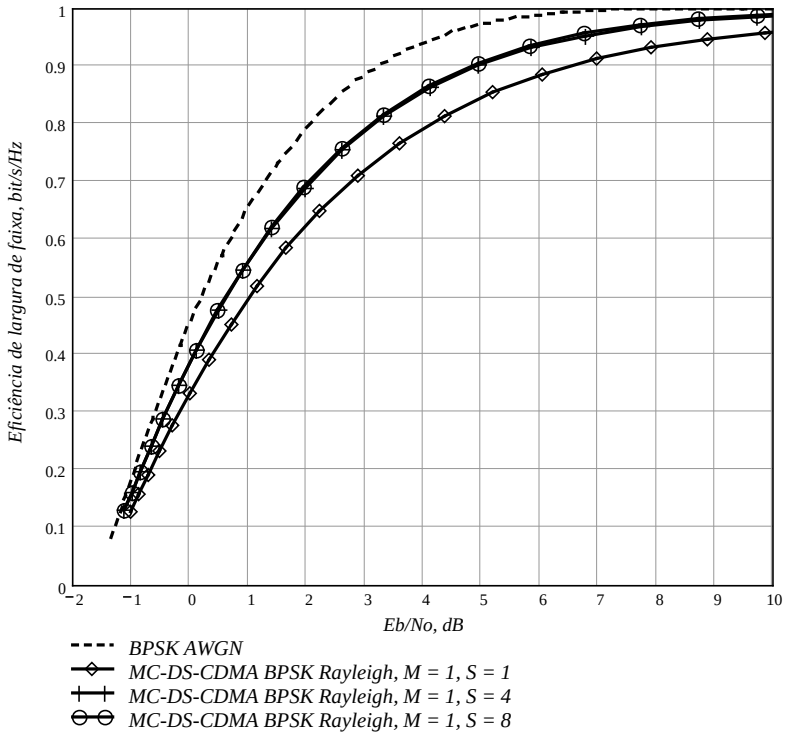

Fig. 2.10. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: M = 1 e S = 1, S = 4 ou S = 8.

Na Fig. 2.11 são apresentados resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema em estudo:

M = 1, 4 ou 8	S = 1	L_1 = 4	X = 1000
N_1 = 60	ρ = 0	K = 10	L = 4, 2 ou 1 respectivamente para M = 1, 4 ou 8
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC	N = 60, 96 ou 106, respectivamente para M = 1, 4 ou 8

Através da análise dos resultados mostrados na Fig. 2.11 nota-se que há redução na capacidade com o aumento de M. Por exemplo, para M = 1 e para uma eficiência espectral de 0,5 bit/s/Hz, o mínimo valor de E_b/N_0 para transmissão livre de erros é de cerca de 1,1 dB. Para M = 4 e para a mesma eficiência espectral, o mínimo valor de E_b/N_0 se eleva para cerca de 1,3 dB. Para M = 8, o mínimo valor de E_b/N_0 aumenta para cerca de 2 dB. Uma cuidadosa análise através das expressões de cálculo das variáveis do sistema permite dizer que, embora a variância total das interferências mais o ruído seja reduzida com o aumento de M, para o caso em questão o valor médio da componente de sinal na saída do combinador também é reduzido numa proporção tal que a

relação entre a potência do sinal e a potência das interferências mais ruído seja reduzida com o aumento de M. Este é um efeito da redução na ordem de diversidade proporcionada pelo receptor RAKE, pois $\lambda = L$ e L reduz-se com o aumento de M. Foram efetuados cálculos computacionais envolvendo as variáveis citadas de forma a ratificar estas conclusões.

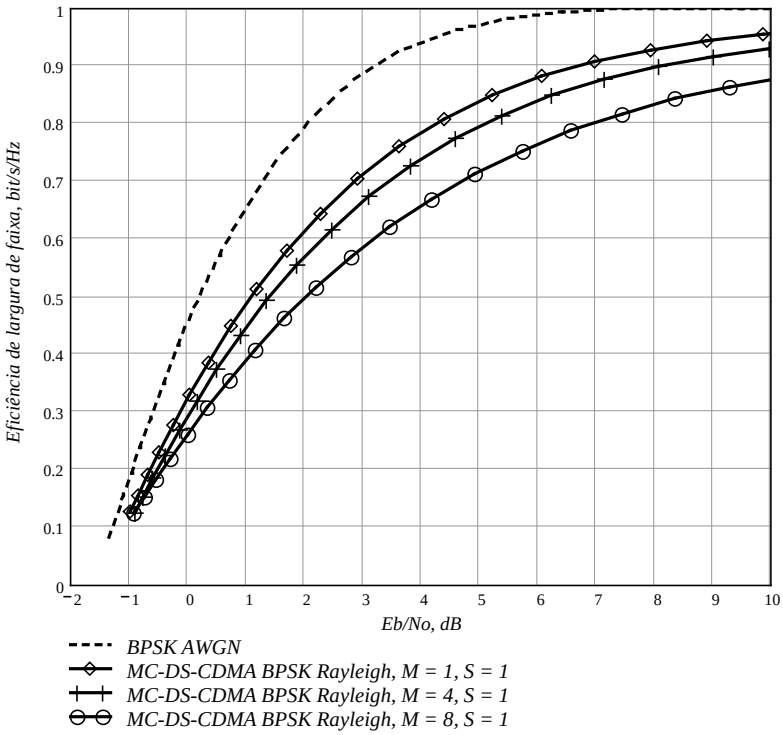

Fig. 2.11. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: $S = 1$ e $M = 1$, $M = 4$ ou $M = 8$.

A Fig. 2.12 mostra resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema sob análise:

$M = 1$, 2 ou 3	$S = 8$	$L_1 = 4$	$X = 1000$
$N_1 = 60$	$\rho = 0$	$K = 10$	$L = 1$
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC	N = 13, 14 ou 14, respectivamente para $M = 1$, 2 ou 3

No caso considerado na Fig. 2.12, como o número de filtros casados por portadora é sempre 1, o aumento de M não tem reflexo significativo no aumento da capacidade total do sistema. De fato esta afirmativa é mais bem justificada à luz das expressões para cálculo de interferências no sistema já apresentadas neste capítulo. Através destas expressões pode-se perceber que se os parâmetros do

sistema são escolhidos de forma que se tenha sempre L = 1, as interferências I_1 e I_2 são nulas e que I_3 não depende de M. E, como verificado através de cálculos computacionais, para o caso considerado I_4 varia muito pouco com M, além de ter seu valor cerca de 1/3 de I_3.

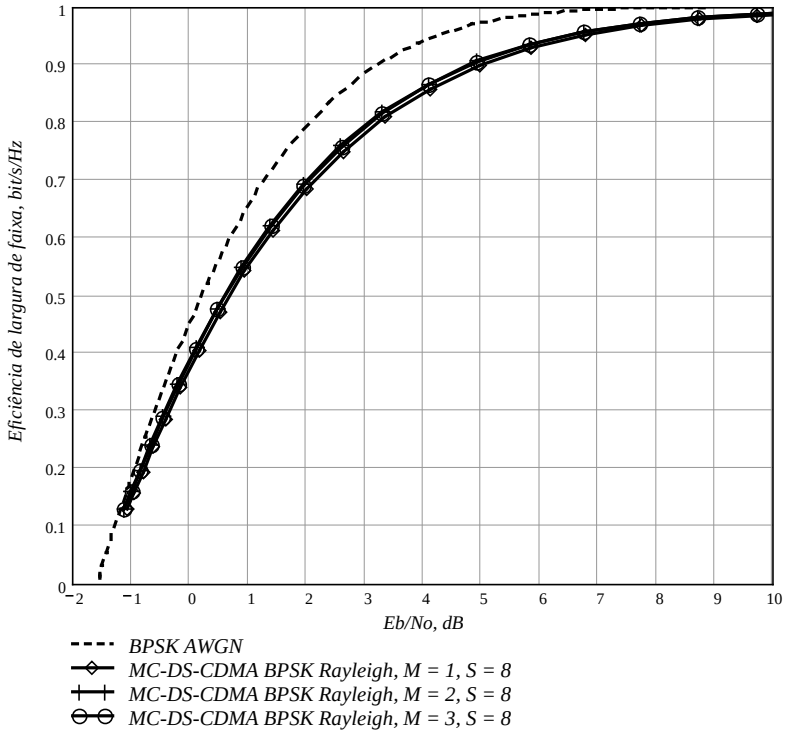

Fig. 2.12. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: S = 8 e M = 1, M = 2 ou M = 3.

A Fig. 2.13 mostra resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema MC-DS-CDMA modificado sob análise:

M = 2, 4 ou 6	S = 4	L_1 = 4	X = 1000
N_1 = 60	ρ = 0	K = 10	L = 1
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC	N = 26, 28 ou 28, respectivamente para M = 2, 4 ou 6

Nos resultados registrados na Fig. 2.13, assim como aqueles registrados na Fig. 2.12, também tem-se sempre L = 1 e a capacidade é praticamente a mesma, independente do valor de M. Em comparação com a Fig. 2.12, nota-se uma ligeira redução na capacidade, fato justificado pela redução na ordem da diversidade em freqüência, esta governada pelo valor de S.

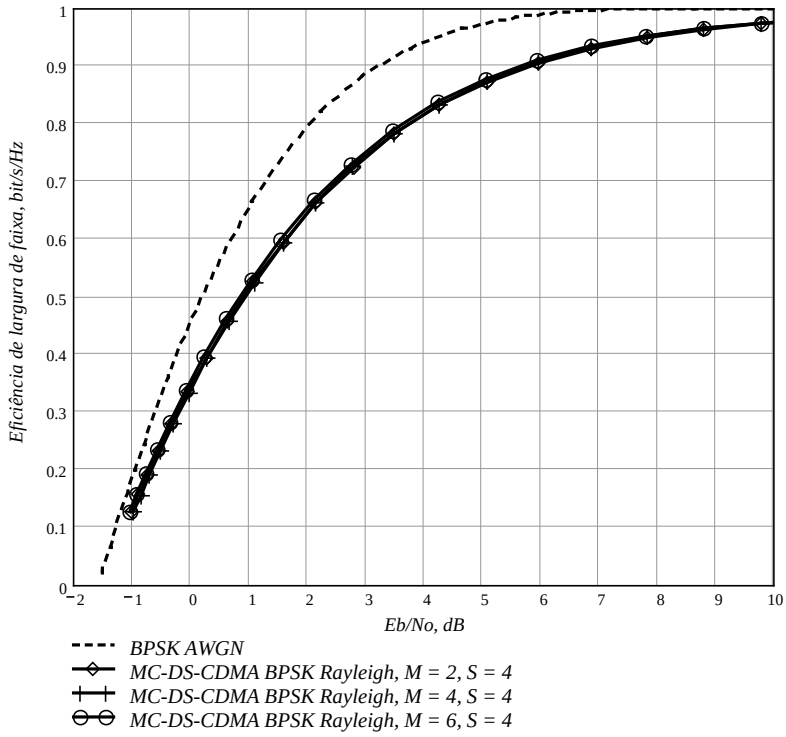

Fig. 2.13. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: S = 4 e M = 2, M = 4 ou M = 6.

Na Fig. 2.14 são apresentados os resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema analisado:

$M = 2$	$S = 8$	$L_1 = 4$	$X = 1000$
$N_1 = 60$	$\rho = 0$	K = 1, 50 ou 100	$L = 1$
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC.	$N = 14$

Verifica-se através da Fig. 2.14 que, como era esperado, o aumento no número de usuários no sistema afeta significativamente a capacidade. Porém, observa-se através de tal figura que utilizando esquemas de codificação de canal de baixa taxa ainda podem-se mitigar drasticamente as interferências a valores de relação sinal-ruído média por bit bastante reduzidos. Por exemplo, para códigos de taxa menor que 1/3 pode-se operar a valores de taxa de erro de bit tão baixos quanto se queira – quanto mais baixos, mais complexo o esquema de codificação – a valores de E_b/N_0 menores que 1,5 dB. Esta observação sugere a escolha de esquemas de codificação de baixa taxa para o sistema em questão e, como pode ser mais precisamente verificado no Capítulo 5, ainda assim estes esquemas podem não comprometer a largura de faixa total ocupada pelo sinal MC-DS-CDMA em

relação àquela que poderia ser obtida com o uso do sistema não codificado, para a mesma taxa de dados transmitidos por ambos os sistemas.

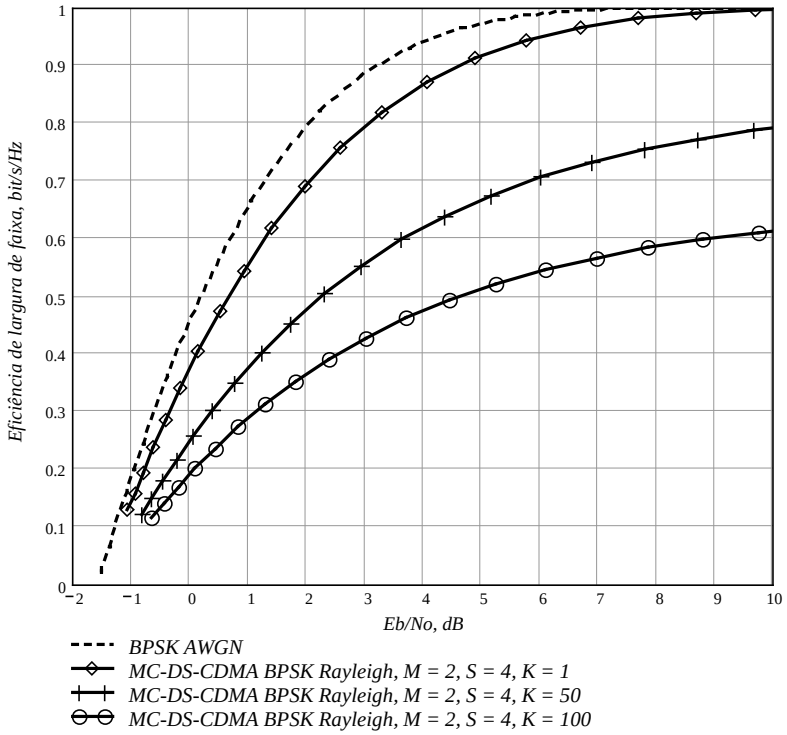

Fig. 2.14. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: M = 2, S = 4 e K = 1, K = 50 ou K = 100.

Finalmente, na Fig. 2.15 são apresentados os resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema analisado:

M = 1, 3, 4 ou 12	S = 12, 4, 3 ou 1, respectivamente	L_1 = 4	X = 1000
N_1 = 60	ρ = 0	K = 10	L = 1
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC.	N = 110, 36, 27 ou 9, respectivamente

Confirmando resultados já apresentados nesta subseção, observa-se na Fig. 2.15 que o aumento do valor de S tende a fazer com que a capacidade do sistema MC-DS-CDMA modificado tenda à capacidade do canal AWGN. Tanto mais próxima da capacidade do canal AWGN poderá estar a capacidade do sistema em questão, quanto menor o número de usuários ativos, o que pôde ser constatado a partir dos resultados registrados na Fig. 2.14.

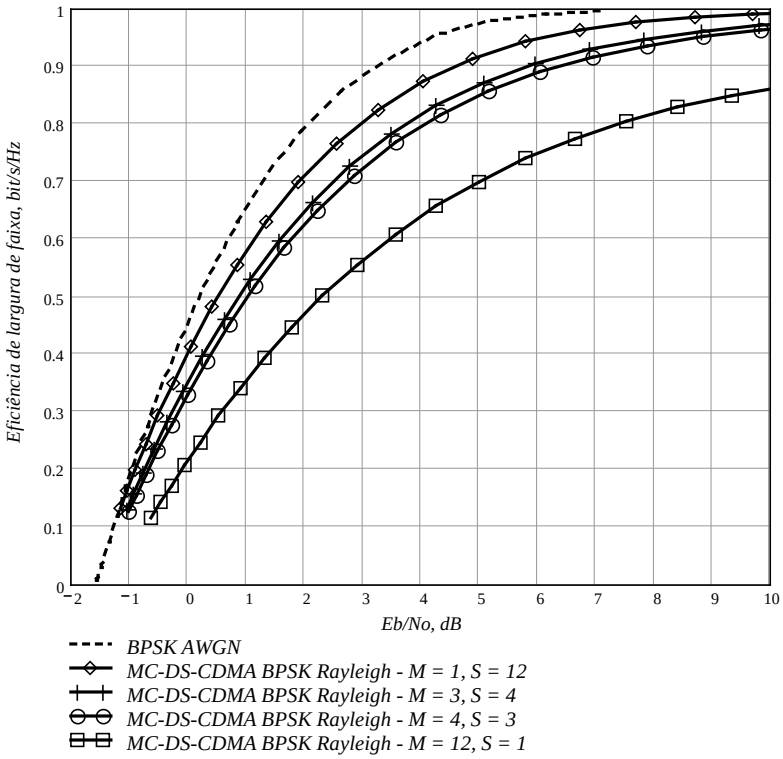

Fig. 2.15. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: *MS* = 12, *M* e *S* variáveis; combinador EGC.

Os resultados de cálculo de capacidade apresentados confirmam que os principais parâmetros que governam o desempenho do sistema são *M* e *S* e que o aumento de *S* eleva a capacidade total do sistema. A escolha dos valores mais adequados para *M* e *S* depende, contudo, de outros fatores, dentre os quais podem ser citados: *a largura de faixa de coerência e o tempo de coerência do canal, a profundidade do bloco de entrelaçamento temporal, a taxa de transmissão e a largura de banda disponível*. O Capítulo 4 de [Gui98a] apresenta uma série de considerações adicionais sobre tal escolha, levando em conta os fatores supracitados. As conclusões aqui registradas complementam e ratificam tais considerações.

Verifica-se ainda que a inclusão de um esquema de codificação na entrada do transmissor de um sistema CDMA multiportadora com o correspondente decodificador na saída do receptor sinaliza como melhor opção de escolha um sistema *copy-type*, ($M = 1$, $S > 1$) e não um sistema *S/P-type* ($M > 1$, $S = 1$). No caso *copy-type* pode-se interpretar o esquema total de codificação como a

concatenação de um código externo com um código de repetição interno, este decodificado[1] no receptor pela regra de combinação EGC.

A regra de combinação EGC não faz uso da informação de estado de canal considerada disponível no receptor. O uso da regra de combinação MRC representa uma oportunidade de uso da informação de estado de canal, adicional à utilização por um esquema de decodificação externo, e pode trazer consideráveis melhorias de desempenho. No Capítulo 5, o par codificação/decodificação de canal proposto nesta tese é avaliado com as regras EGC e MRC no receptor do sistema MC-DS-CDMA modificado, quando utiliza-se o *esquema 1* apresentado nesta subseção.

2.3.5. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador embutido – *esquema 2*.

Um segundo esquema de codificação de canal aqui considerado corresponde àquele inicialmente sugerido em [Gui98a] e [Gui98b]. Nesse esquema, o processo de repetição de bits em cada saída do conversor série/paralelo do transmissor no sistema original é substituído por um codificador de canal de taxa $1/S$ e o processo de combinação no receptor é substituído pelo decodificador de canal correspondente. Trata-se, portanto, de uma nova configuração para o sistema MC-DS-CDMA. A Fig. 2.16 ilustra o diagrama do transmissor e a Fig. 2.17 ilustra o diagrama do receptor para o sistema MC-DS-CDMA codificado segundo o *esquema 2*.

Para que a capacidade do novo sistema segundo o *esquema 2* possa ser utilizada para fins de avaliação de desempenho, interpreta-se que nesse caso tem-se, em cada grupo p, $p = 1, 2, ..., M$, S informações suaves aplicadas ao decodificador de cada grupo. Portanto, se os valores de M e S forem adequadamente escolhidos, tem-se aproximadamente MS canais independentes, cujas saídas são aplicadas a M decodificadores de canal. O sistema de [Sou96] pode também ser interpretado como possuindo um esquema de codificação de taxa $1/S$, inserido na estrutura do transmissor, porém usando um código de repetição. A decodificação "suave" desse código de repetição usa, no sistema original de [Sou96], uma simples regra de combinação EGC (do Inglês, *Equal Gain Combining*) inserida em cada um dos M ramos do receptor, seguida por uma regra de decisão abrupta, também inserida em cada um dos M ramos.

[1] A "decodificação" do código de repetição desempenhada pelo combinador EGC para este caso pode ser interpretada como uma decodificação com estrada e saída suaves, posto que o decodificador externo necessita de entradas suaves

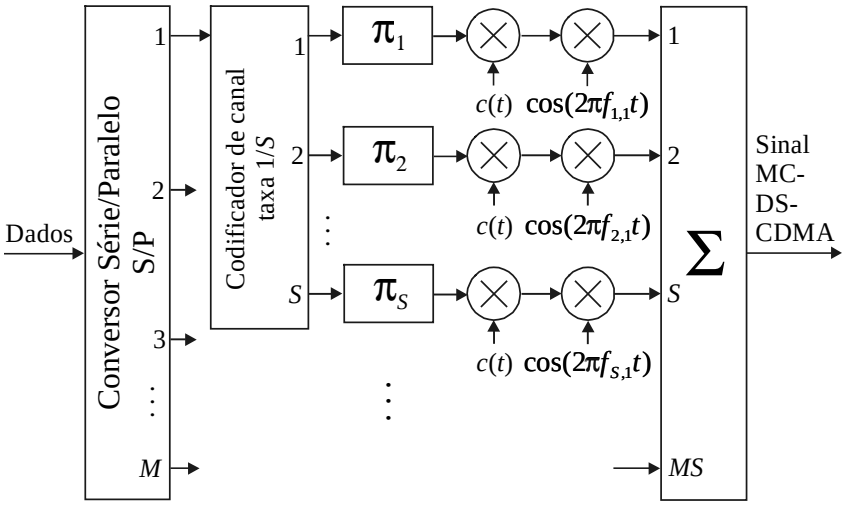

Fig. 2.16. Transmissor para o sistema MC-DS-CDMA com codificação de canal segundo o *esquema 2*.

Levando em consideração que as variâncias das interferências em cada uma das *MS* portadoras são distintas entre si, apesar destas diferenças serem pequenas, a capacidade do sistema será, então, a soma de *MS* termos correspondentes às capacidades de cada um dos *MS* canais individualmente considerados. Este será o caso estudado na análise do *esquema 2*, embora cálculos computacionais tenham revelado que se as variâncias das interferências em cada portadora são consideradas como a média das variâncias em todas as portadoras, o resultado de cálculo da capacidade como a multiplicação da capacidade de um dos *MS* canais por *MS* se iguala aproximadamente àquele calculado como a soma das capacidades dos *MS* canais.

(saída do EGC), para que seja almejado um melhor desempenho no processo de correção de erros.

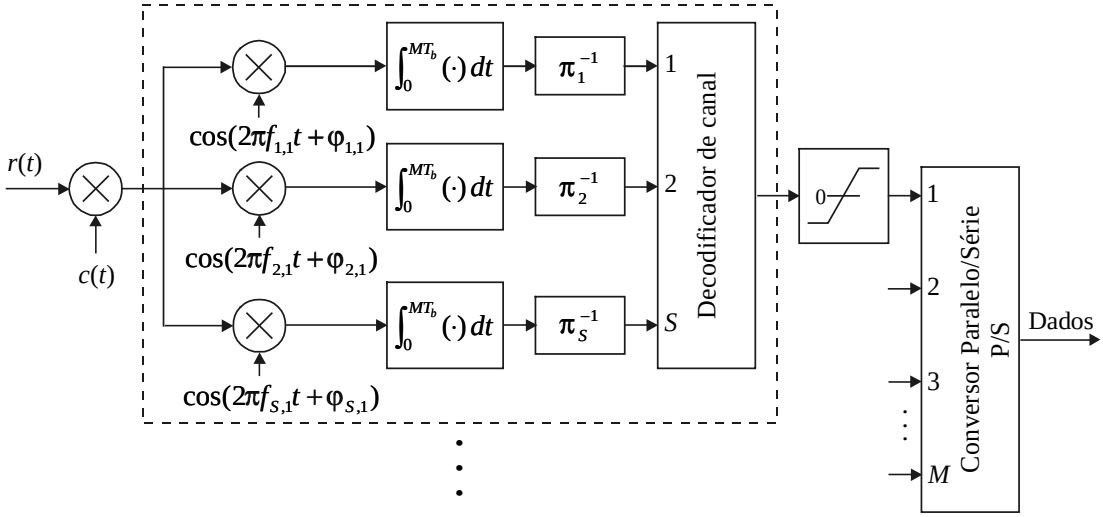

Fig. 2.17. Receptor para o sistema MC-DS-CDMA com codificação de canal segundo o *esquema 2*.

Torna-se agora necessário desmembrar a variável de decisão de forma a considerar as suas componentes em cada uma das S entradas dos M decodificadores de canal. O significado de todas as variáveis citado ao longo desta subseção segue, a menos que explicitamente mencionado, as mesmas definições apresentadas na subseção anterior. A partir das expressões (2.52) e (2.54) pode-se escrever:

$$E[Z_1 \mid p,\nu] = \sqrt{\frac{P}{2}}T\sum_{n=1}^{\lambda}\beta_{p+M(\nu-1),n} \tag{2.72}$$

e

$$Var[Z_1 \mid p,\nu] = \frac{N_0 T\lambda}{4} + \frac{PT^2}{6N^2}\chi_1 + \frac{PT^2}{4\pi^2 N^2}\chi_{2,p,\nu} + \frac{P\lambda T^2}{6N^3}r + \frac{P\lambda T^2}{2\pi^2 N^3}\mu Q_{p,\nu} \tag{2.73}$$

onde r, μ e χ_1 continuam sendo calculados através das expressões (2.55), (2.56) e (2.58), respectivamente, e

$$Q_{p,\nu} = \sum_{\substack{m=1 \\ \neq p+(\nu-1)M}}^{MS} \frac{1}{[m-p-(\nu-1)M]^2} \tag{2.74}$$

$$\chi_{2,p,\nu} = 2NQ_{p,\nu}\left(\lambda - \sum_{n=1}^{\lambda}\sigma_n^2\right) - \frac{1}{M^2}\sum_{\nu=1}^{S-1}\sum_{d=\nu+1}^{S}\frac{1}{(d-\nu)^2}\frac{\pi}{2}\sum_{n=1}^{\lambda-1}\sum_{l=n+1}^{\lambda}(2N-2l+2n-1)\sigma_l\sigma_n \tag{2.75}$$

Torna-se também necessário definir uma nova relação sinal-ruído média por bit, esta agora calculada na saída de cada um dos *MS* filtros casados (ou banco de filtros casados) do receptor. Adequando a expressão (2.60) ao caso em questão, obtém-se

$$RSR = \frac{PT}{N_0\lambda}\mathrm{E}\left[\left(\sum_{n=1}^{\lambda}\beta_{p+M(\nu-1),n}\right)^2\right] \tag{2.76}$$

Vale destacar que, para um mesmo valor de RSR média por bit de informação nas configurações segundo os *esquemas 1* e *2*, a potência de transmissão por portadora para o sistema com o *esquema 1* será $1+(S-1)\pi/4$ vezes menor que para o sistema com o *esquema 2* [Yac93, p. 198]. A diferença entre tais potências deve-se a um aumento da relação sinal-ruído proporcionada pela combinação EGC existente no *esquema 1*.

O novo valor médio de sinal em cada uma das *S* entradas dos *M* decodificadores de canal, no instante *i*, de acordo com (2.61) valerá

$$D[i] = \pm g[i]\sqrt{\frac{P}{2}T} \tag{2.77}$$

e a nova variável $g[i]$, que representa a influência no valor médio desse sinal em função do desvanecimento, a partir de (2.62) será modificada para

$$g[i] = \sum_{n=1}^{\lambda}\beta[i]_{1,q,n} \tag{2.78}$$

Portanto, a capacidade do sistema MC-DS-CDMA, pressupondo-se o *esquema 2* de codificação que opera em *MS* canais independentes, em bits por uso do canal, pode ser determinada adequando-se os resultados desta subseção às expressões (2.63), (2.64), (2.65) e (2.66), obtendo-se finalmente

$$\langle C_{MCDSCDMA} \rangle = \sum_{p=1}^{M} \sum_{\nu=1}^{S} \frac{1}{X} \sum_{i=1}^{X} \int_{-g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T-6\sigma_{p,\nu}}^{g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T+6\sigma_{p,\nu}} p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T, p, \nu \right) \log_2 \frac{p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T, p, \nu \right)}{p(y \mid p, \nu)} dy \tag{2.79}$$

onde

$$p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T, p, \nu \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{p,\nu}^{\ 2}}} \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma_{p,\nu}^{\ 2}} \right] \tag{2.80}$$

$$p(y \mid p, \nu) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma_{p,\nu}^{\ 2}}} \left\{ \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma_{p,\nu}^{\ 2}} \right] + \exp\left[\frac{-\left(y + g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2\sigma_{p,\nu}^{\ 2}} \right] \right\} \tag{2.81}$$

e $(\sigma_{p,\nu})^2$ é a variância total das interferências mais o ruído branco em cada uma das *MS* entradas dos decodificadores de canal do receptor, ou seja

$$\sigma_{p,\nu}^2 = Var[Z_1 \mid p, \nu] \tag{2.82}$$

As curvas apresentadas logo adiante registram os resultados de cálculo de capacidade através da solução de (2.79), convertidos para eficiência espectral em função do valor mínimo de relação sinal-ruído média por bit (E_b/N_0) para transmissão livre de erros, para vários valores dos parâmetros do sistema MC-DS-CDMA. De forma análoga àquela considerada na subseção anterior, as curvas de capacidade do novo sistema MC-DS-CDMA pressupondo-se codificação de acordo com o *esquema 2*, obtidas através de (2.79), terão como ponto de saturação o valor *MS* bits por uso do canal, posto que a cada intervalo de sinalização de $T = MT_b$ segundos podem ser transmitidos no máximo *MS* bits de informação, conforme a taxa de codificação tenda para 1. As curvas de eficiência espectral, entretanto, terão sempre como ponto de saturação o valor 1 bit/s/Hz, pois, para que sejam

transmitidos MS sinais ortogonais num intervalo de $T = MT_b$ segundos, necessitam-se de, no mínimo, $W = MS(1/T) = S/T_b$ hertz, com o uso de sinalização BPSK. Assim, na normalização da capacidade em bits por uso do canal em relação a WT, tem-se que $\eta = C/(WT) = C/[(S/T_b)(MT_b)] = C/MS$ bits por segundo por hertz. Como C satura-se, para altos valores de RSR, em MS bits por uso do canal, η saturará em 1 bit/s/Hz.

Na Fig. 2.18 são apresentados os resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema MC-DS-CDMA modificado, pressupondo-se codificação interna segundo o *esquema 2*:

M = 1, 3, 4 ou 12	S = 12, 4, 3 ou 1, respectivamente	$L_1 = 4$	$X = 1000$
$N_1 = 60$	$\rho = 0$	$K = 10$	$L = 1$
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação EGC.	N = 110, 36, 27 ou 9, respectivamente

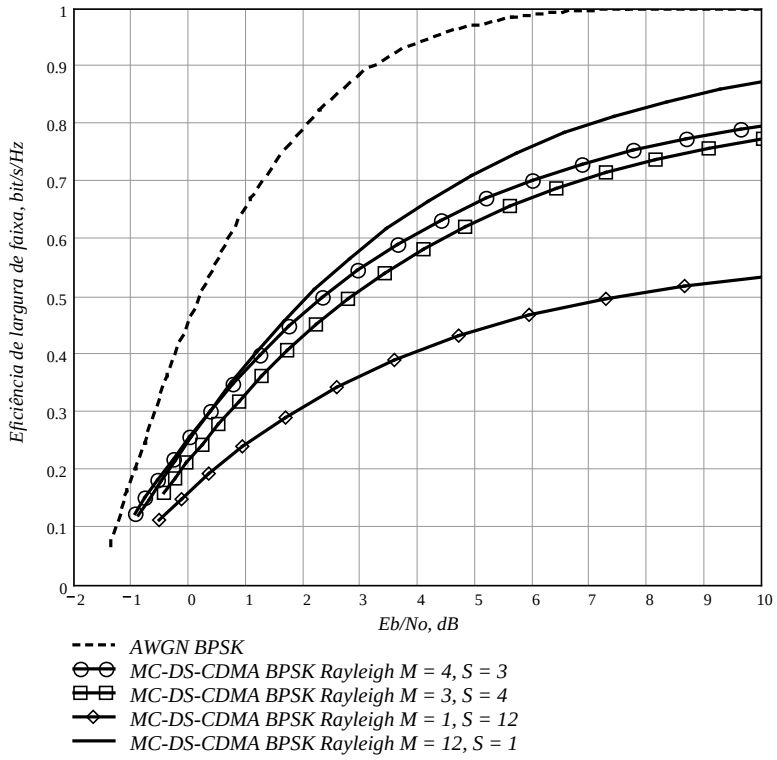

Fig. 2.18. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: MS = 12, M e S variáveis.

Diferentemente dos resultados apresentados na Fig. 2.15 da subseção anterior, observa-se na Fig. 2.18 que o valor mais elevado de capacidade obtido (M = 12, S = 1) é apenas ligeiramente superior[1] ao pior valor apresentado na Fig. 2.15 (também para M = 12 e S = 1) e inclusive inferior à capacidade do sistema com portadora única (M = 1, S = 1, $\lambda = L$). Esta informação sinaliza que o sistema MC-DS-CDMA modificado com codificador externo (*esquema* 1) apresenta potencial para melhores desempenhos em termos de taxa de transmissão a um dado valor de E_b/N_0 ou, dada uma taxa de transmissão fixa, em termos da necessidade de um menor valor de E_b/N_0. Sinaliza também que se o sistema tende a ser do tipo *S/P-type*, como por exemplo, um sistema OFDM-CDMA convencional (M = 12, S = 1), as opções de codificação externa e interna têm praticamente os mesmos limites em termos de desempenho atingível. Conclui-se, então, que o sistema MC-DS-CDMA do tipo *copy-type* é a melhor escolha se comparado ao sistema *S/P-type* ou ao sistema híbrido MC-DS-CDMA modificado. Tem-se ainda como vantagem adicional do sistema com o *esquema 1* a necessidade de um menor valor de potência de transmissão por portadora para se atingir um determinado valor de relação sinal-ruído média por bit de informação, se comparado com o *esquema 2*.

A principal justificativa para a superioridade do sistema associado ao *esquema 1* em relação ao sistema associado ao *esquema 2* se deve ao fato de no *esquema 1* ter-se o uso de diversidade. Esta diversidade, à medida que é elevada a sua ordem, tende a fazer com que as estatísticas do sinal na saída do combinador caminhem em direção às estatísticas que seriam observadas em um canal gaussiano. Em outras palavras, a "gaussianização" do canal proporcionada pela diversidade aproxima a capacidade do canal com desvanecimento àquela associada a um canal AWGN. Como já mencionado, a maior ou menor proximidade da capacidade do canal AWGN é também função da menor ou maior quantidade de usuários ativos no sistema MC-DS-CDMA. Dessa forma, M canais Rayleigh discretos, definidos a partir de cada saída do conversor S/P do transmissor até cada saída dos M combinadores, como propõe o *esquema 1*, apresentam maior capacidade que MS canais Rayleigh discretos definidos a partir das saídas dos codificadores de canal internos do transmissor, até as entradas dos decodificadores do receptor, como propõe o *esquema 2*.

[1] A pequena diferença observada é conseqüência do cálculo de capacidade para o sistema original ter sido efetuado como M vezes a capacidade de um único ramo, considerando como interferência o valor médio das interferências presentes em todos os ramos.

2.3.6. Capacidade do canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA com codificador externo – *esquema 1* – e combinador MRC

Para a estimação da capacidade do sistema MC-DS-CDMA com combinador MRC, primeiramente há que se definir uma nova relação sinal-ruído média por bit (RSR), na saída de cada combinador. Ainda admitindo o caso geral em que o receptor possui *MS* bancos de filtros casados (*MS* receptores RAKE) cada um com um número de braços que é função da escolha dos parâmetros do sistema e que a regra de combinação utilizada por cada receptor RAKE continua sendo a regra EGC[1], o valor instantâneo da componente de sinal nas saídas de cada banco de filtros casados, ao final de cada intervalo $T = MT_b$ segundos, corresponde à raiz quadrada da energia por bit. Tal valor, para combinação MRC, é [Yac93, p. 192]

$$D_i = \sqrt{\frac{P}{2}} T \sum_{\nu=1}^{S} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n} \right)^2 \tag{2.83}$$

onde $\beta_{p+M(\nu-1),n}$ corresponde ao desvanecimento com distribuição Rayleigh no ramo p, $p = 1, \ldots M$, braço ν do combinador MRC, $\nu = 1, \ldots S$ e braço n, $n = 1, \ldots, \lambda$ do combinador EGC de cada receptor RAKE. A potência instantânea de ruído na saída do combinador MRC valerá, então [Yac93, p. 192]

$$\eta_i = \frac{N_0 T \lambda}{4} \sum_{\nu=1}^{S} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n} \right)^2 \tag{2.84}$$

Conseqüentemente, a relação sinal-ruído instantânea por bit será

$$RSR_i = \frac{D_i^2}{2\eta_i} = \frac{PT}{N_0 \lambda} \sum_{\nu=1}^{S} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n} \right)^2 \tag{2.85}$$

e a relação sinal-ruído média por bit poderá ser estimada através de

[1] Este caso geral é levando em conta de forma a tornar mais completa a análise matemática do sistema. Entretanto, como é objetivo da adequada escolha dos parâmetros do sistema, pode-se ter apenas um único filtro casado por portadora, tornando indiferente a escolha da regra MRC ou EGC em cada receptor RAKE.

$$RSR = \langle RSR_i \rangle = \frac{PT}{N_0 \lambda} \mathrm{E}\left[\sum_{\nu=1}^{S} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{p+M(\nu-1),n} \right)^2 \right] \tag{2.86}$$

A variância total das interferências mais ruído na saída do combinador MRC também deve ser recalculada. Dada a faixa de *RSR* de interesse, calculam-se, através de (2.86), os valores necessários de potência *P*, mantendo-se fixo o valor de N_0 e estimando-se o valor esperado E{*x*} em (2.86) através de cálculo computacional. Os valores de $\beta_{p+M(\nu-1),n}$ são gerados como sendo a magnitude de uma variável aleatória gaussiana complexa de média nula e variância σ_n^2 determinada através de (2.45). Com os valores de *P* obtidos, calculam-se as variâncias das interferências e do ruído em cada uma das *S* entradas dos combinadores EGC e para um dos ramos *p*, *p* = 1, ... *M*, utilizando as expressões (2.73), (2.74) e (2.75). A variância em cada entrada de um combinador EGC de referência são feitas, por aproximação, iguais e correspondentes à média das *MS* componentes. Esta variância passa a ser considerada também a variância total das interferências mais ruído na entrada de cada um dos combinadores MRC, ou seja:

$$Var_{MRC\,in} \leftarrow Var_{EGC\,in} = \frac{1}{MS} \sum_{p=1}^{M} \sum_{\nu=1}^{S} Var[Z_1 \mid p, \nu] \tag{2.87}$$

A variância total instantânea de interferências mais ruído na saída do combinador MRC pode ser determinada por

$$Var[i]_{MRC\,out} = g[i] Var_{MRC\,in} \tag{2.88}$$

onde os valores de $g[i]$ são gerados por computador, de acordo com

$$g[i] = \sum_{\nu=1}^{S} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta[i]_{\nu,n} \right)^2 \tag{2.89}$$

e onde $\beta[i]_{\nu,n}$ são valores gerados como sendo a magnitude de uma variável aleatória gaussiana complexa de média nula e variância σ_n^2 determinada através de (2.45).

A capacidade do sistema MC-DS-CDMA com combinador MRC, segundo o *esquema 1*, será portanto estimada através de (2.66), substituindo o valor encontrado através de (2.88) no valor de σ^2

em (2.64) e (2.65). Assim, a capacidade do sistema MC-DS-CDMA modificado em canal Rayleigh seletivo em freqüência, com combinador MRC e conhecimento do estado de canal no receptor, para sinalização BPSK, será estimada por:

$$\langle C_{MCDSCDMA} \rangle = \frac{M}{X} \sum_{i=1}^{X} \int_{-g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T-6\sqrt{g[i]Var_{MRC\,in}}}^{g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T+6\sqrt{g[i]Var_{MRC\,in}}} p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right) \log_2 \frac{p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)}{p(y \mid g[i])} dy \qquad (2.90)$$

onde

$$p\left(y \mid +g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\, g[i]Var_{MRC\,in}}} \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2g[i]Var_{MRC\,in}} \right] \qquad (2.91)$$

e ainda

$$p(y \mid g[i]) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\, g[i]Var_{MRC\,in}}} \left\{ \exp\left[\frac{-\left(y - g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2g[i]Var_{MRC\,in}} \right] + \exp\left[\frac{-\left(y + g[i]\sqrt{\frac{P}{2}}T \right)^2}{2g[i]Var_{MRC\,in}} \right] \right\} \qquad (2.92)$$

Em (2.90), o valor de X utilizado para a obtenção dos resultados apresentados mais adiante foi feito igual a 1.000, valor suficiente à convergência desejada na estimativa da capacidade.

Na Fig. 2.19 são apresentados os resultados de cálculo de eficiência espectral para os seguintes parâmetros do sistema analisado:

M = 1, 3, 4 ou 12	S = 12, 4, 3 ou 1, respectivamente	L_1 = 4	X = 1000
N_1 = 60	ρ = 0	K = 10	L = 1
$\lambda = L$	Perfil de intensidade de potência uniforme	Regra de combinação MRC.	N = 110, 36, 27 ou 9, respectivamente

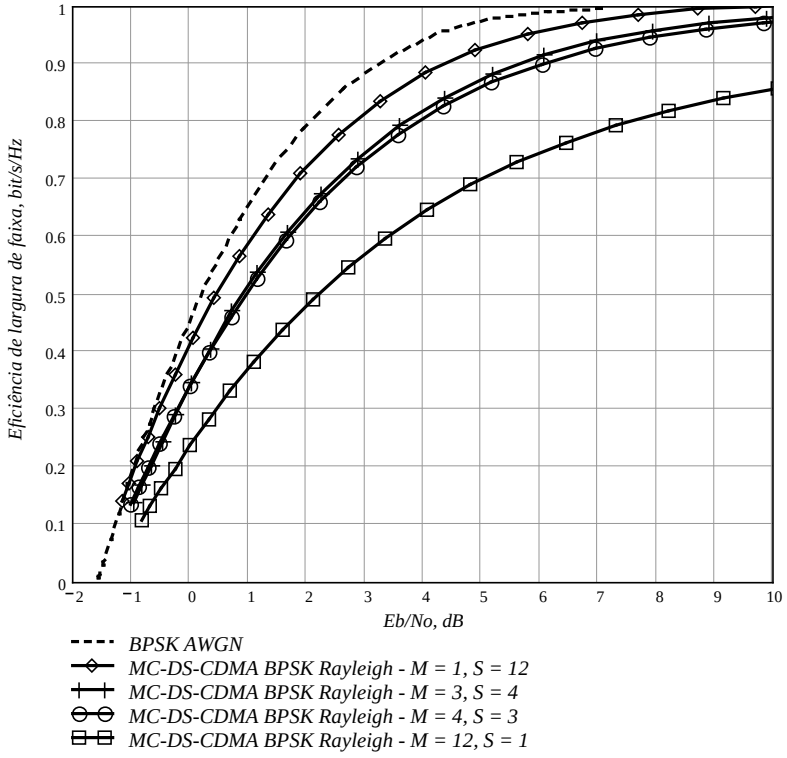

Fig. 2.19. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: *MS* = 12, *M* e *S* variáveis, combinador MRC

Configurando resultados já esperados, observa-se na Fig. 2.19 que a capacidade estimada do sistema com a regra de combinação MRC é praticamente[1] a mesma daquela do sistema com combinador EGC, o que pode ser notado comparando-se os resultados desta figura com os da Fig. 2.15. Tal resultado era esperado, pois os valores de relação sinal-ruído média por bit considerados no eixo horizontal de ambas as figuras em questão são os mesmos. Entretanto, vale lembrar que, para um dado valor dessa relação sinal-ruído, a potência de transmissão necessária ao sistema com combinador MRC pode ser menor que aquela necessária ao sistema com combinador EGC. Facilmente pode-se demonstrar que, para uma mesma relação sinal-ruído média por bit, a relação entre a potência de transmissão por portadora para o sistema com combinador EGC e a potência de transmissão por portadora para o sistema com combinador MRC vale, em dB

[1] De fato a capacidade para os casos EGC e MRC é exatamente a mesma. A pequena diferença observada entre os resultados na Fig. 2.15 e na Fig. 2.19 se deve ao método computacional utilizado nos cálculos e, em menor grau, à aproximação atribuída aos valores das interferências nas *MS* portadoras do sistema.

$$\frac{P_{EGC}}{P_{MRC}} = 10\log\left(\frac{S}{1+(S-1)\pi/4}\right) \tag{2.93}$$

Em situações reais, contudo, onde a estimação do estado de canal (magnitude e fase) não é perfeita, a diferença expressa por (2.93) pode não se configurar e, nesses casos, torna-se preferível, por questões de simplicidade de implementação, a utilização do combinador EGC em vez do MRC.

Em [Hal98], E. Hall e S. G. Wilson apresentam uma expressão que, com uma pequena correção, ratifica os resultados obtidos com a expressão (2.90). Segundo Hall, a capacidade do canal Rayleigh como sinalização BPSK e informação de estado de canal conhecida pelo receptor vale

$$\left\langle C_{Rayleigh}\right\rangle = -\int_g\int_y p(g)p(y \mid x=\sqrt{Es}, g)\log_2\left[\frac{1}{2}\left(1+e^{-(4/N_0)yg\sqrt{Es}}\right)\right]dydg \tag{2.94}$$

onde $p(g)$ é a função densidade de probabilidade dos ganhos do canal e E_s é a energia média por símbolo da modulação. A correção supramencionada se refere à substituição por 4 do valor 1 originalmente apresentado na expressão de Hall, na exponencial de (2.94). Um erro adicional de escala na figura que registra resultados de cálculo de capacidade em [Hal98] também leva a resultados diferentes daqueles obtidos com o uso de (2.94).

Adaptando a expressão (2.94) à presente análise com combinação MRC, tem-se então

$$\left\langle C_{MCDSCDMA}\right\rangle = -M\int_0^U \int_{-g\sqrt{\frac{P}{2}}T-6\sqrt{g\sigma^2}}^{g\sqrt{\frac{P}{2}}T+6\sqrt{g\sigma^2}} p(g)\frac{1}{\sqrt{2\pi g\sigma^2}}e^{\frac{\left(y-g\sqrt{\frac{P}{2}}T\right)^2}{2g\sigma^2}}\log_2\left\{\frac{1}{2}\left[1+e^{-(4/2\sigma^2)yg\sqrt{\frac{P}{2}}T}\right]\right\}dydg \tag{2.95}$$

onde $\sigma^2 = Var_{MRCin}$ é a variância média de ruído mais interferências em cada uma das entradas do combinador MRC, obtida conforme (2.87), e $p(g)$ é a função densidade de probabilidade da magnitude do desvanecimento na saída do combinador MRC, determinada por (veja o Apêndice A):

$$p(g) = \begin{cases} \dfrac{g^{S-1}e^{-g/\Omega}}{\Omega^S(S-1)!} & , g \geq 0 \\ 0 & , g < 0 \end{cases} \tag{2.96}$$

Em (2.96), $\Omega = 2$ é o valor médio quadrático da magnitude do processo gaussiano complexo de variância $\sigma_l^2 = \sigma_1^2 = 1$ (conforme (2.45), para perfil uniforme e $L = 1$), considerado igual em todas as entradas do combinador. O limite de integração U em (2.95) é escolhido como sendo o menor valor que leva a integral numérica de $p(g)$, no intervalo de 0 a U, ao valor unitário.

Conclui-se que todas as observações registradas na subseção 2.3.4, estas referentes à análise da capacidade do sistema MC-DS-CDMA modificado com combinador EGC, se aplicam aos resultados associados ao sistema com combinador MRC no que concerne às variações de capacidade em função dos valores dos parâmetros considerados.

Capítulo 3

Construção dos códigos produto e análise de limitantes

A PROPOSTA de um novo esquema de codificação de canal é apresentada neste capítulo. Esse novo esquema é baseado em uma família específica de códigos de bloco concatenados em série segundo a estrutura geométrica presente na formação de códigos produto. A principal vantagem desse esquema se refere à simplicidade de codificação, aliada à simplicidade e ao considerável ganho apresentados pelo correspondente processo de decodificação, esse abordado no Capítulo 4. Inicialmente apresentam-se os conceitos fundamentais associados à estimação de limitantes de probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares concatenados em série e em paralelo. Ênfase maior é dada à concatenação serial, sobre a qual são aprofundam-se e aplicam-se tais conceitos. O novo esquema de codificação é então apresentado e discutido, e para ele calculam-se limitantes de probabilidade de erro de bit em canal AWGN e Rayleigh.

3.1. Limitante superior de probabilidade de erro de bit

Nesta seção são apresentados os principais fundamentos relacionados ao estudo de limitantes superiores de probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares em canal AWGN.

Sabe-se que a simulação é uma ferramenta útil para a avaliação do desempenho de esquemas de codificação de canal. Entretanto, para sistemas com esquemas de codificação de canal poderosos,

em regiões onde a taxa de erro de bit média é muito baixa, seria preciso aguardar muito tempo para que um determinado número de erros pudesse ocorrer de forma a tornar confiável a estimativa desta taxa de erro. O uso de limitantes inferiores e superiores de probabilidade de erro demonstra ser uma alternativa adequada a estes casos, permitindo que seja feita uma previsão do comportamento do sistema em regiões de baixas taxas de erro [Ben96]. Um subproduto da análise de limitantes é a possibilidade de previsão de um eventual patamar "intransponível" de erro de bit (do termo em Inglês *error floor*), fenômeno que ocorre a partir de um certo valor de relação sinal-ruído, onde as palavras-código de baixo peso começam a governar o desempenho do esquema de codificação de canal, não permitindo que a taxa de erro de bit seja reduzida de forma significativa com o aumento da relação sinal-ruído. Critérios de projeto de códigos corretores de erro também podem se valer do estudo de limitantes. Por exemplo, em [Ben98a] e [Ben98b] são considerados tais critérios, aplicados a projetos de códigos concatenados.

3.1.1. A probabilidade de erro par-a-par e o limitante de união

A discussão sobre limitantes superiores de probabilidade de erro de palavra em sistemas com codificação de canal inicia-se em torno do conceito de *probabilidade de erro par-a-par* $P\{\mathbf{s}_i \rightarrow \mathbf{s}_j\}$. Essa é a probabilidade de, tendo-se transmitido o sinal $\mathbf{s}_i$, ter-se $\mathbf{s}_j$ mais próximo do vetor recebido $\mathbf{r}$ do que $\mathbf{s}_i$., $i = j = 1, 2, ..., M$. Para um sistema com modulação M-ária qualquer, se $\mathbf{s}_i$ é transmitido, um erro ocorre se um dos demais sinais é escolhido pelo receptor. Mas sabe-se que a probabilidade da união de eventos é menor que a soma das probabilidades de ocorrência de cada evento individualmente considerado. A esse limite é dado o nome de *limitante de união* que, no presente contexto, pode ser escrito como:

$$P_p(\mathbf{s}_i) \leq \sum_{\mathbf{s}_i \neq \mathbf{s}_j} P\{\mathbf{s}_i \rightarrow \mathbf{s}_j\} \tag{3.1}$$

onde $P_p(\mathbf{s}_i)$ é a probabilidade de erro de palavra, tendo-se transmitido a palavra $\mathbf{s}_i$. A determinação da probabilidade de erro de palavra média deve levar em consideração uma média de (3.1) em todas as M possibilidades das palavras enviadas através do canal, levando a [Ben99, p. 191]

$$P_p \leq \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j\neq i}\frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{d_{ij}}{2\sqrt{N_0}}\right) \tag{3.2}$$

onde $d_{ij} = |\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j|$ é a distância Euclidiana entre $\mathbf{s}_i$ e $\mathbf{s}_j$ e N_0 é a densidade espectral de potência de ruído. Mas a propriedade do erro uniforme [Ben99, p. 505] dita que a probabilidade de erro condicionada à transmissão de uma dada palavra-código não depende de qual seja esta palavra. Esta é uma propriedade válida para códigos lineares e permite que a probabilidade de erro par-a-par possa ser avaliada admitindo-se o envio da palavra toda nula. Assim passa a não ser necessário efetuar a média explícita em (3.2) e pode-se escrever a probabilidade de erro de palavra como

$$P_p \leq \sum_{m=2}^{M} P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_m) \tag{3.3}$$

onde $\mathbf{x}_1$ corresponde à palavra código toda nula. Mas a probabilidade $P\{\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_m\}$ depende, como em (3.2), da distância Euclidiana entre as duas palavras-código consideradas. Para uma palavra-código m com peso de Hamming w_m, sabendo que a energia da forma de onda transmitida em cada intervalo de sinalização vale E_s Joules, e para a sinalização antipodal tem-se

$$d_{1m}^2 = \left|\boldsymbol{s}_1 - \boldsymbol{s}_m\right|^2 = w_m\left|\sqrt{E_s} - \left(-\sqrt{E_s}\right)\right|^2 = 4w_m E_s = 4w_m R_c E_b \tag{3.4}$$

onde $R_c = k/n$ é a taxa do código. Levando os resultados (3.3) e (3.4) em (3.2), a probabilidade de erro de palavra para sinalização antipodal em canal AWGN, sem quantização no receptor e com decisão suave pode ser determinada por [Ben99, p. 511]

$$P_p \leq \frac{1}{2}\sum_{m=2}^{M}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{w_m R_c E_b}{N_0}}\right) \tag{3.5}$$

Agrupando, no conjunto das M palavras-código, as A_h palavras-código de mesmo peso h, pode-se escrever (3.5) como

$$P_p \leq \frac{1}{2} \sum_{h=d_{\min}}^{n} A_h \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{hR_c E_b}{N_0}}\right) \tag{3.6}$$

sendo n o comprimento de cada palavra-código e $d_{\min}$ a distância mínima de Hamming do código (que é igual ao menor peso dentre as palavra-código, excetuando-se a palavra toda nula). Através de (3.6) pode-se perceber que para que se possa determinar a probabilidade de erro de palavra é necessário conhecer a distribuição de pesos das palavras-código. A esta distribuição normalmente associa-se uma função, a Função de Distribuição de Pesos (WEF, do Inglês *Weight Enumerating Function*), definida por

$$A(H) = \sum_{h=0}^{n} A_h H^h \tag{3.7}$$

onde H é uma variável auxiliar e A_h é o número de palavras-código de peso h.

3.1.2. Probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares

Para o cálculo da probabilidade de erro de bit deve-se levar em consideração o número de eventos de erro, sendo a probabilidade de ocorrência de cada evento ponderada por um valor que é função do número de bits em erro em cada evento. É necessário então conhecer não somente a distribuição de pesos das palavras código, mas também a distribuição dos pesos das palavras de informação associadas às palavras código de cada peso. Uma expressão que traduz esse procedimento pode ser escrita como [Ben99, p. 513]

$$P_b = \sum_{j=2}^{M} \frac{w(\mathbf{u}_j)}{k} P(\mathbf{x}_j \mid \mathbf{x}_1) \tag{3.8}$$

onde $M = 2^k$ é o número de palavras-código, $P(\mathbf{x}_j \mid \mathbf{x}_1)$ é a probabilidade de ser decodificada uma palavra-código $\mathbf{x}_j$ diferente da palavra-código toda-nula $\mathbf{x}_1$, dado que a palavra toda nula foi transmitida e $w(\mathbf{u}_j)$ é o peso de Hamming da palavra de informação de comprimento k que gera a palavra-código $\mathbf{x}_j$.

Pelo fato do cálculo envolvendo (3.8) apresentar complexidade exponencialmente crescente em k, o limitante de união é utilizado em vez do cálculo exato através de (3.8). Como a probabilidade de erro de bit é função não somente da distribuição de pesos das palavras-código, mas também dos pesos das palavras de informação associados às palavras-código de um determinado peso, utiliza-se no cálculo do limitante de união a Função de Distribuição de Pesos de Entrada-Saída (IOWEF, do Inglês *Input-Output Weight Enumerating Function*), definida como [Ben99]

$$B(W,H) = \sum_{w=0}^{k} \sum_{h=0}^{n} B_{w,h} W^{w} H^{h} \tag{3.9}$$

onde $B_{w,h}$ é o número de palavras-código de peso h geradas por palavras de informação de peso w. As variáveis W e H são variáveis auxiliares. A Função de Distribuição de Pesos (WEF) pode ser facilmente obtida a partir da IOWEF [Ben99, p. 514]:

$$A(H) = B(W,H)\big|_{W=1} = \sum_{h=0}^{n} A_h H^{h} \quad \text{, onde } A_h = \sum_{w=0}^{k} B_{w,h} \tag{3.10}$$

Em algumas expressões para cálculo de limitantes de probabilidade de erro encontradas na literatura é comum encontrar a Função de Distribuição de Pesos Condicional (CWEF, do Inglês *Conditional Weight Enumerating Function*), que pode ser obtida através da IOWEF e é definida como [Ben99, p. 514]

$$B_w(H) = \sum_{h=0}^{n} B_{w,h} H^{h} = \frac{1}{w!} \frac{\partial^{w} B(W,H)}{\partial W^{w}}\bigg|_{W=0} \tag{3.11}$$

Em outras expressões para o cálculo de limitantes de probabilidade de erro de bit, especialmente para a análise de esquemas com concatenação paralela [Ben96], pode-se encontrar a Função de Distribuição de Pesos de Entrada-Paridade (IRWEF, do Inglês *Input-Redundancy Weight Enumerating Function*), que também pode ser obtida a partir da IOWEF e é definida como [Ben96, p. 410]

$$C(W,Z) = \sum_{w=0}^{k} \sum_{z=0}^{n-k} C_{w,z} W^{w} Z^{z} \tag{3.12}$$

onde $C_{w,z}$ é o número de palavras-código geradas por palavras de informação de peso w e cujas paridades tem peso z. Obviamente, $w + z$ é o peso total da palavra-código. A CWEF dos bits de paridade correspondentes às palavras de entrada de peso w pode ser obtida através da expressão (3.11), substituindo-se a IOWEF pela IRWEF. A IRWEF é uma função que tem real significado quando são considerados códigos sistemáticos, onde é clara a distinção, numa palavra-código, dos bits correspondentes à informação daqueles correspondentes à paridade.

Uma forma de conversão da IOWEF na IRWEF e vice-versa pode ser necessária quando da análise de desempenho de códigos de bloco sistemáticos, concatenados ou não. A IOWEF pode ser escrita a partir da IRWEF conforme a relação

$$B(W,H) = \sum_{w=0}^{k} \sum_{z=0}^{n-k} C_{w,z+w} W^{w} H^{z+w} \tag{3.13}$$

De maneira análoga, a IRWEF pode ser escrita a partir da IOWEF conforme a relação

$$C(W,Z) = \sum_{w=0}^{k} \sum_{h=0}^{n} B_{w,h-w} W^{w} H^{h-w} \Big|_{H=Z} \tag{3.14}$$

As distribuições de pesos de alguns códigos de bloco, em qualquer dos formatos anteriormente descritos, podem ser obtidas analiticamente. Para outros códigos, contudo, as distribuições de pesos não foram ainda analiticamente encontradas. Cálculos computacionais são empregados nesses casos como forma de estimá-las.

Para reduzir a complexidade no processo de cálculo de limitantes, principalmente quando este cálculo é realizado por computador, em vez das funções IOWEF ou IRWEF é mais conveniente operar com uma matriz dos coeficientes da IOWEF (que poderia ser chamada de IOWEM, por razão obvia) ou da IRWEF (que poderia ser chamada de IRWEM). Nesta proposta de simplificação, os elementos não nulos da IOWEM de ordem $(k + 1) \times (n + 1)$ correspondem aos valores de $B_{w,h}$, localizados na w-ésima linha e na h-ésima coluna. Os elementos não nulos da IRWEM de ordem $(k + 1) \times (n - k + 1)$ correspondem aos valores de $C_{w,z}$, localizados na w-ésima linha e na z-ésima coluna. No mapeamento da IOWEM para a IOWEF, o expoente da variável W corresponde aos

índices das linhas da matriz IOWEM (pesos das palavras de informação), os expoentes da variável H correspondem aos índices das colunas da matriz IOWEM (pesos das palavras-código) e os coeficientes $B_{w,h}$ correspondem aos elementos não nulos na matriz IOWEM, localizados nas coordenadas (w, h). De forma análoga obtém-se facilmente o mapeamento da IRWEM na IRWEF.

Exemplo 3.1.

Considere o código de Hamming (n,k,$d_{\min}$) = (7,4,3), formado a partir de sua matriz geradora na forma originalmente sistemática

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A WEF para este código pode ser obtida analiticamente [Ben99], resultando em

$$A(H) = 1 + 7H^3 + 7H^4 + H^7$$

A função WEF pode ser associada ao histograma de distribuição de pesos mostrado na Fig. 3.1, através do qual sua interpretação se torna ainda mais clara.

Com o auxílio de uma simples procura computacional pode-se determinar a matriz de distribuição de pesos de ordem (k + 1) x (n + 1) = 5 x 8 relacionada à IOWEF, ou seja, a IOWEM:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

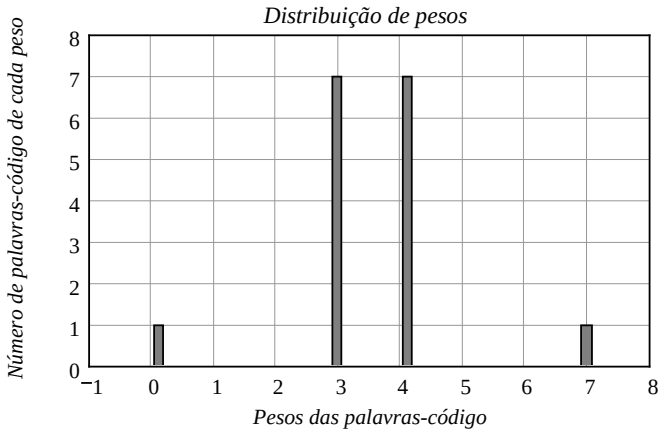

Fig. 3.1. Distribuição de pesos para o código (7,4,3) do Exemplo 3.1.

Segundo a definição proposta para a matriz IOWEM, faz-se a seguinte interpretação sobre a distribuição dos pesos para o código de Hamming (7,4,3): tem-se 1 palavra-código de peso 0, gerada por 1 palavra de informação também de peso 0; tem-se 3 palavras-código de peso 3, geradas por 3 palavras de informação de peso 1, e 1 palavra-código de peso 4, gerada por 1 palavra de informação de peso 1; tem-se ainda 3 palavras-código de peso 3, geradas por 3 palavras de informação de peso 2, e 3 palavras-código de peso 4, geradas por 3 palavras de informação de peso 2; tem-se também 1 palavra-código de peso 3, gerada por 1 palavra de informação de peso 3, e 3 palavras-código de peso 4, geradas por 3 palavras de informação de peso 3; finalmente tem-se 1 palavra-código de peso 7, gerada por 1 palavra de informação de peso 4. Da IOWEM pode-se obter diretamente a IOWEF:

$$B(W,H) = 1 + W(3H^3 + H^4) + W^2(3H^3 + 3H^4) + W^3(H^3 + 3H^4) + W^4H^7$$

Conhecendo a IOWEF, pode-se obter a WEF a partir de (3.3), e a IRWEF a partir de (3.7). Na IOWEF, sabe-se que os expoentes da variável H indicam os pesos das palavras-código e que os expoentes da variável W indicam os pesos das palavras de informação. Como a IRWEF relaciona pesos de palavras de informação com pesos de paridade, para obtê-la a partir da IOWEF basta fazer os expoentes de Z iguais à subtração dos expoentes de H dos correspondentes expoentes de W, levando a:

$$C(W,Z) = 1 + W(3Z^2 + Z^3) + W^2(3Z + 3Z^2) + W^3(1 + 3Z) + W^4 Z^3$$

A matriz IRWEM, de ordem (k + 1) x (n – k + 1), pode ser obtida a partir da função IRWEF ou diretamente a partir da IOWEM (os expoentes de W se mantêm e estão relacionados às linhas da matriz IRWEM; cada coluna da IRWEM está relacionada a um expoente de Z e corresponde ao índice da coluna da IOWEM subtraído do índice da linha sob análise). Para o código de Hamming em questão a IRWEM vale:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As funções condicionais, CWEF, tanto relativas à IOWEF quanto à IRWEF, podem ser diretamente obtidas destas funções, levando em conta a definição dada pela expressão (3.11):

$$B(W,H) = 1 + WB_1(H) + W^2 B_2(H) + W^3 B_3(H) + W^4 B_4(H)$$

e

$$C(W,Z) = 1 + WB_1(Z) + W^2 B_2(Z) + W^3 B_3(Z) + W^4 B_4(Z)$$

O conhecimento da distribuição de pesos de um código é de fundamental importância para cálculos que têm por objetivo estimar tanto a capacidade de detecção de erros quanto a capacidade de correção de erros desse código. O limitante superior de probabilidade de erro de bit, para o caso de decodificação de máxima verossimilhança com decisão suave e quantização infinita, em canal AWGN, pode ser estimado através de [Ben99, p 514]

$$P_b \leq \sum_{w=1}^{k} \frac{w}{2k} \sum_{h=d_{\min}}^{n} B_{w,h} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{hR_c E_b}{N_0}}\right) \tag{3.15}$$

onde $R_c = k/n$ é a taxa do código. Fazendo uso da relação

$$\frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{x}\right) < \frac{1}{2}\exp(-x) \tag{3.16}$$

obtém-se um limitante menos justo (ou menos apertado):

$$P_b < \frac{1}{2}\sum_{w=1}^{k}\frac{w}{k}\sum_{h=d_{\min}}^{n} B_{w,h}\exp\left(-\frac{hR_cE_{\mathrm{b}}}{N_0}\right) \tag{3.17}$$

Sabendo que a função de distribuição de pesos condicional, CWEF, é dada pela expressão (3.11), reproduzida parcialmente aqui:

$$B_w(H) = \sum_{h=0}^{n} B_{w,h}H^h \tag{3.18}$$

nota-se que

$$\sum_{h=d_{\min}}^{n} B_{w,h}\exp\left(-\frac{hR_cE_{\mathrm{b}}}{N_0}\right) = \sum_{h=0}^{n} B_{w,h}\left[\exp\left(-\frac{R_cE_{\mathrm{b}}}{N_0}\right)\right]^h - 1 = \left[B_w(H)-1\right]\Big|_{H=\exp\left(-\frac{R_cE_{\mathrm{b}}}{N_0}\right)} \tag{3.19}$$

Assim, um limitante menos apertado para a probabilidade de erro de bit, para o caso de decodificação de máxima verossimilhança com decisão suave e quantização infinita, em canal AWGN, pode ser estimado através de

$$P_b < \frac{1}{2}\sum_{w=1}^{k}\frac{w}{k}\left[B_w(H)-1\right]\Bigg|_{H=\exp\left(-\frac{R_cE_{\mathrm{b}}}{N_0}\right)} \tag{3.20}$$

3.2. Probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares concatenados em série e em paralelo

Nesta seção, os conceitos abordados na seção anterior são aplicados ao estudo de limitantes de probabilidade de erro de bit para códigos de bloco lineares concatenados em série e em paralelo,

com ênfase na concatenação serial, objeto principal do estudo considerado neste capítulo. O estudo analítico de esquemas com concatenação paralela ou serial apresenta grandes desafios, principalmente quando o código resultante é longo. Em [Ben96], [Ben98a] e [Ben98b] é introduzida uma forma alternativa para o tratamento analítico destas concatenações, buscando reduzir a complexidade inerente das análises teóricas clássicas. As ferramentas propostas em [Ben96] para o estudo da concatenação paralela e em [Ben98a] e [Ben98b] para a concatenação serial são baseadas em um desempenho médio desses esquemas, com decodificação de máxima verossimilhança. A análise apresentada nessas publicações é fundamentada em limitantes de probabilidade de erro calculados a partir de uma "distribuição média" de pesos do código concatenado. Esta distribuição considera que o entrelaçador temporal existente entre os códigos componentes é um dispositivo probabilístico (entrelaçador temporal uniforme), levando, então, a uma análise de comportamento médio do desempenho da concatenação. O uso do conceito de entrelaçador temporal uniforme simplifica significativamente a avaliação de desempenho de códigos concatenados, apesar do resultado obtido não refletir o desempenho real, dada uma regra de entrelaçamento temporal específica. Contudo, em [Ben96] demonstra-se que o desempenho obtido por meios de um entrelaçador temporal uniforme é atingível ao menos por um entrelaçador temporal real; e, de fato, uma regra qualquer de entrelaçamento temporal escolhida aleatoriamente se comportará, com grande probabilidade, de forma similar à média. Por outro lado, algumas simples regras de entrelaçamento já conhecidas podem levar a limitantes consideravelmente abaixo deste limitante médio. Mais adiante esta afirmação é comprovada com exemplos de cálculo.

Nesta seção ainda é verificado que as expressões para a estimativa de limitantes definidas em [Ben96] são aplicáveis, com algumas adequações, tanto nos casos de concatenação paralela com componentes sistemáticos quanto nos casos onde se utilizam códigos componentes não-sistemáticos. As expressões derivadas em [Ben98a] e [Ben98b] são diretamente aplicáveis aos casos de concatenação serial com componentes sistemáticos ou não-sistemáticos.

3.2.1. Análise de limitantes para concatenação paralela de dois códigos de bloco em canal AWGN

Em [Ben96] a análise apresentada é baseada em códigos componentes sistemáticos e utiliza a função de distribuição de pesos entrada-paridade, a IRWEF. Já a análise apresentada em [Ben99], para o

mesmo caso, utiliza a função de distribuição de pesos entrada-saída, a IOWEF, levando à possibilidade de análise com códigos componentes não-sistemáticos. A Fig. 3.2 ilustra a estrutura de concatenação paralela.

A função de distribuição de pesos condicional (CWEF) do código concatenado, para o comprimento do bloco de entrelaçamento temporal, N, igual a k, é dada por [Ben99, p. 587]

$$B_w^{C_p}(H) = \frac{B_w^{C_1}(H)\, B_w^{C_2}(H)}{\binom{k}{w}} \tag{3.21}$$

Conhecendo-se a CWEF pode-se aplicar diretamente a expressão (3.20) para que seja estimado o limitante superior de probabilidade de erro de bit. A partir da CWEF pode-se obter a IOWEF, e desta a matriz de coeficientes IOWEM (veja Exemplo 3.1.), e utilizar a expressão (3.15) para que seja estimado um limitante mais apertado para a probabilidade de erro de bit.

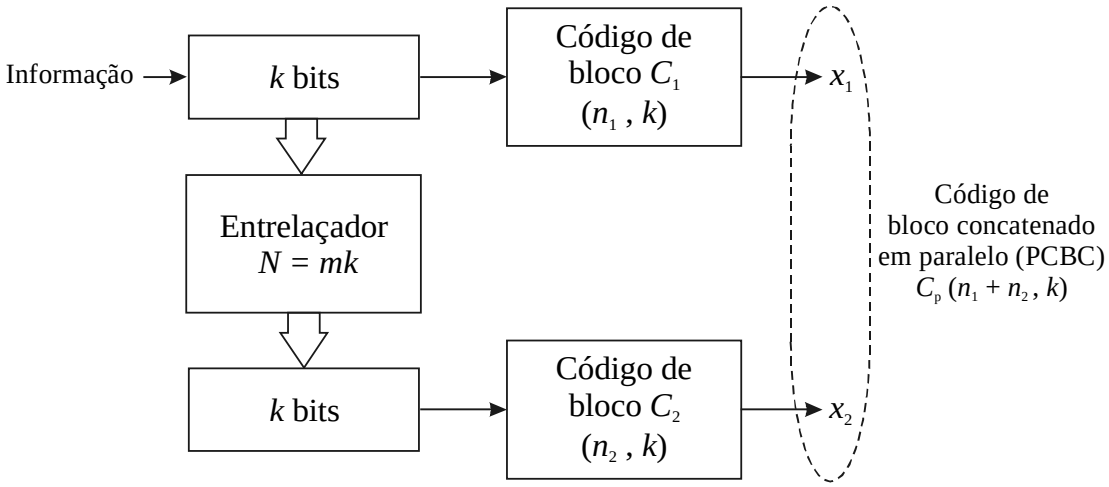

Fig. 3.2. Diagrama da concatenação paralela de códigos de bloco [Ben99].

Como já mencionado, em cálculos computacionais é preferível operar com a matriz de coeficientes IOWEM em vez de operar com a função IOWEF, por razões já abordadas. A expressão (3.21) pode ser simplificada e escrita num formato que envolva somente os coeficientes das IOWEF dos códigos componentes. Levando-se em conta as notações registradas na Fig. 3.2 tem-se, então:

$$B_{w,h}^{C_p} = \binom{k}{w}^{-1} \sum_{h1+h2=h} B_{w,h1}^{C_1} \; B_{w,h2}^{C_2} \tag{3.22}$$

Em termos de implementação computacional de (3.22), envolvendo as matrizes IOWEM dos códigos componentes, sugere-se o Algoritmo 3.1:

Algoritmo 3.1.

1. crie uma matriz de ordem k x (n_1+n_2), com todos os elementos nulos;
2. faça w variar de 0 a k;
3. para cada valor de w, faça h_1 variar de 0 a n_1;
4. para cada valor de h_1 faça h_2 variar de 0 a n_2;
5. para cada tríplice w, h_1 e h_2, calcule os valores dos elementos da matriz IOWEM através da expressão recursiva

$$B_{w,h1+h2}^{C_p \text{ atual}} \leftarrow B_{w,h1+h2}^{C_p \text{ anterior}} + \frac{B_{w,h1}^{C_1} \; B_{w,h2}^{C_2}}{\binom{k}{w}} \tag{3.23}$$

Para um comprimento do bloco de entrelaçamento temporal, N , igual a mk, m inteiro, a CWEF do código (m(n_1 + n_2), mk) resultante é dada por [Ben96, p. 414]

$$B_w^{C_{C_p}^m}(H) = \frac{B_w^{C_1^m}(H) \; B_w^{C_2^m}(H)}{\binom{mk}{w}} \tag{3.24}$$

onde as CWEFs dos novos códigos componentes (mn_1 , mk) e (mn_2 , mk) são dadas por

$$B_w^{C_1^m}(H) = \frac{1}{w!} \frac{\partial^w B^{C_1^m}(W,H)}{\partial W^w}\bigg|_{W=0} \quad \text{e} \quad B_w^{C_2^m}(H) = \frac{1}{w!} \frac{\partial^w B^{C_2^m}(W,H)}{\partial W^w}\bigg|_{W=0} \tag{3.25}$$

e a IOWEFs dos novos códigos componentes são iguais às IOWEFs dos códigos originais elevadas ao expoente *m*, ou seja

$$B^{C_1^m}(W,H) = \left[B^{C_1}(W,H)\right]^m \quad \text{e} \quad B^{C_2^m}(W,H) = \left[B^{C_2}(W,H)\right]^m \tag{3.26}$$

Através da análise dos resultados fornecidos em [Ben96], e também em [Ben98a], [Ben98b] e [Ben99], conclui-se que *o aumento do bloco de entrelaçamento temporal em esquemas com concatenação paralela não traz significativos ganhos de desempenho e, além disso, o pequeno acréscimo no desempenho tende a se saturar a partir de um determinado comprimento deste bloco de entrelaçamento temporal*.

Uma observação adicional merece destaque, no que se refere à concatenação paralela de códigos de bloco lineares: é possível que sejam obtidos códigos concatenados com maiores taxas quando os códigos componentes são sistemáticos. Para comprovar essa afirmação e também para avaliar o impacto da escolha de componentes sistemáticos na concatenação paralela, uma extensão do Exemplo 3.1 é explorada através dos Exemplos 3.2.a e 3.2.b a seguir.

Exemplo 3.2.a.

Considere a concatenação paralela de um código de Hamming sistemático (7,4) com um código cujas palavras código são as paridades de um código de Hamming também (7,4). Neste exemplo, tomando como referência a Fig. 3.2, identificam-se: n_1 = 7, k = 4, n_2 = 3 e N = k; o código resultante será um (10,4). A IOWEF do código (7,4) por conveniência é novamente apresentada:

$$B(W,H) = 1 + W(3H^3 + H^4) + W^2(3H^3 + 3H^4) + W^3(H^3 + 3H^4) + W^4H^7$$

A IOWEF do código componente resultante que se vale apenas das paridades do código de Hamming (7,4,3) sistemático, é exatamente igual à IRWEF do código (7,4,3), ou seja

$$C(W,Z) = 1 + W(3Z^2 + Z^3) + W^2(3Z + 3Z^2) + W^3(1 + 3Z) + W^4Z^3$$

A partir das IOWEFs anteriores pode-se facilmente compor as matrizes IOWEMs dos códigos componentes (já fornecidas no Exemplo 3.1) e, operando com estas matrizes em (3.23), obtém-se a IOWEM do código concatenado:

$$\boldsymbol{B}^{C_p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,25 & 1,5 & 0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5 & 3 & 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,25 & 1,5 & 2,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo 3.2.b.

Agora considere a concatenação paralela de dois Códigos de Arranjo Generalizado, GAC (do Inglês, *Generalized Array Code*), (7,4) não-sistemáticos [Hon97], equivalentes ao código de Hamming (7,4) e cuja matriz geradora tem a forma:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo, novamente tomando como referência a Fig. 3.2, identificam-se: $n_1 = 7$, $k = 4$, $n_2 = 7$ e $N = k$; o código resultante será um (14,4). A WEF do GAC (7,4) é idêntica à do código de Hamming (7,4), mas as IOWEFs diferem. A IOWEM do código GAC (7,4) foi obtida através de uma rotina computacional, e vale:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Conforme (3.10), somando-se os elementos das colunas da IOWEM anterior obtêm-se os coeficientes da WEF (1, 7, 7, 1), coincidentes com aqueles já apresentados no Exemplo 3.1 para a WEF do código de Hamming (7,4). Operando com as matrizes das IOWEMs dos códigos componentes (que são idênticas) em (3.23), obtém-se a IOWEM do código concatenado resultante:

$$\boldsymbol{B}^{C_p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2{,}25 & 0 & 0 & 0 & 1{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A Fig. 3.3 apresenta os limitantes superiores de probabilidade de erro de bit para os casos analisados nos Exemplos 3.2.a e 3.2.b, calculados através da expressão (3.15). Como pode ser verificado nessa figura, se os códigos componentes utilizados na concatenação paralela são sistemáticos, pode-se obter um código final com taxa mais elevada. Entretanto, o limitante superior de probabilidade de erro ocorre num patamar mais elevado que aquele obtido com códigos componentes equivalentes, porém não-sistemáticos. Nesse segundo caso, contudo, a taxa do código resultante é menor.

Observando as matrizes dos coeficientes da IOWEF, pode-se obter a distância mínima do código como sendo o índice da primeira coluna que contenha elementos não nulos, excetuando-se a coluna 0, que corresponde à palavra-código toda-nula. Como a obtenção da IOWEF de códigos concatenados é baseada em uma análise de comportamento médio no que se refere a todos os possíveis entrelaçadores temporais utilizados, a distância mínima *média* do código do Exemplo 3.2.a é 3 e a distância mínima *média* do código do Exemplo 3.2.b é 6.

Ainda com relação aos Exemplos 3.2.a e 3.2.b, verifica-se através da Fig. 3.3 que a concatenação do Exemplo 3.2.b possui limitante aproximadamente igual ao limitante para o código (7,4,3) isoladamente. Verifica-se ainda que a concatenação do Exemplo 3.2.a apresenta limitante mais elevado que o código (7,4,3) isoladamente. Esses fatos levam a crer que a implementação da concatenação não pressupõe, sempre, melhoria de desempenho de um determinado esquema de codificação. A subseção 3.3.4 contém exemplos e justificativas que ratificam e complementam estas constatações básicas.

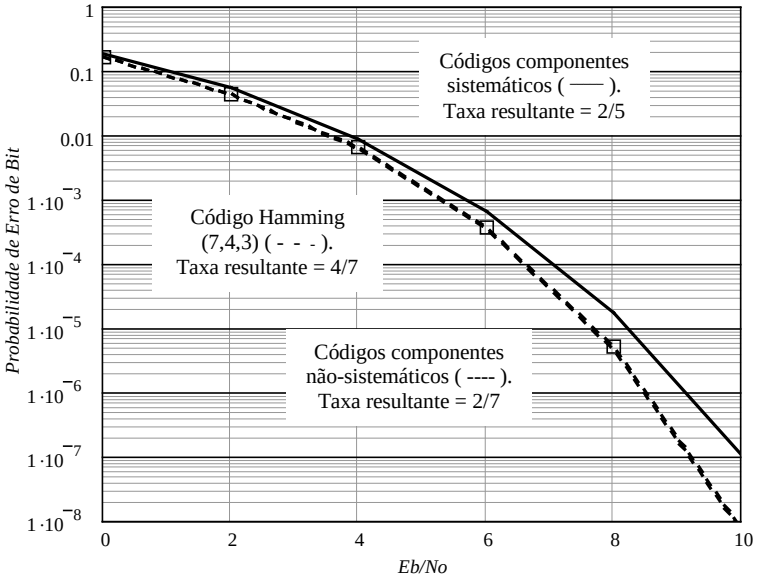

Fig. 3.3. Comparação entre os limitantes considerados nos Exemplos 3.2.a e 3.2.b.

3.2.2. Análise de limitantes para concatenação serial de dois códigos de bloco em canal AWGN

A Fig. 3.4 mostra o diagrama em blocos da concatenação serial de dois códigos de bloco. Ela é formada por um código externo (mq, mk) de taxa $R_{ce} = k/q$ conectado, via um bloco de entrelaçamento temporal de comprimento $N = mq$, a um código interno (mn, mq) de taxa $R_{ci} = q/n$, resultando em um código (mn, mk) de taxa $R_{ce}R_{ci} = k/n$.

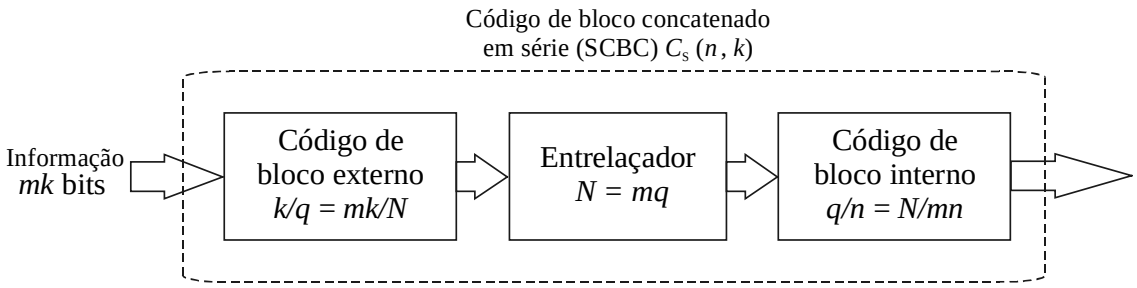

Fig. 3.4. Diagrama da concatenação serial de códigos de bloco (adaptado de [Ben99]).

Para o código concatenado, o número $B_{w,h}^{C_s}$ de palavras-código de peso h associadas às palavras de informação de peso w , para m = 1, é dado por [Ben98b, p. 912]

$$B_{w,h}^{C_s} = \sum_{l=0}^{N} \frac{B_{w,l}^{C_e} B_{l,h}^{C_i}}{\binom{N}{l}} \tag{3.27}$$

A expressão (3.27) pode ser justificada através dos comentários:

- na situação real, com o uso de um determinado entrelaçador temporal, cada palavra de entrada de peso l aplicada a esse entrelaçador (saída do código externo, cuja entrada teria peso w), produziria uma palavra de saída com uma certa permutação, porém com mesmo peso l da entrada. Esta palavra iria gerar um determinado número $B_{l,h}^{C_i}$ de palavras código do código interno, com peso h. Dessa forma, o número total de palavras código com peso h, geradas por uma entrada de peso w, seria a multiplicação do número de palavras de peso l, $B_{w,l}^{C_e}$, geradas pelo código externo, pelo número de palavras de peso h, $B_{l,h}^{C_i}$, geradas pelo código interno. Isto justifica a multiplicação $B_{w,l}^{C_e} B_{l,h}^{C_i}$;
- para obter o "espectro total" do número de palavras código de peso h, geradas pelo código concatenado, ter-se-ia que gerar na entrada do codificador externo todas as possíveis palavras de informação, identificando os números $B_{w,l}^{C_e}$ de palavras-código de saída deste codificador, associados à cada palavra de entrada de peso w. E para cada possível peso l de entrada do

codificador interno, seria identificado o número de palavras-código de pelo h, $B_{l,h}^{C_i}$. A multiplicação $B_{w,l}^{C_e}\ B_{l,h}^{C_i}$ para cada palavra de peso w de entrada levaria à distribuição condicional de pesos do código concatenado. Na proposta do [Ben98b], onde o entrelaçador temporal é um dispositivo probabilístico, a probabilidade de ser gerada uma palavra de saída desse bloco, com peso l, é igual a 1/combin(N, l), ou seja, para uma palavra de entrada do codificador externo de peso w, o número de palavras-código de peso h geradas, condicionado a um valor de l, seria a multiplicação $B_{w,l}^{C_e}\{B_{l,h}^{C_i}[1/\text{combin}(N,\ l)\}$. Como todos os possíveis pesos de saída do entrelaçador temporal devem ser considerados para se obter o número total de palavras-código de peso h geradas, o somatório de 0 a N está justificado.

Para blocos de entrelaçamento temporal de tamanho $N = mk$, para $m > 1$, expressões derivadas da expressão (3.27) são apresentadas em [Ben98b] em formatos que envolvem as funções de distribuição de pesos condicionais, as CWEFs, dos códigos componentes. Portanto, o procedimento apresentado em [Ben98b] para que seja estimada a distribuição de pesos do código concatenado para $m > 1$ pressupõe o conhecimento das IOWEFs dos códigos componentes, elevadas ao expoente m, de forma que, a partir destas, seja possível obter as CWEFs e seja finalmente possível estimar a IOWEM ou a CWEF do código concatenado. A partir da IOWEM ou da CWEF do código resultante, o uso de (3.15) ou (3.20) permite que seja estimado o limitante superior de probabilidade de erro de bit para a concatenação serial.

Com o aumento do comprimento do bloco de entrelaçamento temporal, o uso da expressão (3.15) ou (3.20) se torna computacionalmente cada vez mais complexo. Este fato também foi observado em [Ben98b], onde o grande número de termos a somar nessas expressões, quando $N > 100$, pressupõe que as somas sejam truncadas de forma a tornar a solução do problema algo computacionalmente razoável em termos de complexidade e tempo. O uso de operações envolvendo as funções de distribuição de pesos também representa uma limitação quando à implementação dos cálculos com o auxílio de computador, pois pressupõe a utilização de manipulações simbólicas.

Mais uma vez, uma forma alternativa de reduzir a complexidade dos problemas mencionados no parágrafo anterior reside no uso das matrizes dos coeficientes das IOWEFs dos novos códigos componentes, as IOWEMs. Porém, as novas IOWEMs devem ser obtidas a partir da m-ésima potência das funções IOWEFs e, para elevados valores de m, os cálculos simbólicos envolvendo tais

funções se torna impraticável. De forma a evitar este significativo e às vezes irrealizável trabalho adicional, foi desenvolvido um algoritmo capaz de permitir que sejam calculadas as novas IOWEMs dos códigos componentes para $m \geq 1$, a partir das IOWEMs originais desses códigos. Tendo calculado as novas IOWEMs pode-se aplicar expressões derivadas da expressão (3.27), para concatenação serial, ou da expressão (3.22), para concatenação paralela, de tal sorte que seja obtida a matriz IOWEM do novo código concatenado. As expressões (3.22) e (3.27) são aqui novamente apresentadas com ligeiras modificações de notação de forma a levar em conta operações para $m \geq 1$:

$$B_{w,h}^{C_p^m} = \binom{N}{w}^{-1} \sum_{h1+h2=h} B_{w,h1}^{C_1^m} \; B_{w,h2}^{C_2^m} \tag{3.28}$$

$$B_{w,h}^{C_s^m} = \sum_{l=0}^{N} \frac{B_{w,l}^{C_e^m} \; B_{l,h}^{C_i^m}}{\binom{N}{l}} \tag{3.29}$$

Em (3.28), tomando como auxílio a Fig. 3.2, tem-se:

- $B_{w,h}^{C_p^m}$ são os elementos da matriz IOWEM do código com concatenação paralela, de ordem $(mk+1) \times [m(n_1+n_2)+1]$, calculados recursivamente. Seus valores correspondem ao número de palavras-código de peso $m(h_1+h2)$, associadas às palavras de informação de peso mw, sendo h_1 e h_2 os pesos das palavras-código dos códigos componentes 1 e 2, associadas às palavras de informação de peso w. k é o comprimento das palavras de informação dos códigos componentes 1 e 2 e n_1 e n_2 são os comprimentos das palavras-código dos códigos componentes 1 e 2, respectivamente;
- $B_{w,h1}^{C_1^m}$ e $B_{w,h2}^{C_2^m}$ são os elementos das matrizes IOWEMs da m-ésima potência das funções IOWEFs dos códigos componentes 1 e 2. Tais matrizes possuem ordem $(mk+1) \times (mn_1+1)$ e $(mk+1) \times (mn_2+1)$, respectivamente para os códigos 1 e 2;
- $N = mk$ é o comprimento do bloco de entrelaçamento temporal.

Em (3.29), tomando como auxílio a Fig. 3.4, tem-se:

- $B_{w,h}^{C_s^m}$ são os elementos da matriz IOWEM do código com concatenação serial, de ordem (mk+1) x (mn+1). Seus valores correspondem ao número de palavras-código de peso mh, associadas às palavras de informação de peso mw, sendo mh o pesos das palavras-código do novo código interno $\boldsymbol{C}_i$, de taxa N/mn, associadas às palavras de informação de peso l, onde l é o peso das palavras-código do novo código externo $\boldsymbol{C}_e$, de taxa mk/n, associadas às palavras de informação de peso mk e onde k é o comprimento das palavras de informação do código básico externo e n é o comprimento das palavras-código do código básico interno;
- $B_{w,l}^{C_e^m}$ e $B_{l,h}^{C_i^m}$ são os elementos das matrizes IOWEMs da m-ésima potência das funções IOWEFs dos códigos externo e interno, respectivamente. Tais matrizes possuem ordem (mk+1) x (N+1) e (N+1) x (mn+1), respectivamente para os códigos externo e interno;
- $N = mq$ é o comprimento do bloco de entrelaçamento temporal, múltiplo inteiro do comprimento de uma palavra-código do código externo de taxa $mk/mq = k/q$.

O algoritmo que permite obter a matriz dos coeficientes da m-ésima potência das funções IOWEFs dos códigos componentes para concatenação paralela ou serial é:

Algoritmo 3.2.

1. dada a matriz IOWEM de ordem (k+1) x (n+1), obtida a partir da IOWEF do código componente (n,k) em questão ou a partir de cálculo computacional, adicionar à sua direita uma matriz com n(m–1) colunas todas nulas, gerando a matriz IOWEM$_e$, onde o subscrito e significa *estendida*;
2. transformar essa nova matriz IOWEM$_e$ em um vetor IOWEV$_e$ que contenha todos os elementos de IOWEM$_e$: o primeiro elemento do vetor IOWEV$_e$ corresponde ao elemento na primeira linha e primeira coluna da IOWEM$_e$; o segundo elemento corresponde ao elemento na primeira linha e segunda coluna da IOWEM$_e$, e assim por diante; o último elemento do IOWEV$_e$ corresponde ao elemento da última linha e última coluna da IOWEM$_e$;

3. se $m = 1$ vá para o próximo passo. Se $m > 1$, para j variando de 0 a m-2 crie, de forma recursiva, o vetor $\text{IOWEV}_{e,(j)} \leftarrow \text{IOWEV}_e * \text{IOWEV}_{e,(j-1)}$, onde " $*$ " representa uma operação de convolução discreta;
4. transforme o vetor IOWEV_e em uma matriz de ordem $(km+1) \times (kn+1)$. Esta matriz é a matriz dos coeficientes da m-ésima potência da função IOWEF do novo código componente (mn, mk) em questão.

Para aumentar a velocidade dos cálculos computacionais envolvendo o Algoritmo 3.2, pode-se operar com a matriz dos coeficientes da IRWEF do código sob análise, desde que este código seja sistemático. Nesse caso, o novo valor de n será $n \leftarrow (n - k)$ e ao final do passo 4 deve-se converter a matriz IRWEM obtida na matriz IOWEM. Este último procedimento não se faz necessário se os cálculos que fizerem uso do resultado o puderem fazer com a matriz na forma de uma matriz IRWEM.

A convolução discreta do passo 3 do Algoritmo 3.2 leva, com se sabe, a um vetor que tem como número de elementos a soma, menos 1, do número de elementos dos vetores envolvidos. Seus elementos correspondem exatamente aos coeficientes do produto das funções representadas pelas IOWEMs ou pelos IOWEVs correspondentes. O preenchimento de cada linha da IOWEM, citado no passo 1 do Algoritmo 3.2, tem por objetivo fazer com que esses elementos sejam locados nas coordenadas adequadas da matriz IOWEM resultante, posto que o número de elementos dessa matriz difere do número de elementos resultado da operação de convolução discreta. Em suma, a simples operação que acaba de ser proposta leva ao mesmo resultado que elevar ao expoente m a função IOWEF dos códigos componentes e da nova função obter a IOWEM, eliminando, portanto, a necessidade de operações simbólicas.

A análise apresentada nesta subseção para concatenação serial de dois códigos componentes separados por um bloco de entrelaçamento temporal será utilizada mais adiante para a estimativa de desempenho do esquema bidimensional de codificação proposto nesta tese, este baseado na estrutura de concatenação presente na implementação de um código produto bidimensional.

3.2.3. Análise de limitantes para concatenação serial de três códigos de bloco em canal AWGN

Nesta subseção, tendo como referência os resultados de [Ben98a] e [Ben99], são apresentados os procedimentos para a análise de limitantes de probabilidade de erro de bit para a concatenação serial de três códigos componentes separados por dois blocos de entrelaçamento temporal. Tal análise será utilizada mais à frente quando da investigação do desempenho do esquema tridimensional de codificação de canal proposto neste trabalho.

A Fig. 3.5 ilustra a concatenação serial de três códigos de bloco. A seqüência de bits de informação com mk bits é codificada pelo codificador externo de taxa $k/q = mk/N_1$, de k em k bits, e a saída desse codificador, com $N_1 = mq$ bits alimenta um bloco de entrelaçamento temporal de comprimento N_1 bits. A saída do primeiro entrelaçador alimenta o codificador de canal intermediário de taxa $q/p = N_1/mp$ e a seqüência codificada por este codificador, de comprimento $N_2 = mp$, serve como entrada para um segundo bloco de entrelaçamento temporal de N_2 bits. A saída desse segundo bloco entrelaçador alimenta um codificador interno de taxa $p/n = N_2/mn$, sendo que a saída deste codificador corresponde ao código concatenado final, de taxa k/n.

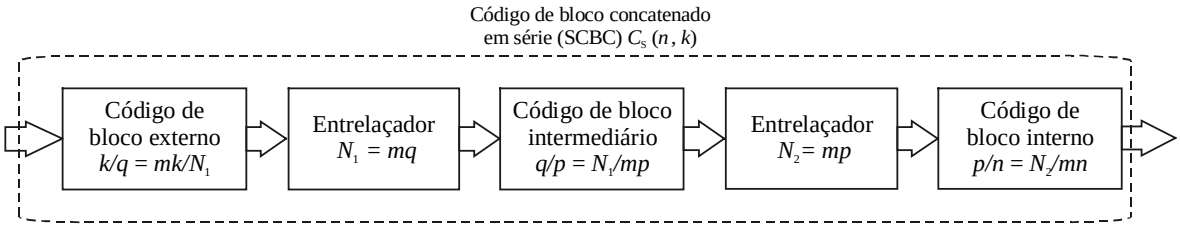

Fig. 3.5. Diagrama da concatenação serial de três códigos de bloco.

O limitante de probabilidade de erro de bit média para um esquema de codificação formado pela concatenação serial ilustrada através da Fig. 3.5, em canal AWGN, pode ser calculado através da expressão (3.15), reproduzida aqui por conveniência:

$$P_b \leq \sum_{w=1}^{k} \frac{w}{2k} \sum_{h=d_{\min}}^{n} B_{w,h} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{hR_c E_b}{N_0}}\right) \tag{3.30}$$

A distribuição de pesos do código concatenado pode ser determinada em termos médios usando a mesma idéia dos entrelaçadores temporais uniformes de Benedetto. Para esta concatenação dupla tem-se [Ben98a]

$$B_{w,h}^{C_s} = \sum_{l_1=0}^{N_1} \sum_{l_2=0}^{N_2} \frac{B_{w,l_1}^{C_1^m} B_{l_1,l_2}^{C_2^m} B_{l_2,h}^{C_3^m}}{\binom{N_1}{l_1}\binom{N_2}{l_2}} \tag{3.31}$$

onde, tomando como referência a Fig. 3.5, tem-se:

- $B_{w,h}^{C_s^m}$ são os elementos da matriz IOWEM do código com concatenação serial, de ordem $(mk+1)\text{x}[mn+1]$. Seus valores correspondem ao número de palavras-código de peso mh, associadas às palavras de informação de peso mw, sendo mh o peso das palavras-código do código interno C_3, de taxa N_2/mn, associadas às palavras de informação de peso l_2, onde l_2 é o peso das palavras-código do código intermediário C_2, de taxa N_1/mp, associadas às palavras-código de entrada do codificador intermediário de peso N_1, sendo N_1 o peso das palavras-código do codificador externo de taxa mk/N_1. k é o comprimento das palavras de informação do código básico externo e n é o comprimento das palavras-código do código básico interno;
- $B_{w,l_1}^{C_1^m}$, $B_{l_1,l_2}^{C_2^m}$ e $B_{l_2,h}^{C_3^m}$ são os elementos das matrizes IOWEMs da m-ésima potência das funções IOWEFs dos códigos externo, intermediário e interno, respectivamente. Tais matrizes possuem ordem $(mk+1)\text{x}(N_1+1)$, $(N_1+1)\text{x}(N_2+1)$ e $(N_2+1)\text{x}(mn+1)$, respectivamente para os códigos externo, intermediário e interno;
- $N_1 = mq$ e $N_2 = mp$ são os comprimentos dos blocos de entrelaçamento temporal. N_1 é múltiplo inteiro do comprimento de uma palavra-código do código externo de taxa $mk/mq = k/q$. N_2 é múltiplo inteiro do comprimento de uma palavra-código do código intermediário de taxa $mq/mp = q/p$.

Pelos motivos já citados anteriormente, a solução de (3.30), levando-se em conta (3.31), apresenta limitações para cálculos computacionais em termos de complexidade e tempo. Mais uma vez, a operação com as matrizes IOWEM dos códigos envolvidos e o uso do Algoritmo 3.2 permitem significativa redução de complexidade e tempo de cálculo. Mas ainda assim, em certos casos, o

valor de m pode ser suficientemente elevado a ponto de fazer com que a solução de (3.30) seja extremamente lenta devido ao elevado número de termos a somar nessa expressão, mesmo que a resolução de (3.31) seja simples e rápida. Como alternativa, pode-se reduzir cuidadosamente os limites máximos de cada somatório envolvido. Essa redução, contudo, não deve permitir que o limitante procurado seja significativamente alterado, principalmente em regiões de altos valores de relação sinal-ruído onde o limitante de união apresenta maior precisão. Para baixos valores dessa relação, tipicamente abaixo da taxa de corte do canal [Ben98a], o limitante de união já possui como característica uma divergência em seus valores e, portanto, imprecisão. O que a redução nos limites dos citados somatórios pode então permitir é uma alteração significativa apenas nessa região de baixos valores de relação sinal-ruído. E isso realmente ocorre quando tais limites são reduzidos. Essa constatação será verificada mais adiante quando forem apresentados os cálculos de limitantes para o esquema de codificação proposto nesta tese.

3.2.4. Extensão das análises de limitantes para canal com desvanecimento Rayleigh

Combinando resultados obtidos em [Hal96, Capítulo 3] com aqueles apresentados nas subseções anteriores, pode-se determinar o limitante superior de probabilidade de erro de palavra e de bit para um esquema de codificação em canal Rayleigh. Para tanto, considere que o canal Rayleigh seja plano e sem memória e que se esteja utilizando sinalização antipodal BPSK para a qual a energia média por símbolo recebido vale $\overline{E}_s = R_c \overline{E}_b = \mathrm{E}\{g^2\} R_c E_b$, com demodulação coerente e informação de estado de canal conhecida pelo receptor. Para este caso, o limitante superior de probabilidade de erro de palavra para um código linear de taxa R_c, condicionado ao *vetor estado de canal* **g**, pode ser determinado por

$$P_p(\mathbf{g}) \leq \frac{1}{2} \sum_{h=d_{\min}}^{n} A_h \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R_c \overline{E}_b}{N_0} \sum_{i=1}^{h} g_i^2} \right) \tag{3.32}$$

O valor médio da probabilidade de erro de palavra é então calculado realizando-se a média de (3.32) em relação à função densidade de probabilidade dos ganhos do canal. A integral n-upla que faz parte

desta média não possui solução analítica fechada e em [Hal96, p. 34] é apresentada uma solução numérica que leva ao limitante superior de erro de palavra:

$$P_p \leq \sum_{h=d_{\min}}^{n} A_h \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\operatorname{sen}^2 \varphi}{R_c E_b / N_0 + \operatorname{sen}^2 \varphi} \right]^h d\varphi \tag{3.33}$$

A partir de (3.33) e dos resultados já obtidos neste capítulo pode-se facilmente determinar o limitante de probabilidade de erro de bit em função dos coeficientes da Função de Distribuição de Pesos de Entrada-Saída definida por (3.9), ou seja

$$P_b \leq \sum_{h=d_{\min}}^{n} \sum_{w=1}^{k} \frac{w}{k\pi} B_{w,h} \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\operatorname{sen}^2 \varphi}{R_c E_b / N_0 + \operatorname{sen}^2 \varphi} \right]^h d\varphi \tag{3.34}$$

A expressão (3.34) será aplicada à análise do esquema de concatenação serial proposto neste capítulo, em canal com desvanecimento Rayleigh, como registrado mais adiante.

Se a informação de estado de canal *não* está disponível ao transmissor e ao receptor, o limitante de probabilidade de erro de bit pode ser determinado a partir do cálculo de probabilidade de erro par-a-par apresentado por Eric K. Hall e Stephen G. Wilson em [Hal98]. Este limitante vale

$$P_b \leq \sum_{h=d_{\min}}^{n} \sum_{w=1}^{k} \frac{w}{k} B_{w,h} \exp\left(h \frac{\square}{R_c E_b / N_0} \right) \left[\sqrt{1 + \left[\frac{2}{\square} \right]} - 1 \Big/ \sqrt{1 + \left[\frac{2}{\square} \right]} + 1 \right]^h \tag{3.35}$$

onde $\square = \sqrt{(R_c E_b / N_0)^2 - 1}$.

3.3. Probabilidade de erro de bit para códigos produto compostos por códigos de bloco com construção multinível

Nesta seção, os fundamentos apresentados até este ponto do capítulo são aplicados ao cálculo de limitantes superiores de probabilidade de erro de bit para uma família de códigos de bloco com construção multinível, concatenados em série segundo a estrutura geométrica de códigos produto. Atenção especial é dada à análise do desempenho desses códigos em comparação à análise de códigos similares, porém sistemáticos. É verificado que as expressões para a estimativa de limitantes

definidas em [Ben98a] e [Ben98b] são aplicáveis, com algumas adequações e extensões, aos casos de concatenação serial que seguem a estrutura dos códigos produto com componentes não-sistemáticos.

3.3.1. Construção multinível de códigos de bloco

Os códigos de bloco com construção multinível aqui considerados são baseados na regra de partição de conjuntos, a mesma regra utilizada para a construção de esquemas de modulação codificada, com uma regra adicional de rotulamento, também baseada na regra de partição de conjuntos, segundo a *Concatenação Generalizada de Códigos*, (GCC, do Inglês *Generalized Code Concatenation*) [Bos00]. O caso particular de concatenação generalizada utilizado nesta tese tem como objetivo fazer com que o código de bloco resultante possua uma treliça com estrutura repetitiva e paralelizada, tornando atrativa, por razões de facilidade de eventual implementação prática, a utilização do algoritmo de decodificação de máxima verossimilhança denominado Algoritmo de Wagner [Sil54]. Essa classe de códigos de bloco lineares também permite o aumento no comprimento das palavras-código, enquanto é mantida a distância mínima, a taxa e a estrutura básica da treliça que representa o código em questão. A formação do código $(n, k, d_{\min}) = (n, n/2, 4)$ obedece ao seguinte algoritmo:

Algoritmo 3.3.

1. considere a partição do conjunto das $[n/(n/2)]^2 = 4$ combinações de $n/(n/2) = 2$ bits, ilustrada pela Fig. 3.6;

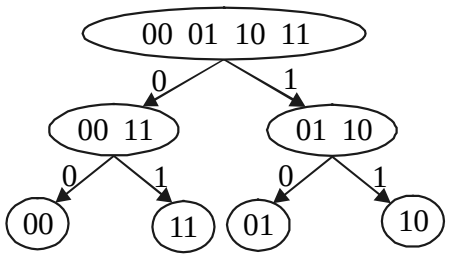

Fig. 3.6. Partição do conjunto {00, 01, 10, 11}.

2. dada uma palavra a ser codificada, de comprimento $k = n/2$, a partir de do código de repetição $\boldsymbol{C}_1 = (n/2, 1, n/2)$ e do código de paridade simples $\boldsymbol{C}_2 = (n/2, n/2\text{-}1, 2)$, construa o arranjo

$$\begin{bmatrix} (n/2,\ 1,\ n/2) \\ (n/2,\ n/2-1,\ 2 \end{bmatrix}$$

   onde o bit mais à esquerda da palavra de informação é utilizado como informação para o código de repetição e os demais são utilizados como informação para o código de paridade simples. Perceba que o bit mais relevante, aquele que seleciona o subconjunto da partição da Fig. 3.6, é protegido com um código de grande distância de Hamming, enquanto os demais são protegidos por um código com menor distância de Hamming;
3. substitua cada coluna do arranjo anterior conforme rótulos obtidos da Fig. 3.6, ou seja

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to 00,\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \to 11,\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \to 01 \text{ e } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \to 10$$

4. a palavra-código é a seqüência de $n = 2k$ bits obtidos após a substituição anterior.

O processo de codificação descrito pelo Algoritmo 3.3 pode ser simplificado a partir da definição de uma operação *booleana* envolvendo os bits codificados por $\boldsymbol{C}_1$ e $\boldsymbol{C}_2$:

$$\boldsymbol{C} = [01]\boldsymbol{C}_1 \oplus [11]\boldsymbol{C}_2 \tag{3.36}$$

onde $[01]c_{1i} = [01]$ se $c_{1i} = 1$ e $[00]$ se $c_{1i} = 0$ e $[11]c_{2i} = [11]$ se $c_{2i} = 1$ e $[00]$ se $c_{2i} = 0$. c_{1i} e c_{2i} são elementos das palavras-código de $\boldsymbol{C}_1$ e $\boldsymbol{C}_2$, respectivamente, $i = 0, 1, ..., n/2\text{-}1$.

Em [Bos00] tem-se a regra geral que permite a extensão do caso anteriormente apresentado para vários outros códigos. Segundo a regra de [Bos00], para a construção do código (8,4,4), um código base para a partição ilustrada pela Fig. 3.6, que é o código interno $\boldsymbol{C}_i = (2,2,1)$ – e que na verdade não codifica, apenas repassa para sua saída o que for apresentado como entrada – é concatenado a um código externo que codifica o bit mais significativo do rotulamento mostrado na Fig. 3.6 através de um código de repetição $\boldsymbol{C}_{e1} = (4,1,4)$ e que codifica os outros 3 bits através de um código de paridade simples $\boldsymbol{C}_{e2} = (4,3,2)$. Cada grupo de 2 bits, um do código $\boldsymbol{C}_{e1}$ e outro do código

$\boldsymbol{C}_{e2}$, seleciona uma das "palavras-código" do código $\boldsymbol{C}_i$, conforme rótulos da partição da Fig. 3.6. A distância mínima, segundo Teorema 9.2 de [Bos00], vale $d \geq \min(d_0 d_{e1}, d_1 d_{e2}) = (1 \text{x} 4, 2 \text{x} 2) = 4$, onde d_0 é a distância mínima de Hamming entre as palavras-código de $\boldsymbol{C}_i$ antes da primeira partição, d_1 é a distância mínima de Hamming entre as palavras-código de $\boldsymbol{C}_i$ após da primeira partição, d_{e1} é a distância mínima de Hamming entre as palavras-código de $\boldsymbol{C}_{e1}$ e d_{e2} é a distância mínima de Hamming entre as palavras-código de $\boldsymbol{C}_{e2}$. Percebe-se que, para qualquer comprimento das palavras-código geradas segundo o caso particular que acaba de ser apresentado, o código (n, n/2, $d_{\min}$) sempre terá $d_{\min} = 4$. O exemplo a seguir busca melhor esclarecer a construção descrita.

Exemplo 3.3.

Dada a palavra de informação [0 0 1 0], deseja-se gerar a palavra-código do código (n, k, $d_{\min}$) = (8,4,4) a partir da regra de construção multinível. O arranjo gerado pelas palavras-código de $\boldsymbol{C}_1$ e $\boldsymbol{C}_2$ terá a forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{0} & 0 & 0 & 0 \\ \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & 1 \end{bmatrix}$$

onde os bits sublinhados correspondem à palavra de informação que se deseja codificar. Através do mapeamento do passo 3 do Algoritmo 3.3 obtém-se a palavra código [0 0 1 1 0 0 1 1]. Através da operação (3.36) obtém-se também como palavra-código [0 0 0 0 0 0 0 0] ⊕ [0 0 1 1 0 0 1 1] = [0 0 1 1 0 0 1 1].

A matriz geradora desse código, de ordem k x n, pode ser facilmente construída. A primeira linha dessa matriz corresponde à palavra-código gerada pela informação [1 0 0 0]; a segunda linha corresponde à palavra-código gerada pela informação [0 1 0 0]; a terceira linha corresponde à palavra-código gerada pela informação [0 0 1 0] e a quarta linha corresponde à palavra-código gerada pela informação [0 0 0 1]. Utilizando o Algoritmo 3.3 ou a expressão (3.36) tem-se:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, trata-se de um código não-sistemático, cuja distribuição de pesos é mostrada na Fig. 3.7.

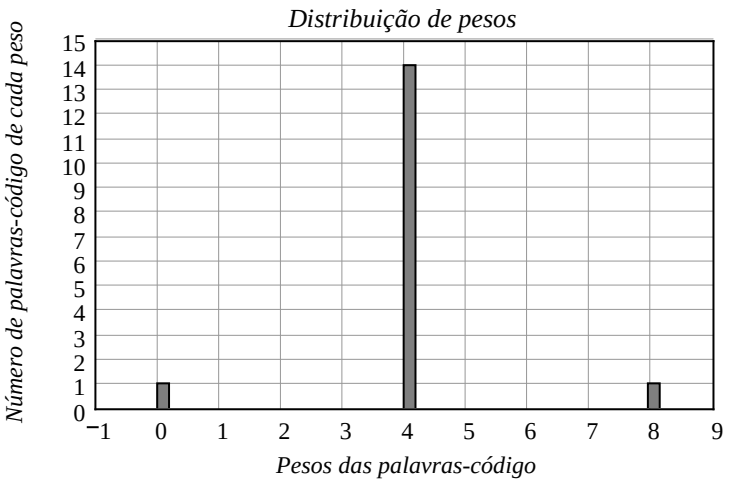

Fig. 3.7. Distribuição de pesos para o código (8,4,4) do Exemplo 3.3.

Pela distribuição de pesos comprova-se que $d_{\text{mim}} = 4$. O código obtido é equivalente aos códigos de Hamming Estendido (8,4,4) e de *Reed Muller* $\Re(1,3)$ [Hon97].

A treliça para o código (8,4,4) sob análise pode ser construída no formato mostrado na Fig. 3.8.

Como foi antecipado no início desta seção, e tomando como referência a Fig. 3.8, a estrutura paralelizada se refere à presença de treliças de códigos de paridade simples, em paralelo, e a estrutura repetitiva se refere à repetição da estrutura básica de cada sub-treliça, a cada seção dessa sub-treliça. Na Fig. 3.8, os rótulos *x*/*yy* ou *xx*/*yy* correspondem ao(s) bit(s) da palavra de informação *x* ou *xx* associado(s) aos bits codificados *yy*. Por exemplo, os bits de informação [0 1 1 0] produzem como palavra-código [1 1 1 1 0 0 0 0]. Cada *dibit yy* e seu

complemento $\overline{yy}$, ambos associados aos ramos da treliça, se interpretados como símbolos, permitem concluir que, para esses símbolos, cada sub-treliça é uma treliça de um código de paridade simples. Este fato permite que códigos construídos segundo a regra apresentada nesta seção sejam candidatos à utilização do Algoritmo de Wagner [Sil54] no processo de decodificação. Este algoritmo, para códigos de paridade simples, além de apresentar grande simplicidade de implementação, tem desempenho igual à decodificação de máxima verossimilhança. Este aspecto será melhor investigado no Capítulo 4.

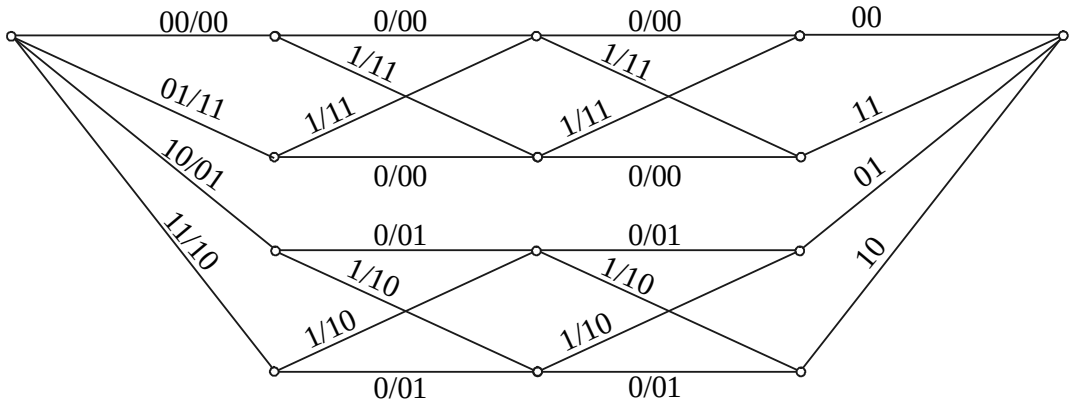

Fig. 3.8. Treliça para o código (8,4,4) do Exemplo 3.3.

Se os códigos da classe em questão forem utilizados de forma isolada, tem-se um decréscimo no desempenho com o aumento do comprimento das palavras-código, devido ao fato da distância mínima e da taxa serem mantidas. Isto ocorre porque, dada uma relação E_b/N_0, a probabilidade de se ter mais erros em uma palavra de comprimento maior é também maior, podendo exceder, com maior probabilidade, a capacidade de correção de erros do código. Mas essa constatação não invalida a utilização desses códigos de comprimento variável em esquemas de concatenação serial, como abordado mais adiante neste capítulo. No Capítulo 4 é sugerido um algoritmo de decodificação turbo para o esquema aqui considerado que valida ainda mais a utilização deste esquema.

3.3.2. Concatenação serial de códigos de bloco com construção multinível através da estrutura de códigos produto

Os códigos produto [Eli54] podem ser considerados como pertencentes à família de códigos de arranjo [Hon97] que podem ser decodificados iterativamente. Além de grande simplicidade de implementação, apresentam ampla flexibilidade em termos de adequação da taxa e do comprimento do bloco.

Um código produto de dimensão D pode ser definido a partir do comprimento do bloco de informação em cada dimensão $\{k_1, k_2, ... k_i , ...k_D\}$, $i = 1, ..., D$. Podem ser utilizados códigos componentes sistemáticos ou não-sistemáticos (n_i, k_i, $d_{\min i}$). O código produto resultante possui blocos de comprimento

$$n = \prod_{i=1}^{D} n_i \tag{3.37}$$

Se $R_{ci} = k_i/n_i$ é a taxa do código componente na dimensão i, a taxa do código produto será

$$R_c = \prod_{i=1}^{D} R_{ci} \tag{3.38}$$

e a distância mínima será

$$d_{\min} = \prod_{i=1}^{D} d_{\min_i} \tag{3.39}$$

O código produto possui, além dos bits de paridade gerados pelo processo de codificação em cada dimensão, os bits de paridade gerados a partir da paridade das paridades (*check on checks*). Pode-se interpretar essa implementação como sendo a concatenação serial dos códigos componentes, separados por entrelaçadores temporais. Certos autores ainda definem uma outra categoria de códigos produto: o código produto incompleto. Um código produto incompleto não possui a paridade das paridades e, apesar de ter implementação mais simples, possui desempenho inferior, assintoticamente. Isto se deve ao fato principal da distância mínima do código incompleto ser menor

que a do código completo [Ran01]. Pode-se interpretar essa implementação como sendo a concatenação paralela dos códigos componentes, estes separados por entrelaçadores temporais.

A concatenação serial de códigos componentes de bloco segundo a estrutura *D*-dimensional de um código produto completo permite que códigos não-sistemáticos sejam também utilizados, apesar dessa alternativa não ter sido identificada pelo autor na literatura especializada. Tanto a taxa final do código quanto a distância mínima e também o comprimento do bloco serão iguais àqueles obtidos com códigos componentes na forma sistemática. As maiores vantagens de se utilizar códigos sistemáticos como componentes se referem à possibilidade de codificação em paralelo, a menos da geração da paridade das paridades que deve aguardar que todas as paridades sejam geradas, e certa facilidade no processo de decodificação, no mapeamento reverso das palavras-código nos respectivos bits de informação. Alguns algoritmos de decodificação iterativa somente se aplicam a esta concatenação quando os códigos componentes são sistemáticos. Porém existem outros algoritmos que não pressupõem a utilização de códigos sistemáticos.

A concatenação paralela de códigos componentes de bloco segundo a estrutura *D*-dimensional de um código produto incompleto é de implementação mais simples, mas traz consigo considerável redução de desempenho e redução na taxa do código concatenado quando não são utilizados códigos sistemáticos.

A Fig. 3.9 mostra a estrutura de um código produto bidimensional (2D) incluindo-se a paridade das paridades (código completo; concatenação serial dos códigos componentes).

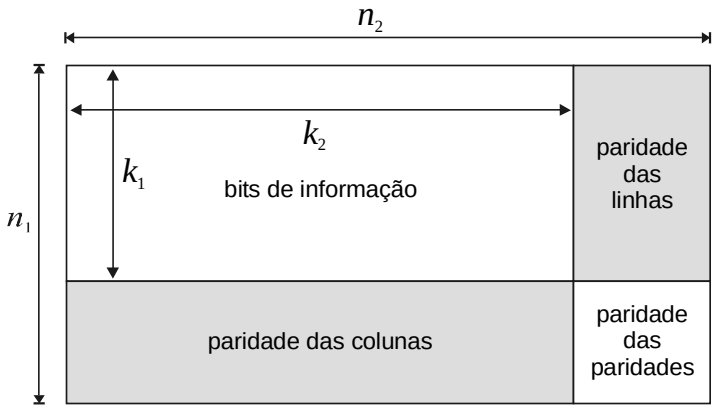

Fig. 3.9. Estrutura do código produto bidimensional completo.

Embora não se tenham subsídios para uma generalização, cogita-se que a concatenação paralela seja melhor naquelas situações onde se deseja a operação do sistema codificado a baixos valores de E_b/N_0, porém podendo suportar altos valores de taxa de erro de bit (BER, do Inglês *Bit Error Rate*), acima do patamar ou "joelho" da curva BER *versus* E_b/N_0. Esse joelho corresponde à um comportamento de saturação na taxa de erro de bit, fazendo com que esta seja reduzida apenas de forma bastante suave, mesmo com significativos aumentos na relação E_b/N_0. Este fenômeno ocorre devido, principalmente, à presença de um número significativo de palavras-código de baixo peso, pois em valores mais altos de E_b/N_0, a taxa de erro de bit passa a ser governada predominantemente por estas palavras de baixo peso. É aparente que na concatenação serial tem-se maiores valores de E_b/N_0 a altos valores de taxa de erro de bit, mas o decréscimo da BER com o aumento de E_b/N_0 é consideravelmente mais abrupto, possibilitando transmissões praticamente "livres de erro" a valores de E_b/N_0 acima de um determinado limiar. Em [Ben98b, p. 925] e [Ben99, p. 623] tem-se exemplos deste comportamento para códigos convolucionais concatenados. Uma comparação entre resultados apresentados no Capítulo 3, em [Ran01] e [Gui02] permitem a identificação de exemplos similares para códigos de bloco concatenados. A Fig. 3.10 ilustra o comportamento descrito neste parágrafo.

A Fig. 3.11 ilustra a seqüência de codificação de um código produto tridimensional com componentes (8,4), sistemáticos ou não-sistemáticos. Caso sejam utilizados códigos componentes sistemáticos, o processo de codificação se torna ligeiramente mais simples, pois podem-se gerar em paralelo todas as paridades em todas as dimensões e só então, a partir destas, gerar a paridade das paridades em todas as dimensões.

Uma análise cuidadosa da Fig. 3.11 permite afirmar que a cada dimensão do código em questão existe uma regra específica de entrelaçamento temporal que caracteriza a forma particular de concatenação serial presente na estrutura de um código produto. No caso de códigos componentes idênticos, caso considerado neste texto, o número de bits após cada etapa de codificação pode ser calculado por:

$$N_d = n^{d+1} k^{D-d-1} \tag{3.40}$$

onde n é o comprimento da palavra-código do código componente, k é o comprimento da palavra de informação, D é o número de dimensões do código produto (número de códigos concatenados) e d =

0, 1, ... $D - 1$ é o índice de cada dimensão. A expressão (3.40) pode ser obtida através de uma generalização da construção geométrica apresentada como exemplo na Fig. 3.11.

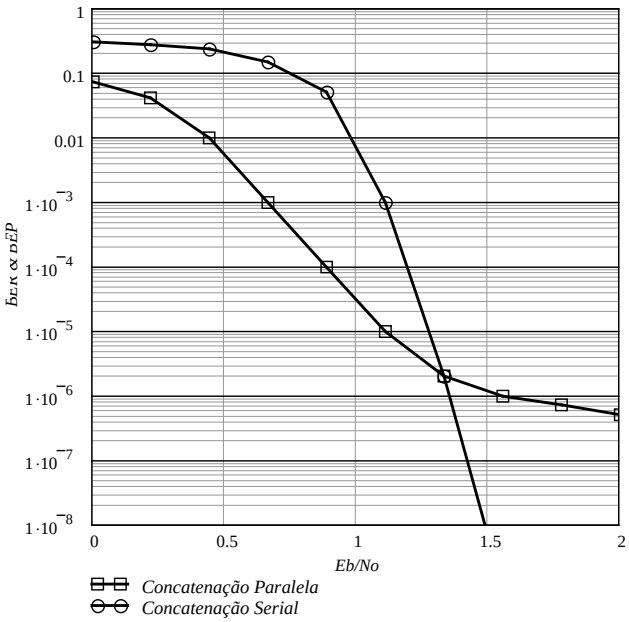

Fig. 3.10. Comportamento típico do desempenho de códigos concatenados em série ou em paralelo.

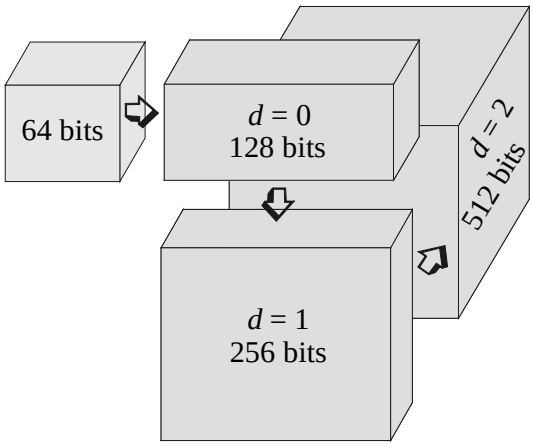

Fig. 3.11. Estrutura do código produto 3D, para códigos componentes (8,4).

Pode-se facilmente verificar que a regra de entrelaçamento temporal prevista na estrutura do código produto pode ser implementada com simples blocos do tipo linha-coluna. O vetor contendo os bits a

serem entrelaçados alimenta o bloco de entrelaçamento temporal pelas linhas e o vetor entrelaçado é lido pelas colunas, alimentando o codificador seguinte k a k bits. O número de linhas e de colunas do bloco de entrelaçamento temporal entre as dimensões d e $d + 1$ é dado por

$$(N_{linhas} \times N_{colunas})_{d,d+1} = (n^d k^{D-d-1} \times n) \tag{3.41}$$

A Fig. 3.12 ilustra a operação de entrelaçamento temporal para o código produto 3D formado a partir de códigos componentes sistemáticos de paridade simples (3,2). Nos três blocos frontais mostrados, pressupondo uma abstração tridimensional da figura, os números mais escuros representam os índices dos bits nas partes externas frontais dos correspondentes arranjos e os bits mais claros são os bits da parte de trás. O maior dos blocos mostra, por facilidade de visualização e melhor apresentação, apenas os índices dos bits da parte externa direita.

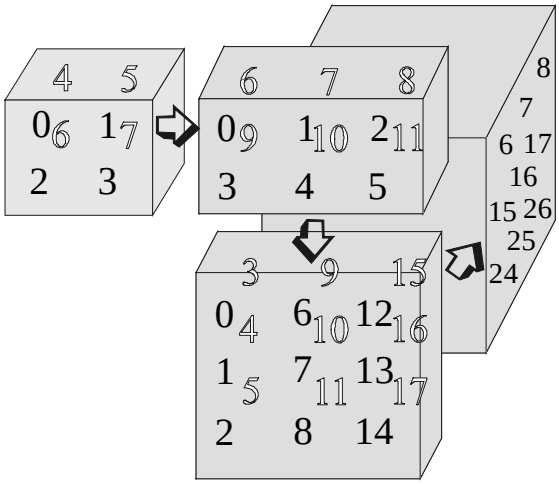

Fig. 3.12. Estrutura do código produto 3D, para códigos componentes (3,2).

Para códigos componentes sistemáticos, o cubo contendo os k^3 bits de informação, após a formação do código produto 3D, ficaria localizado na parte da frente, superior e esquerda do arranjo de n^3 bits, com os bits na mesma disposição daqueles do arranjo inicial de k^3 bits. Esta afirmação está ilustrada na Fig. 3.13.

Tomando como referência o exemplo ilustrado pela Fig. 3.12, as etapas de formação do arranjo 3D são apresentadas no Algoritmo 3.4:

Algoritmo 3.4.

1. forme o vetor de entrada composto de $k^D = 2^3 = 8$ bits de informação;
2. na dimensão $d = 0$, codifique k a $k = 2$ a 2, os 8 bits de entrada, gerando um vetor com $N_d = n^{d+1}k^{D-d-1} = 3^{0+1}2^{3-0-1} = 12$ bits;
3. faça o entrelaçamento temporal nesse vetor de 12 bits, entre as dimensões 0 e 1, alimentando, pelas linhas, um arranjo do tipo linha-coluna com $(N_{linhas} \times N_{colunas})_{d,d+1} = (n^d k^{D-d-1} \times n) = (3^0 2^{3-0-1} \times 3) = (4 \times 3)$ bits; a leitura dos bits entrelaçados é feita pelas colunas desse arranjo;
4. na dimensão $d = 1$, codifique, 2 a 2, os 12 bits anteriormente entrelaçados, gerando um vetor com $N_d = n^{d+1}k^{D-d-1} = 3^{1+1}2^{3-1-1} = 18$ bits. Um simples exercício pode permitir que seja verificada a adequada codificação na dimensão 1. Por exemplo: os bits 0, 1 e 2 no bloco de 18 bits são formados pela codificação dos bits 0 e 3 do arranjo de 12 bits; os bits 9, 10 e 11 no bloco de 18 bits são formados pela codificação dos bits 7 e 10 do arranjo de 12 bits, e assim por diante;
5. faça o entrelaçamento temporal no vetor de 18 bits, entre as dimensões 1 e 2, alimentando, pelas linhas, um arranjo do tipo linha-coluna com $(N_{linhas} \times N_{colunas})_{d,d+1} = (n^d k^{D-d-1} \times n) = (3^1 2^{3-1-1} \times 3) = (6 \times 3)$ bits; a leitura dos bits entrelaçados é feita pelas colunas desse arranjo;
6. na dimensão $d = 2$, finalmente codifique, 2 a 2, os 18 bits anteriormente entrelaçados, gerando um vetor com $N_d = n^{d+1}k^{D-d-1} = 3^{2+1}2^{3-2-1} = 27$ bits. Mais um simples exercício pode permitir que seja verificada a adequada codificação na dimensão 2. Por exemplo: os bits 6, 7 e 8 no bloco de 27 bits são formados pela codificação dos bits 12 e 15 do arranjo de 18 bits; os bits 15, 16 e 17 no bloco de 27 bits são formados pela codificação dos bits 13 e 16 do arranjo de 18 bits, e assim por diante.

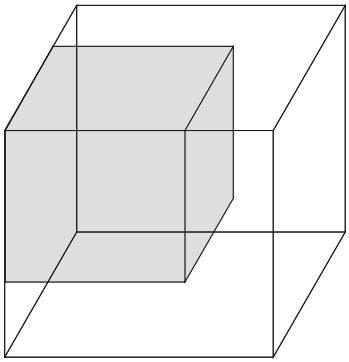

Fig. 3.13. Disposição dos bits de informação (bloco com preenchimento sólido) na estrutura do código produto 3D, para códigos componentes sistemáticos.

Uma interessante e importante propriedade dos códigos produto, garantida pela regra de entrelaçamento temporal entre cada código concatenado, corresponde ao fato de que *todas as palavras em um determinado sentido da estrutura de dimensão D correspondem a palavras-código dos códigos componentes*. Por exemplo, na estrutura 3D mostrada na Fig. 3.12, o bloco de $n^D = 512$ bits é formado por $n^{D-1} = 64$ palavras-código de $n = 8$ bits dispostas no sentido de suas três faces, totalizando $Dn^{D-1} = 192$ palavras-código. Para o caso 2D, a verificação dessa propriedade é imediata:

seja $\boldsymbol{M}$ uma matriz de ordem (k x k), correspondente aos bits de entrada do codificador e seja $\boldsymbol{G}$ a matriz (k x n), geradora de um código de bloco linear (n, k). É simples observar que a matriz-código $\boldsymbol{C}$ resultante, de ordem (n x n), pode ser formada a partir de[1]

$$\boldsymbol{C} = [(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{G})^T \times \boldsymbol{G}]^T \tag{3.42}$$

Mas, sabendo que $(\boldsymbol{A} \text{ x } \boldsymbol{B})^T = \boldsymbol{B}^T \text{ x } \boldsymbol{A}^T$, tem-se

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{G}^T \times \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{G} \tag{3.43}$$

Ou seja, a matriz-código é uma matriz cujas linhas são formadas por uma combinação linear de linhas da matriz $\boldsymbol{M}$ x $\boldsymbol{G}$, e esta, por sua vez, é formada por uma combinação linear de

[1] As multiplicações de matrizes em (3.42) e (3.43) são operações em *módulo 2*.

linhas da matriz $\boldsymbol{G}$. Portanto, as linhas de $\boldsymbol{C}$ sempre correspondem a palavras-código. E como a operação de transposição é uma operação linear, as colunas de $\boldsymbol{C}$ também são palavras-código, conforme se desejava mostrar.

Para $D > 2$ a prova analítica não é imediata, mas pode-se efetuar uma extensão da análise do exemplo inserido no Algoritmo 3.4 para o código 3D com componentes (3,2). Se os bits codificados forem dispostos em um arranjo com $D = 3$ linhas e $n^D = 27$ colunas (de acordo com o Algoritmo 3.5 apresentado mais adiante) teremos o arranjo mostrado na Fig. 3.14.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 \\ 0 & 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 & 25 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 & 23 & 26 \\ 0 & 9 & 18 & 1 & 10 & 19 & 2 & 11 & 20 & 3 & 12 & 21 & 4 & 13 & 22 & 5 & 14 & 23 & 6 & 15 & 24 & 7 & 16 & 25 & 8 & 17 & 26 \end{pmatrix}$$

Fig. 3.14. Arranjo de bits codificados utilizado no processo de decodificação de um código produto 3D com componentes (n, k) = (3,2).

Observando que as camadas verticais dos três blocos mais à direita da Fig. 3.12 se relacionam como aquelas presentes na formação de um código 2D, conclui-se que as palavras dispostas no sentido da profundidade e da altura do bloco de 27 bits da Fig. 3.12 são palavras-código. Observando o arranjo da Fig. 3.14 percebe-se que, em cada linha, todos os conjuntos de $n = 3$ bits são formados por n bits igualmente espaçados da linha imediatamente acima. Portanto, como foi provado analiticamente, se as duas linhas correspondentes à 1ª e à 2ª dimensões são formadas por palavras-código quando particionadas de n em n bits, as demais linhas também formarão palavras-código se particionadas da mesma maneira, pois o agrupamento dos bits codificados em qualquer dimensão depende do agrupamento na dimensão anterior, segundo uma mesma regra. Desta forma pode-se extrapolar o resultado desse exemplo e novamente afirmar que *todas as palavras em um determinado sentido da estrutura de dimensão D de um código produto são palavras-código dos códigos componentes*, conforme se pretendia verificar.

A propriedade supra citada, que se mostrará útil quando levada em conta no processo de decodificação iterativa apresentado no Capítulo 4, foi também comprovada para valores de D quaisquer, através de verificação computacional.

A regra geral de formação do arranjo a ser utilizado na decodificação de códigos produto para D, k e n qualquer, arranjo este correspondente àquele mostrado na Fig. 3.14, é descrita através

do Algoritmo 3.5, para os bits codificados, levando-se em conta que os códigos componentes em todas as dimensões possuem os mesmos valores de n e k. Esta última consideração, apesar de aparentemente restringir as possibilidades de escolha da taxa do código e de seu comprimento, é justificada admitindo-se que é consideravelmente mais simples implementar códigos componentes idênticos. Ainda assim tem-se grande flexibilidade na adequação de taxa e de comprimento do código, o que, caso necessário, pode sofrer ajustes adicionais através de adequadas técnicas de puncionamento.

Algoritmo 3.5.

1. crie um vetor $\boldsymbol{v}$ com n^D elementos tal que $v_i = i$, $i = 0, 1, ..., n^D-1$;
2. faça d variar de 0 a D-1;
3. para cada valor de d, faça j variar de 0 a n^D-2;
4. calcule os elementos matriz $\boldsymbol{A}$ de ordem $D \times n^D$ através de $A_{d,j} = v_{(n^d j)\bmod(n^D-1)}$;
5. os elementos restantes valem $A_{d,n^D-1} = n^D - 1$;
6. a matriz $\boldsymbol{A}$ corresponde ao arranjo procurado.

3.3.3. Comentários sobre critérios de construção de esquemas de codificação para canais com desvanecimento Rayleigh

Torna-se necessário agora responder a uma importante questão: um esquema de codificação de canal otimizado para o canal AWGN puro também seria ótimo para o canal com desvanecimento Rayleigh e ruído AWGN? A resposta a esta pergunta pode ser dada à luz da interpretação de alguns resultados apresentados em [Big98], [Big99] e [Ben99]. Admita que o canal Rayleigh seja plano e sem memória (entrelaçamento temporal perfeito). Admita ainda que se esteja utilizando sinalização antipodal BPSK para a qual a energia média por símbolo transmitido vale E_s, com demodulação coerente e informação de estado de canal conhecida pelo receptor. Para este caso, o limitante superior de probabilidade de erro de palavra para um código linear de taxa R_c pode ser determinado através do limitante de Chernoff [Big98, p. 2664], [Big99, p. 261], [Ben99, p. 718]

$$P_p \leq \sum_{h=d_{\min}}^{n} A_h \left(\frac{1}{1 + R_c \overline{E}_b / N_0} \right)^h \tag{3.44}$$

onde A_h é o número de palavras-código de peso h, $d_{\min}$ é a distância de Hamming mínima do código, n é o comprimento das palavras-código, N_0 é a densidade espectral de potência de ruído e $R_c \overline{E}_b = \overline{E}_s = \mathrm{E}\{g^2\} E_s$ é a energia média por símbolo levando-se em conta as estatísticas do desvanecimento.

Para valores de relação sinal-ruído suficientemente altos, o termo elevado ao expoente h em (3.44) será muito menor que 1, fazendo com que a probabilidade de erro de palavra seja governada pelo valor mínimo de h, ou seja, por $d_{\min}$. Recordando que, por exemplo, o uso de diversidade com combinação de máxima razão, MRC [Jak94], faz com que a probabilidade de erro decresça inversamente com a L-ésima potência da relação sinal-ruído, sendo L a ordem da diversidade [Ben99, p. 716], pode-se então interpretar o comportamento descrito pela expressão (3.44) como uma diversidade do código (*code diversity*), cuja ordem estaria associada à distância mínima desse código [Pro95, p. 808, seção 14-6-1]. Em função desta interpretação, a forma mais simples de diversidade de ordem L pode ser considerada como equivalente a um esquema de codificação por repetição com $d_{\min} = L$.

Pelo exposto conjectura-se que o melhor critério de construção de um esquema de codificação para um canal Rayleigh corresponde àquele que maximiza a distância mínima do código (maximiza a diversidade do código) e não a distância Euclidiana entre as palavras-código, critério adotado para o canal AWGN. Duas importantes observações devem, entretanto, ser consideradas:

- sabe-se que o uso de diversidade tem como efeito a redução da variabilidade do sinal recebido, após a combinação dos L sinais. Esta redução pode ser interpretada como uma transformação progressiva em L de um canal Rayleigh em um canal AWGN [Tar99], efeito conhecido como "gaussianização". Sendo assim, um esquema de codificação otimizado para o canal AWGN será aproximadamente ótimo para o canal Rayleigh com o uso de diversidade;
- em esquemas de codificação separados da modulação (que não utilizam modulação codificada), a distância Euclidiana entre as possíveis seqüências de bits transmitidos é diretamente proporcional à distância de Hamming entre estas seqüências. Nesse caso, um esquema de

codificação otimizado para o canal AWGN será também ótimo para o canal Rayleigh [Ben99, p. 720].

Portanto, o esquema de concatenação serial de códigos de bloco baseada na estrutura geométrica de códigos produto proposto nesta tese, tendo sido otimizado para operação no canal AWGN e apresentando como distância mínima o produto entre as distâncias mínimas dos códigos componentes, também deverá operar adequadamente no canal com desvanecimento Rayleigh. Esta suposição pode ser confirmada através da observação dos resultados de simulação apresentados no capítulo seguinte.

3.3.4. Resultados de cálculo de limitantes de probabilidade de erro de bit

Nesta subseção são apresentados e discutidos os resultados de cálculo de limitantes superiores de probabilidade de erro de bit em canal AWGN e Rayleigh plano, obtidos com o uso das expressões (3.30) e (3.34), respectivamente. No caso da analise em canal Rayleigh, o limitante em questão considera o uso da informação de estado de canal apenas pelo receptor, para todas as situações investigadas. Os códigos analisados são códigos com concatenação serial através da estrutura de códigos produto bidimensionais e tridimensionais, estes formados por códigos componentes construídos segundo a regra de concatenação generalizada.

Limitantes em canal AWGN

A Fig. 3.15 apresenta o resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit para o esquema de concatenação serial, SCBC (do Inglês, *Serial Concatenated Block Code*), segundo a estrutura de um código produto bidimensional, em canal AWGN. Os códigos componentes em cada dimensão são códigos $(n, k, d_{\min}) = (8,4,4)$ construídos segundo a regra de concatenação generalizada abordada na subseção 3.3.1 e o código resultante é o código produto (64,16,16), de taxa 1/4. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (8,4,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.15.

Percebe-se que, para o esquema concatenado e em certos valores de E_b/N_0, pode-se obter um ganho potencial de pouco mais de 1 dB em relação ao desempenho do código isolado.

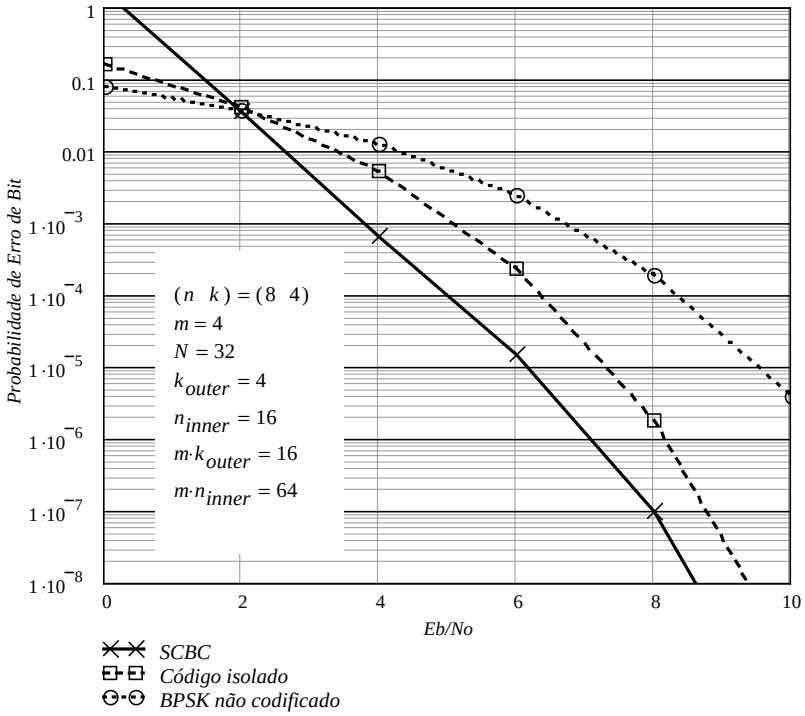

Fig. 3.15. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (64,16,16) com componentes (8,4,4), em canal AWGN.

A Fig. 3.16 apresenta o resultado de cálculo para o esquema SCBC bidimensional com componentes (12,6,4). O código resultante é o código produto (144,36,16), também de taxa 1/4. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (12,6,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.16. Percebe-se nessa figura que, para o esquema concatenado e em certos valores de E_b/N_0, pode-se obter um ganho potencial de cerca de 2 dB em relação ao desempenho do código isolado. Em comparação com a Fig. 3.15, percebe-se uma melhoria do esquema com componentes (12,6,4) em relação à situação com componentes (8,4,4). Percebe-se ainda que o aumento do comprimento do código isolado de (8,4,4) para (12,6,4) não trouxe ganho de desempenho considerável, pois, como já mencionado em parágrafos anteriores, se os códigos da classe em questão forem utilizados de forma isolada, devido ao fato da distância mínima e da taxa serem mantidas, pode-se ter inclusive um decréscimo no desempenho com o aumento do comprimento das palavras-código. Isto pode ocorrer porque, dada

uma relação E_b/N_0, a probabilidade de se ter mais erros em uma palavra de comprimento maior é também maior, podendo exceder, com maior probabilidade, a capacidade de correção de erros do código. Um aumento ainda maior do comprimento do código pode melhor ilustrar este fato, conforme pode ser verificado através da Fig. 3.17, onde o desempenho do código (16,8,4) isoladamente se mostra praticamente idêntico àquele apresentado pelo código (8,4,4) também isoladamente.

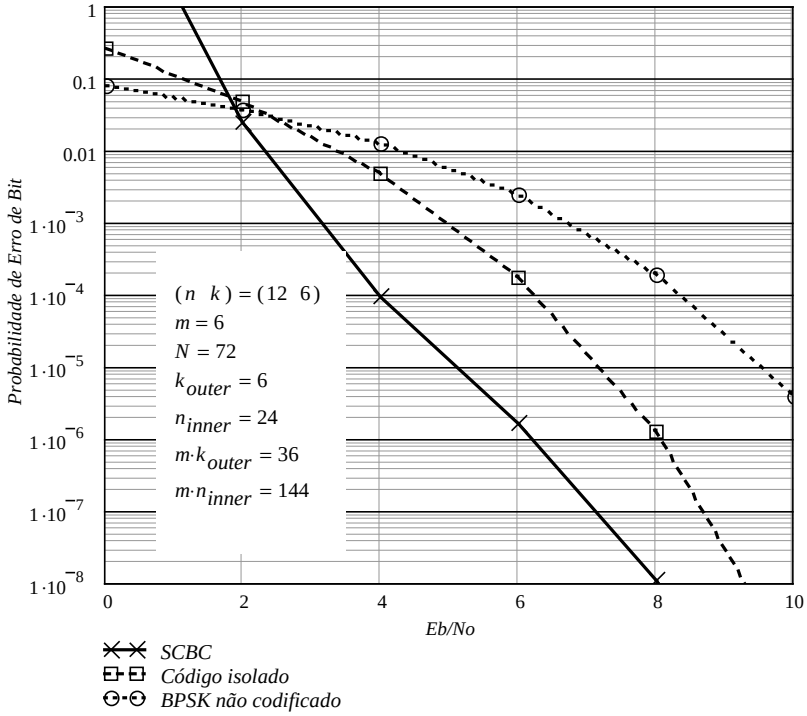

Fig. 3.16. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (144,36,16) com componentes (12,6,4), em canal AWGN.

A Fig. 3.17 apresenta o resultado de cálculo para o esquema SCBC bidimensional de taxa 1/4 com componentes (16,8,4). O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (16,8,4) isoladamente são também registrados como referência. Percebe-se nessa figura que, para o código produto (256,64,16) resultante e em certos valores de E_b/N_0, pode-se obter um ganho potencial de pouco mais de cerca de 2 dB em relação ao desempenho do código isolado. Em comparação com a Fig. 3.16 percebe-se pequena melhoria do esquema com componentes (16,8,4) em relação à situação com componentes (12,6,4), o que sugere que o comprimento mais adequado para os códigos componentes no esquema 2D, para a família de

códigos aqui investigada, é n = 12. Dado o pequeno comprimento do código (144,36,16) resultante nessa situação, em comparação com códigos turbo convencionais [Ber93], tem-se potencial para consideráveis ganhos de codificação com o esquema proposto. Entretanto, como o limitante aqui utilizado se refere ao uso de decodificação de máxima verossimilhança, é tarefa do processo de decodificação procurar a máxima aproximação do desempenho real ao limitante em questão. O Capítulo 4 apresenta a proposta de um algoritmo de decodificação iterativa (turbo) capaz de permitir grande aproximação entre o desempenho obtido e o limitante, para valores suficientemente elevados de E_b/N_0.

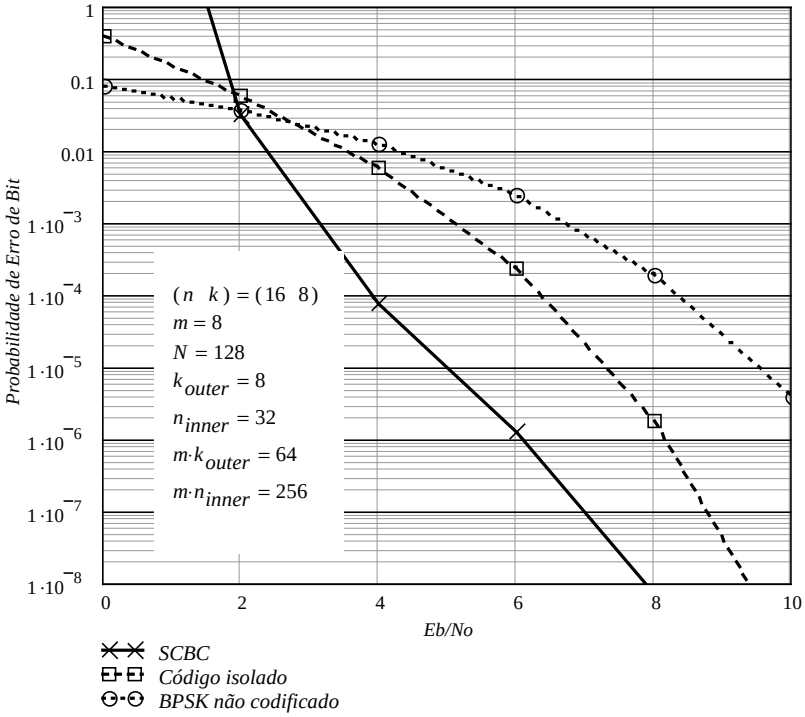

Fig. 3.17. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (256,64,16) com componentes (16,8,4), em canal AWGN.

A profundidade e a regra específica de entrelaçamento temporal tem grande influência no desempenho de esquemas de concatenação serial de códigos de bloco [Ben99]. Usando os códigos componentes e a estrutura aqui investigada, pode-se melhorar ainda mais o desempenho do esquema de codificação de canal aumentando-se a dimensão do código produto. Isto faz com que os blocos de entrelaçamento temporal sejam aumentados, conforme inerentemente prevê a estrutura dos códigos produto. Esta alternativa foi investigada para códigos componentes (8,4,4) e (12,6,4) em estruturas

3D. O esquema com componentes (16,8,4) não foi investigado por limitações computacionais para o cálculo do limitante e devido ao fato de levar a um comprimento de bloco de mensagem significativamente mais elevado que aqueles tipicamente utilizados em sistemas de comunicação móvel, para transmissão de voz por exemplo, estes na casa dos 150 a 250 bits, em 20ms [Tia99].

A Fig. 3.18 apresenta um resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit para o esquema de concatenação serial segundo a estrutura de um código produto 3D, em canal AWGN, com códigos componentes (8,4,4) em cada dimensão, construídos segundo a regra de concatenação generalizada abordada na subseção 3.3.1. O código resultante é um código produto (512,64,64), de taxa 1/8. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (8,4,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.18.

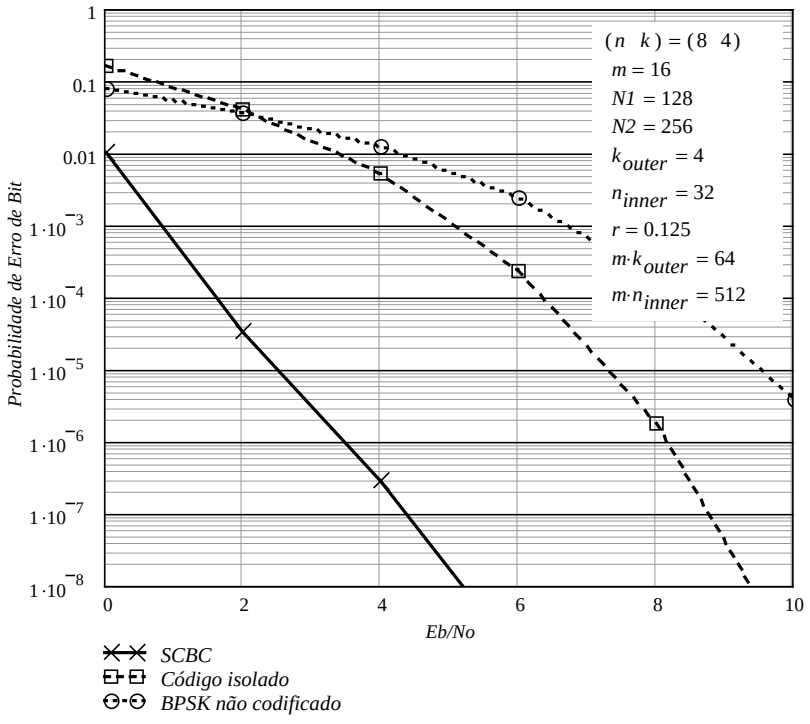

Fig. 3.18. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 3D (512,64,64) com componentes (8,4,4), em canal AWGN.

Percebe-se na Fig. 3.18 que, para o esquema concatenado e em certos valores de E_b/N_0, pode-se obter um ganho potencial de cerca de 5 dB em relação ao desempenho do código isolado. Taxas de erro de bit de 10^{-5} podem ser atingidas a valores de E_b/N_0 tão baixos quanto cerca de 2,5 dB e indicam que o esquema proposto é bastante atrativo. O código (512,64,64) resultante ainda pode ser

considerado como um código curto e, embora possua pequena taxa, demonstra ser forte candidato a aplicações em sistemas com espalhamento espectral, genericamente, e no sistema MC-DS-CDMA, especificamente. Esta última aplicação é discutida no Capítulo 5.

Finalmente, a Fig. 3.19 fornece o resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código produto 3D (1728,216,64) formado pela concatenação serial de componentes (12,6,4).

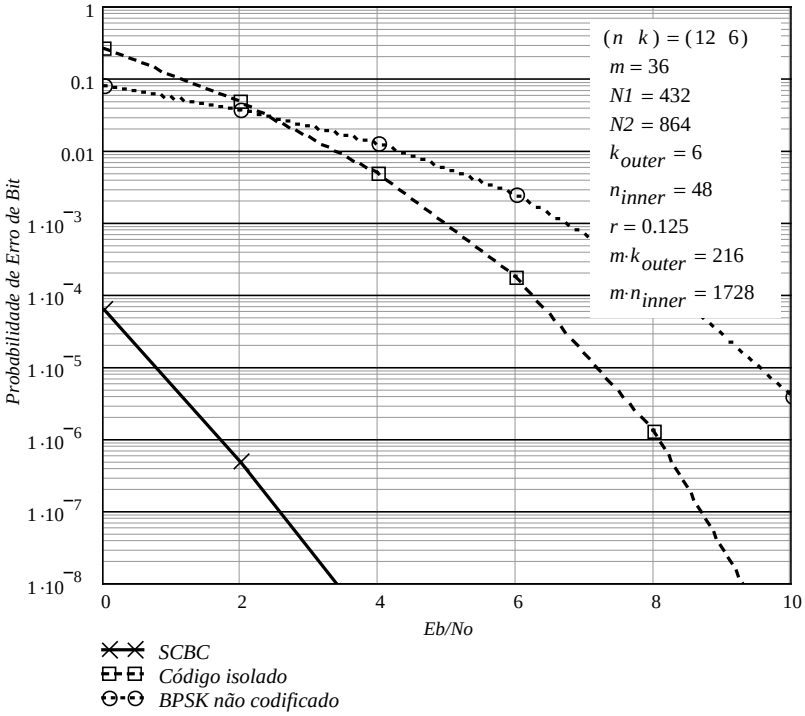

Fig. 3.19. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 3D (1728,256,64) com componentes (12,6,4), em canal AWGN.

Percebe-se através da Fig. 3.19 que o esquema em questão apresenta potencial para surpreendentes ganhos de desempenho se comparado a todos os casos considerados nesta seção. Com o uso de um esquema de decodificação suave de máxima verossimilhança podem-se alcançar taxas de erro de bit de 10^{-5} a valores de E_b/N_0 de menos de 1 dB. Mesmo considerando que encontrar um esquema de decodificação que leve a este desempenho é tarefa bastante árdua, pode-se almejar um promissor resultado com o código (1728,216,64), podendo este operar a valores tão próximos quanto 2 dB ou menos do limite de Shannon de -1,2 dB (veja Fig. 2.3 no Capítulo 2) para a sinalização BPSK em canal AWGN, com taxa de codificação 1/8.

Limitantes em canal Rayleigh

A Fig. 3.20 apresenta o resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit para o esquema de concatenação serial, SCBC, segundo a estrutura de um código produto bidimensional, em canal Rayleigh, com informação de estado de canal conhecida pelo receptor. Os códigos componentes em cada dimensão são códigos (8,4,4) construídos segundo a regra de concatenação generalizada e o código resultante é o código produto 2D (64,16,16), de taxa 1/4. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (8,4,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.20.

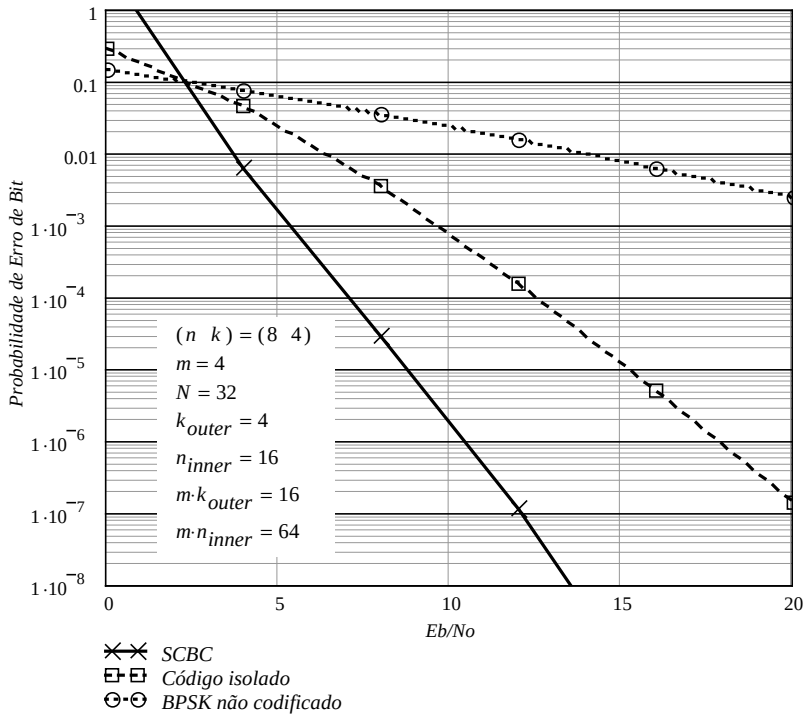

Fig. 3.20. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (64,16,16) com componentes (8,4,4), em canal Rayleigh.

Observa-se na Fig. 3.20 que para o esquema concatenado, para taxas de erro de bit menores que 10^{-3}, tem-se ganhos potenciais de codificação de mais de cerca de 4 dB em relação ao desempenho do código isolado. O pequeno ganho obtido em canal AWGN não tornava atrativo o esquema 2D formado com componentes (8,4,4), mas no canal Rayleigh tais ganhos são significativamente mais elevados, o que era esperado.

A Fig. 3.21 apresenta o resultado de cálculo para o esquema SCBC bidimensional com componentes (12,6,4). O código resultante é um código produto 2D (144,36,16), também de taxa 1/4. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (12,6,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.21. Verifica-se uma melhoria de pouco mais de 1 dB, do esquema com componentes (12,6,4) em relação à situação com componentes (8,4,4) apresentada na Fig. 3.20. Nota-se, entretanto, que o aumento do comprimento do código isolado de (8,4,4) para (12,6,4) não trouxe ganho de desempenho considerável, por razões já mencionadas.

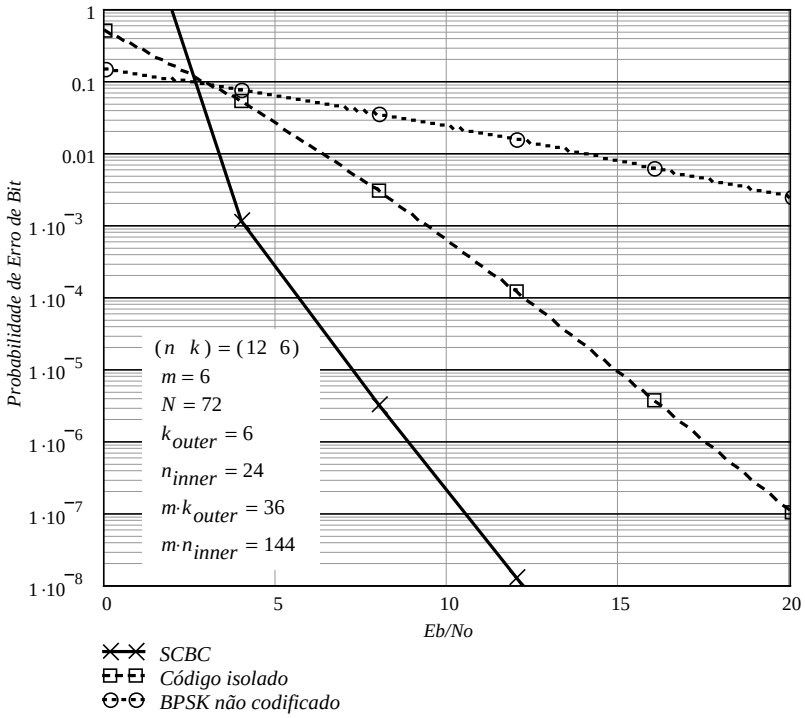

Fig. 3.21. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (144,36,16) com componentes (12,6,4), em canal Rayleigh.

Na Fig. 3.22 é fornecido o resultado de cálculo do limitante em canal Rayleigh para o esquema SCBC bidimensional de taxa 1/4 com componentes (16,8,4). O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (16,8,4) isoladamente são também registrados como referência. Verifica-se que, para o código produto 2D (256,64,16) resultante e para taxas de erro de bit menores que 10^{-3}, tem-se ganhos potenciais de codificação de mais de 6 dB em relação ao desempenho do código isolado. Em comparação com a Fig. 3.21 nota-se pequena

melhoria do esquema com componentes (16,8,4) em relação à situação com componentes (12,6,4), o que sugere que os comprimentos mais adequados para os códigos componentes no esquema 2D, para a família de códigos aqui investigada, em canal Rayleigh, são n = 8 e n = 12, posto que o uso de códigos (16,8,4) apenas acarretaria em aumento do comprimento das palavras código (e das palavras de informação) sem trazer ganho considerável de desempenho.

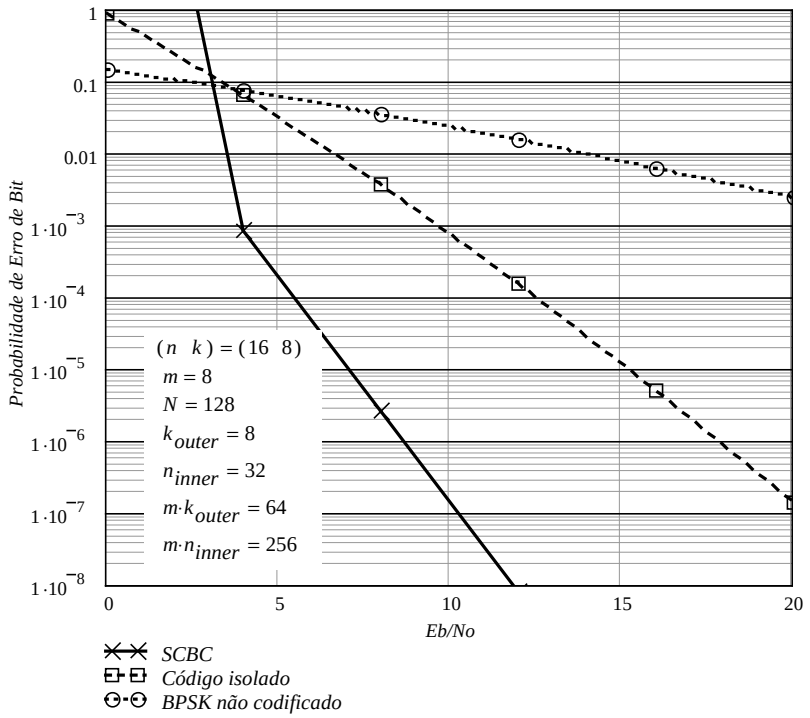

Fig. 3.22. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 2D (256,64,16) com componentes (16,8,4), em canal Rayleigh.

Na Fig. 3.23 é mostrado o resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit em canal Rayleigh e informação de estado de canal conhecida pelo receptor, para o esquema de concatenação serial segundo a estrutura de um código produto 3D, com códigos componentes (8,4,4) em cada dimensão, estes construídos segundo a regra de concatenação generalizada. O código resultante é um código produto 3D (512,64,64), de taxa 1/8. O desempenho da sinalização BPSK sem codificação e aquele referente ao desempenho do código (8,4,4) isoladamente são também registrados como referência na Fig. 3.23. Observa-se que para o esquema (512,64,64) resultante e para taxas de erro de bit menores que 10^{-3} tem-se ganhos potenciais de codificação de mais de 9 dB em relação ao desempenho do código isolado, um excelente resultado dada a

simplicidade do processo de codificação, levando à conclusão de que o esquema proposto é bastante atrativo.

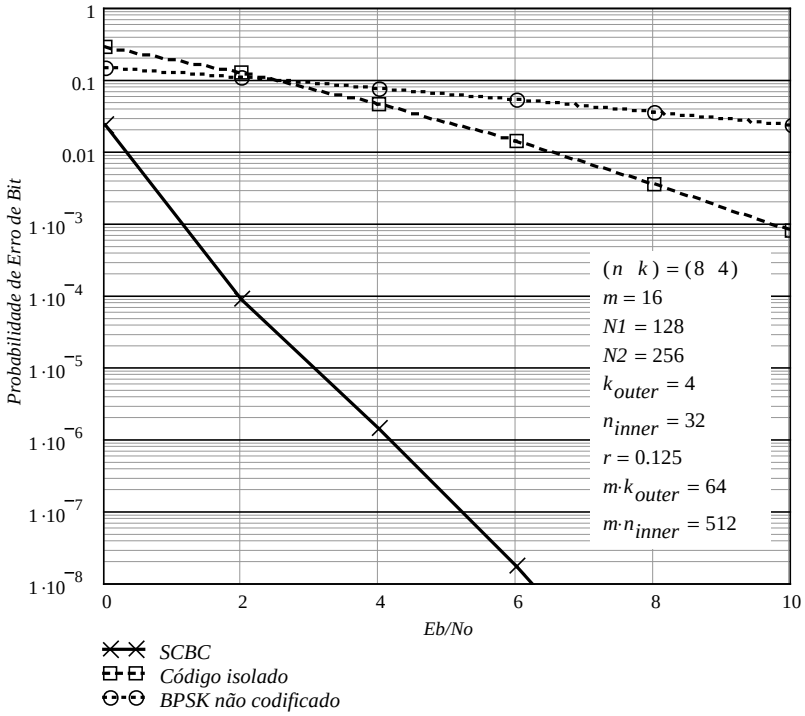

Fig. 3.23. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 3D (512,64,64) com componentes (8,4,4), em canal Rayleigh.

Por fim, a Fig. 3.24 fornece o resultado de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit em canal Rayleigh e informação de estado de canal conhecida pelo receptor, para o código produto 3D (1728,216,64) formado pela concatenação serial de componentes (12,6,4). Verifica-se através da Fig. 3.24 que o esquema em questão apresenta potencial para elevados ganhos de desempenho no canal Rayleigh, ganhos estes ainda mais expressivos que no canal AWGN. Pode-se alcançar taxas de erro de bit de 10^{-5} a valores de E_b/N_0 menores que 1,5 dB, desde que o algoritmo de decodificação apresente resultados equivalentes àqueles que seriam obtidos com um algoritmo de máxima verossimilhança.

Os cálculos de capacidade apresentados no Capítulo 2 já haviam revelado – e neste capítulo tem-se uma ratificação – que os potenciais desempenhos atingíveis com os mais eficientes esquemas de codificação aqui considerados, em canal AWGN, não diferem em muito daqueles obtidos para o

canal Rayleigh, embora os ganhos de codificação para o canal Rayleigh possam ser significativamente superiores àqueles obtidos no canal AWGN.

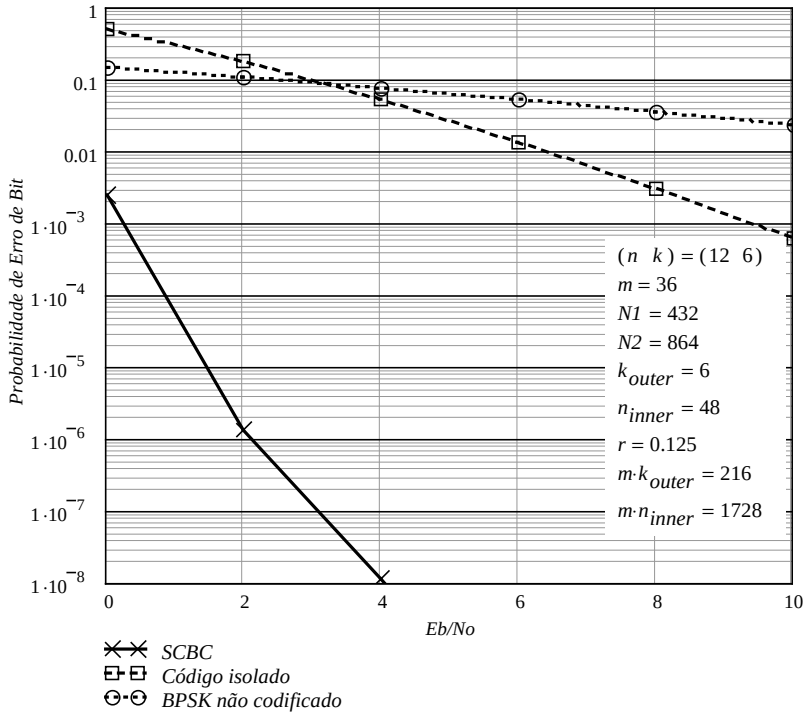

Fig. 3.24. Limitante superior de probabilidade de erro de bit para o código 3D (1728,256,64) com componentes (12,6,4), em canal Rayleigh.

Capítulo 4

Decodificação turbo dos códigos produto

NESTE capítulo descreve-se o processo de decodificação turbo do esquema de codificação de canal proposto no Capítulo 3. Esta decodificação turbo é implementada através da combinação de um algoritmo de decodificação de máxima verossimilhança com um algoritmo de decodificação iterativa. A principal vantagem desse esquema se refere à simplicidade de decodificação, aliada a elevados ganhos de codificação. Inicialmente são detalhados os algoritmos que são a base do processo de decodificação iterativa e posteriormente realiza-se a combinação destes algoritmos com o propósito de decodificação turbo do esquema de codificação proposto no Capítulo 3. Resultados de simulação em canal AWGN e Rayleigh são então fornecidos, discutidos e comparados com os limitantes apresentados também no Capítulo 3.

4.1. O Algoritmo de Wagner

O Algoritmo de Wagner, inicialmente chamado de código de Wagner [Sil54], foi proposto para decodificação de códigos de verificação de paridade. Contudo, sua utilização pode ser estendida para quaisquer casos em que a decodificação possa ser baseada em processos de verificação de paridade, como é o caso de alguns códigos de Reed Muller e de Hamming. O algoritmo é descrito a seguir.

Algoritmo 4.1.

Seja uma palavra com n dígitos, transmitida com uma determinada paridade simples, utilizando-se dígitos binários x_1 e x_2. Na recepção cada dígito y se apresenta perturbado pelo canal e têm-se os seguintes passos de decodificação:

1. as probabilidades *a-posteriori* $p(x_1|y)$ e $p(x_2|y)$ de cada dígito y recebido são calculadas e a estimativa dos dígitos transmitidos é feita de acordo com o critério MAP (do Inglês, *Maximum a-Posteriori*), ou seja, é escolhido x_1 se $p(x_1|y) > p(x_2|y)$ e x_2 caso contrário. Se $p(x_1|y) = p(x_2|y)$ escolhe-se x_1 ou x_2 com igual probabilidade, arbitrariamente. Para o caso das probabilidades *a-priori* de x_1 e x_2 serem iguais, caso este tipicamente verificado na prática, o critério MAP se reduz ao critério de Máxima Verossimilhança, ML (do Inglês, *Maximum Likelihood*), no qual se decide por x_1 se $p(y|x_1) > p(y|x_2)$ e x_2 caso contrário. Novamente, se $p(y|x_1) = p(y|x_2)$ escolhe-se x_1 ou x_2 com igual probabilidade, arbitrariamente. O critério ML pode também ser implementado a partir da correlação entre o sinal recebido com x_1 e x_2 gerados no receptor, escolhendo-se aquela estimação correspondente à maior correlação ou, equivalentemente, correspondente à máxima amplitude na saída do correlator (ou filtro casado). Pode-se também aplicar o critério ML de acordo com a distância euclidiana quadrática entre a amplitude do sinal recebido na saída do correlator e a amplitude do sinal transmitido normalizada em relação à média do sinal recebido, ou seja, escolhe-se x_1 se $(y - x_1)^2 < (y - x_2)^2$ e x_2 caso contrário;
2. tendo-se decidido pelos n dígitos, verifica-se a paridade. Se esta estiver correta, a palavra estimada é considerada como a mais provável. Se a paridade não estiver correta, é invertido o dígito mais "duvidoso" da palavra anteriormente estimada, formando a estimação final. O dígito mais duvidoso é aquele que apresenta a menor diferença $\ln[p(y|x_1)] - \ln[p(y|x_2)]$ ou $|(y - x_1)^2 - (y - x_2)^2|$, onde $|x|$ é o módulo de x;
3. o receptor então "limpa" todos os registros utilizados até esse passo e reinicia o algoritmo com a próxima palavra recebida.

Para o caso de um canal com desvanecimento Rayleigh, por exemplo, a distância euclidiana computada no algoritmo de Wagner entre o vetor recebido na saída do correlator e o vetor correspondente às amplitudes do sinal transmitido deve ser calculada por

$$d_e^2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - g_i x_i\right)^2 \tag{4.1}$$

onde $\boldsymbol{g}$ é o vetor correspondente à magnitude do desvanecimento, ou ganho do canal.

A Fig. 4.1 mostra o desempenho da decodificação do código (12,6,4) através do Algoritmo de Wagner, código este formado a partir da regra de construção apresentada no Capítulo 3, subseção 3.3.1, em comparação com a decodificação de máxima verossimilhança. A sinalização considerada nesse exemplo é BPSK e o canal é AWGN.

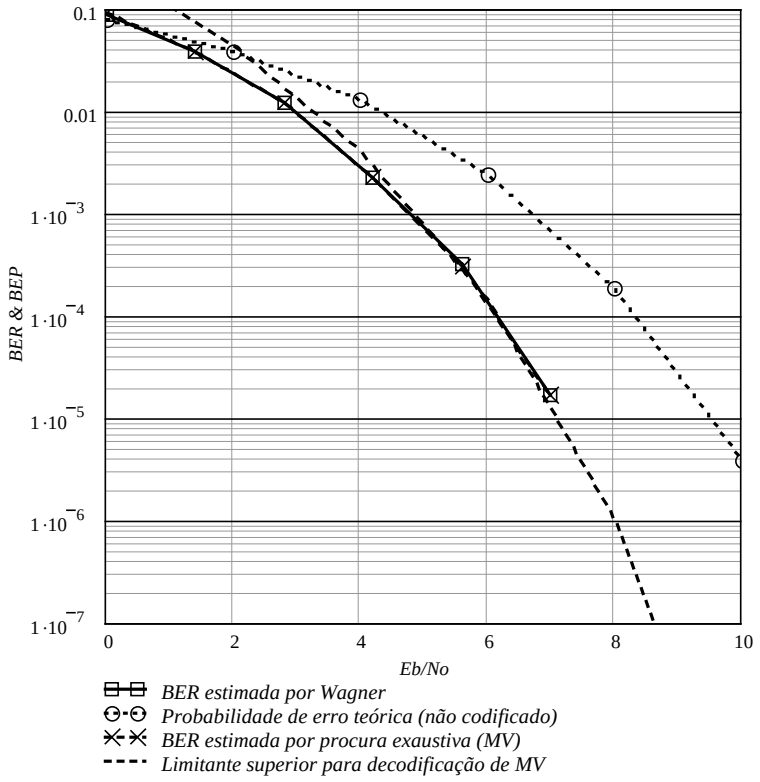

Fig. 4.1. Desempenho do algoritmo de Wagner para o código (12,6,4).

Como pode-se perceber através da Fig. 4.1, as duas regras analisadas apresentam aproximadamente o mesmo desempenho em termos de taxa de erro de bit. Esta proximidade também foi verificada para o código (8,4,4) e certamente ocorrerá para códigos ainda mais extensos. Por limitação computacional no processo de busca pela palavra de máxima verossimilhança, apenas os códigos (8,4,4) e (12,6,4) foram analisados. Experimentos computacionais mostraram que a decodificação por Wagner de códigos mais curtos tende a apresentar desempenho mais distante da decodificação de máxima verossimilhança.

Verifica-se ainda na Fig. 4.1 que o desempenho do código (12,6,4) decodificado pelo algoritmo de Wagner apresenta grande proximidade do correspondente limitante superior de probabilidade de erro de bit, para valores de E_b/N_0 maiores que 5 dB.

4.1. Decodificação Turbo através da combinação dos algoritmos de Wagner e Pyndiah

Esta seção, revisa, inicialmente, alguns conceitos básicos relacionados ao processo de decodificação turbo de códigos de bloco [Gui02]. Esta revisão tem por objetivo facilitar o entendimento de abordagens posteriores, principalmente com relação ao significado dos termos comumente utilizados quando se trata da decodificação turbo. Posteriormente é apresentada a proposta de combinação dos algoritmos de Wagner com um dos algoritmos de decodificação iterativa, o algoritmo de Pyndiah, para decodificação turbo do esquema de codificação de canal proposto nesta tese. São então apresentados e discutidos resultados de simulação em canal AWGN e Rayleigh.

4.2.1. Conceitos sobre decodificação turbo de códigos de bloco

Os Códigos Turbo [Ber93] [Ber96] foram definidos inicialmente como a concatenação paralela de códigos convolucionais recursivos, decodificados iterativamente por um algoritmo baseado no algoritmo BCJR [Bah74]. Atualmente considera-se como (de)codificação turbo todas as implementações onde há a concatenação de códigos componentes de tal sorte que a decodificação destes códigos possa ser realizada de forma independente e iterativa, sendo utilizado o resultado da

decodificação de um dos códigos com o objetivo de melhorar a confiabilidade da decisão das etapas seguintes no processo iterativo. Usando as possíveis estruturas de concatenação, com esquemas de entrelaçamento temporal entre os códigos componentes, os códigos turbo se valem de processos de decodificação iterativa utilizando algoritmos do tipo SISO (*Soft-Input Soft-Output*). Nesses processos de decodificação SISO, informações sobre a confiabilidade ou qualidade da decodificação de um dos códigos componentes (*soft output*) são passadas para o processo de decodificação do outro código, na forma de entradas suaves (*soft input*), de modo que a cada iteração tenha-se maior precisão na estimação do bit, palavra ou seqüência transmitida.

Já foram reportados na literatura surpreendentes resultados com o uso dos códigos turbo. Em [Ber96][1] pôde-se obter, a 10^{-5} de taxa de erro de bit, uma E_b/N_o distante apenas 0,7 dB da Capacidade de Shannon em canal AWGN e, mais recentemente, em [Nic97a], um desempenho resultando em uma E_b/N_o distante 0,27 dB da capacidade do canal AWGN foi alcançado. Mas apesar dos significativos ganhos de desempenho que podem ser obtidos, um dos grandes obstáculos a serem transpostos ainda se refere à simplificação dos algoritmos de decodificação. Aqueles considerados ótimos, segundo o critério MAP (*Maximum-A-Posteriori*) símbolo-a-símbolo, como regra geral são também complexos, demandando altas velocidades de processamento para que aplicações reais possam ser vislumbradas. Várias pesquisas têm sido então encaminhadas no sentido de desenvolver novos algoritmos ótimos ou sub-ótimos ou ainda no sentido de modificar algoritmos ótimos, tornando-os sub-ótimos, porém com menor grau de complexidade.

Esquemas de codificação de canal com decodificação turbo permitem ainda que seja possível, a um moderado grau de complexidade, operar com valores de E_b/N_o abaixo da taxa de corte do canal. Até então se sabia que esta se tratava de uma tarefa possível, mas de alta complexidade [Hag96], pois a taxa de corte era considerada como a "capacidade prática" do canal.

Basicamente têm-se duas grandes famílias de códigos turbo: uma baseada na concatenação de códigos convolucionais (CTC, *Convolutional Turbo Code*) e outra baseada na concatenação de códigos de bloco (BTC, *Block Turbo Code*). Grande atenção passou a ser dirigida a implementações de códigos turbo com códigos convolucionais após a publicação das reconhecidas contribuições de C. Berrou, A. Glavieux e P. Thitimajshima em 1993 [Ber93].

[1] O resultado de simulação apresentado em [Ber96] foi obtido com o uso de codificadores convolucionais recursivos e sistemáticos, um extenso bloco de entrelaçamento temporal pseudo-aleatório entre os codificadores (65.536 bits), 18 iterações e alguns ajustes no algoritmo BCJR.

Mais recentemente, grande interesse tem sido demonstrado por implementações de processos de decodificação iterativa baseados em códigos de bloco. Dentre várias iniciativas podem-se mencionar [Hag96], [Nic97a], [Nic97b], [Pyn98], [Hun98a], [Hun98b], [Dav01] e [Ran01]. Os principais objetivos dessas implementações se referem à possibilidade de redução na complexidade e aumento na velocidade de decodificação e também à possibilidade de aumento de desempenho em relação aos códigos turbo convolucionais (CTCs), principalmente para códigos de taxas altas [Pyn98], [Hag96], [Dav01]. Para taxas baixas, os CTCs geralmente apresentam melhor desempenho. Outra vantagem aparente dos códigos turbo de bloco (BTCs) se refere à possibilidade de redução do "joelho" que é percebido em curvas de taxa de erro de bit *versus* relação sinal-ruído média por bit para esses códigos. Esse joelho ocorre principalmente devido à existência de palavras código de peso baixo e seu valor pode ser reduzido através da adequada implementação dos blocos de entrelaçamento temporal entre os códigos utilizados [Bar98].

Sabe-se que a concatenação dos códigos componentes pode ser implementada na forma serial ou paralela. Para os BTCs, a concatenação serial pode ser mais vantajosa que a concatenação paralela, conforme pode ser verificado em [Dav01]. Quando há concatenação serial de dois ou mais códigos de bloco separados por entrelaçadores temporais, em uma estrutura de código produto, o processo de decodificação de BTCs pode-se valer de algoritmos derivados de algoritmos iterativos de decodificação de códigos produto, desde que estes algoritmos forneçam decisões suaves de saída. A Fig. 4.2 apresenta o diagrama de um decodificador SISO usado na composição de um decodificador turbo, para códigos produto com componentes sistemáticos ou não-sistemáticos.

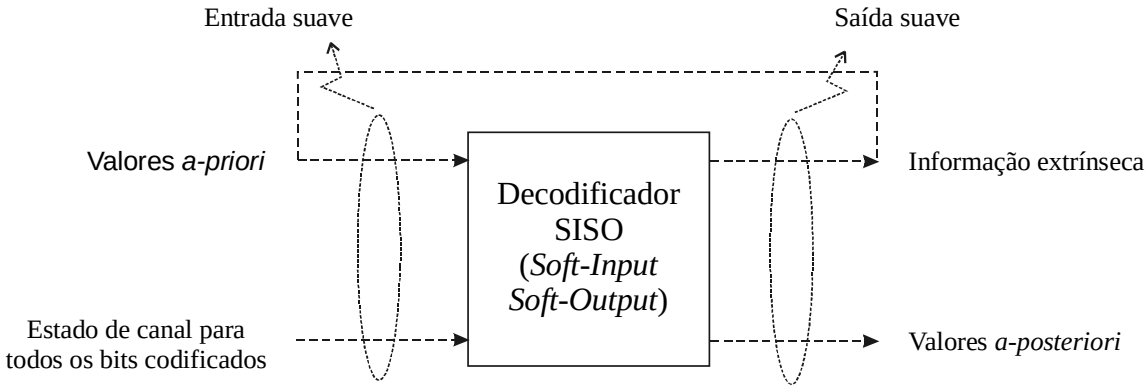

Fig. 4.2. Ilustração do processo de decodificação turbo (adaptado de [Hag96] e [Skl97]).

A entrada suave destacada na Fig. 4.2 corresponde à saída do detector no receptor. Esta saída contém a informação de estado de canal obtida para todos os bits codificados, mais a informação *a-priori* somente dos bits de informação (para códigos componentes sistemáticos) ou para todos os bits codificados (para códigos componentes sistemáticos ou não-sistemáticos). Tais valores são operados tipicamente no domínio logarítmico.

Após o sinal transmitido $x \in \{\pm\sqrt{E_s}\}$ passar pelo canal de comunicação com desvanecimento Rayleigh, por exemplo, pode-se determinar a *entrada suave* do decodificador SISO através da *razão de verossimilhança*, que em escala logarítmica pode ser chamada de *razão de log-verossimilhança* [Hag96, p. 430] [Bar96, p. 32], de x condicionada à saída y do filtro casado de recepção e à amplitude g do desvanecimento, esta denominada ganho do canal:

$$L(x \mid y, g) = \log\left[\frac{\Pr(x = +\sqrt{E_s} \mid y, g)}{\Pr(x = -\sqrt{E_s} \mid y, g)}\right] \tag{4.2}$$

que pelo teorema de Bayes pode ser escrita como

$$L(x \mid y, g) = \log\left[\frac{p(y \mid x = +\sqrt{E_s}, g)}{p(y \mid x = -\sqrt{E_s}, g)} \frac{\Pr(x = +\sqrt{E_s})}{\Pr(x = -\sqrt{E_s})}\right] \tag{4.3}$$

Como o canal com desvanecimento Rayleigh pode ser considerado nessa análise como um canal condicionalmente gaussiano (condicionado à magnitude do desvanecimento), tem-se

$$L(x \mid y, g) = \log\left[\frac{\exp\left[\frac{-(y - gE_s)^2}{N_0}\right]}{\exp\left[\frac{-(y + gE_s)^2}{N_0}\right]}\right] + \log\left[\frac{\Pr(x = +\sqrt{E_s})}{\Pr(x = -\sqrt{E_s})}\right] = L_c y + L(x) = 4g\frac{E_s}{N_0} y + L(x) \tag{4.4}$$

onde $L_c = 4gE_s/N_0$ [Hag96, p. 430] [Bar96, p. 62] é chamada de *confiabilidade do canal* ou *estado do canal*, E_s é a energia média por símbolo na saída do detector e $L(x)$ corresponde aos valores *a-priori* de x. Para o canal AWGN, basta fazer $g = 1$ em (4.4). Nas simulações realizadas para a composição dos resultados apresentados nesta tese, o valor $4E_s/N_0$ não foi utilizado no cálculo da entrada suave para o algoritmo de decodificação turbo, o que representa uma simplificação que

elimina a necessidade de se estimar a potência de ruído (e conseqüentemente sua densidade espectral, N_0) no receptor e, com as adequadas compensações no algoritmo turbo, ainda permite que o desempenho do esquema proposto não seja comprometido. Isto também foi verificado em [Hun98a, p. 38-40].

No processo de decodificação iterativa, os valores *a-priori* não são conhecidos antes da primeira iteração completa e normalmente são considerados nulos (probabilidades *a-priori* iguais) nessa etapa. A saída do decodificador SISO é composta pelos valores *a-posteriori* dos bits de informação (para códigos componentes sistemáticos) ou de todos os bits codificados (para códigos componentes sistemáticos ou não-sistemáticos), mais a *informação extrínseca* obtida pelo processo de decodificação. Esse valor de informação extrínseca é realimentado à entrada do decodificador SISO, como o valor da log-verossimilhança *a-priori* para a próxima iteração. Este procedimento faz com que os novos valores das métricas de entrada possam produzir valores de métricas de saída mais confiáveis, iteração a iteração.

A informação extrínseca pode ser interpretada como a quantidade de informação adicionada ao valor real de entrada do decodificador (entrada suave) para formar o valor real de saída (saída suave) [Hun98a] ou a quantidade de informação obtida a partir do processo de decodificação [Skl97], porém independente dos valores antes deste processo, na saída do detector [Ber96]. A informação extrínseca pode ainda ser definida como a diferença entre a métrica calculada na saída do estágio de decodificação (saída suave) e a informação intrínseca representada por uma métrica realimentada à entrada do estágio de decodificação; é a informação adicional obtida através da exploração das dependências que existem entre os bits de informação e os bits codificados em um bloco [Hay01], segundo cada regra de codificação específica.

Os itens a seguir apresentam resumos sobre os principais algoritmos utilizados para decodificação turbo de códigos de bloco, e também sobre alguns algoritmos não específicos para decodificação turbo. Estes últimos podem ser utilizados como base na implementação da decodificação turbo por operarem com entradas suaves e por permitirem que decisões suaves sejam obtidas em suas saídas. Pelo que está exposto a seguir, nota-se que quase todos os algoritmos de decodificação iterativa para códigos de bloco sugeridos nesses últimos anos são baseados em variações e/ou derivações dos algoritmos BCJR [Bah74] ou Chase [Cha72].

Algoritmo de Chase (1972)

O algoritmo de Chase não é um algoritmo específico para decodificação turbo, mas por ser um algoritmo que pode produzir decisões suaves, seu princípio pode ser aplicado em algoritmos de decodificação turbo. Na verdade trata-se de um conjunto de três algoritmos similares [Cha72], sub-ótimos (desempenho próximo daquele obtido segundo o critério de máxima verossimilhança, MV), adequados ao processo de decodificação suave de códigos de bloco lineares.

Sabe-se que quando é utilizada uma procura exaustiva pela palavra código ótima que minimiza a distância euclidiana entre a palavra recebida e o conjunto de possíveis palavras-código, segundo o critério MV, a complexidade de decodificação aumenta exponencialmente em n, o número de bits de um bloco de saída do codificador de canal. Por esta razão tem-se procurado desenvolver algoritmos de decodificação com o propósito de reduzir esta complexidade.

Em 1972, D. Chase propôs um algoritmo utilizando entrada suave, baseado na seguinte observação: para altos valores de relação sinal-ruído, a palavra-código correta se encontra localizada, com alta probabilidade, numa esfera de raio ($d_{\min} - 1$), centrada nas coordenadas do vetor $\boldsymbol{Y} = (y_1, ..., y_l, ..., y_n)$, onde $y_l = 0.5[1 + \text{sign}(r_l)]$, $y_l \in \{0,1\}$, $\boldsymbol{R} = (r_1, ... r_l, ..., r_n)$ é o vetor recebido e $d_{\min}$ é a distância de Hamming mínima do código. Utilizando-se esta regra reduz-se o número de palavras-código investigadas àquelas localizadas dentro da esfera de raio ($d_{\min} - 1$). O processo de procura dessas palavras-código mais prováveis utiliza informações de confiabilidade obtidas a partir do vetor $\boldsymbol{R}$. O processo é descrito detalhadamente em [Cha72] e em [Pyn98] tem-se a aplicação deste algoritmo num processo de decodificação turbo.

Algoritmo BCJR (1974)

Trata-se de um algoritmo ótimo para decodificação iterativa, baseado no critério MAP símbolo-a-símbolo, para códigos convolucionais e de bloco sistemáticos. O algoritmo BCJR possui este nome devido às iniciais dos autores [Bah74]. O conhecido trabalho de C. Berrou *et. al*. [Ber93], [Ber96] utilizou uma versão ligeiramente modificada do algoritmo BCJR para produzir os surpreendentes resultados já mencionados neste texto. Em [Hag96], J. Hagenauer apresenta uma abordagem sobre o algoritmo BCJR, incluindo análises de desempenho em comparação a outros algoritmos de

decodificação turbo, como o SOVA e o Log-MAP, descritos resumidamente mais adiante. O Algoritmo BCJR é um dos mais utilizados na composição de processos de decodificação iterativa. Dentre as inúmeras referências que abordam o assunto podem ainda ser citadas: [Bar96], [Ber96], [Hay01] e [Ran01], além da publicação original [Bah74].

Algoritmo SOVA (1989)

O algoritmo SOVA (*Soft-Input Soft-Output Viterbi Algorithm*) [Hag89] corresponde a uma modificação do algoritmo de Viterbi convencional de tal sorte que decisões suaves apropriadas sejam geradas e que possam ser implementados processos iterativos de decodificação. Em [Hag96] analisa-se esse algoritmo para códigos convolucionais sistemáticos. Trata-se de uma implementação sub-ótima, mas que apresenta, em certos casos, menor complexidade que outros algoritmos [Hag96].

Algoritmo de Kaneko (1994)

O algoritmo de Kaneko [Kan94] é um algoritmo de decodificação suave de códigos de bloco lineares. Seu desempenho é equivalente àquele obtido segundo processos de decodificação de máxima verossimilhança, nos quais é minimizada a probabilidade de decodificação errada de uma palavra-código, para palavras-código equiprováveis. Similar ao algoritmo 2 de Chase, o algoritmo de Kaneko também tem como princípio a geração de um conjunto reduzido de palavras código candidatas, dentro do qual, com elevada probabilidade (1, nesse algoritmo), a palavra código correta estaria contida. Contudo, apresenta melhor desempenho e menor complexidade que o algoritmo de Chase. Assim como o algoritmo de Chase, o algoritmo de Kaneko não é um algoritmo específico para decodificação turbo, mas seu princípio pode ser utilizado na construção de algoritmos de decodificação turbo, pois, apesar de produzir decisões abruptas, permite que possam ser calculadas as confiabilidades dessas decisões, transformando-as em decisões suaves, como por exemplo, em [Dav01].

Algoritmos Log-MAP (1995)

Algoritmos ótimos ou sub-ótimos no domínio das log-verossimilhanças (para simplificação e transformação de algoritmos MAP símbolo-a-símbolo) são conhecidos como algoritmos Log-MAP [Rob95]. Suas versões sub-ótimas podem apresentar desempenho muito próximo ao desempenho do algoritmo MAP símbolo-a-símbolo, principalmente quando há um refinamento na simplificação citada, através de um fator de correção [Hag96, p. 435]. Desempenhos próximos ao de um algoritmo MAP símbolo-a-símbolo também podem ser obtidos às custas da inclusão do cálculo de um certo tipo de informação extrínseca também para os bits de paridade e o uso de paridade das paridades na estrutura de um código produto [Ran01]. Em [Hag96] são apresentadas discussões sobre a aplicação dos algoritmos MAP símbolo-a-símbolo BCJR e Log-MAP em códigos de bloco com decodificação turbo, genericamente, e em Códigos Produto de Paridade Simples, especificamente. Em [Hag96] e [Skl97], um algoritmo de decodificação no domínio logarítmico (versão sub-ótima do Log-MAP) é proposto e ilustrado em simples exemplos de decodificação turbo. Esse algoritmo possui complexidade de implementação extremamente baixa e pode apresentar excelente desempenho, como verificado em [Gui02].

Algoritmo de Pyndiah (1998)

Em [Pyn98] é apresentado um algoritmo sub-ótimo para decodificação iterativa de códigos de bloco baseados em códigos produto. Esse algoritmo utiliza um decodificador SIHO (*Soft-Input Hard-Output*) baseado no algoritmo 2 de Chase [Cha72], seguido de cálculos para obter informações de confiabilidade (saída suave) a partir das decisões abruptas do decodificador. O desempenho desse processo é aproximadamente ótimo e a proposta apresenta uma boa solução de compromisso entre desempenho e complexidade, sendo bastante atrativa para aplicações práticas. Nesta tese utiliza-se a idéia básica do algoritmo de Pyndiah, porém substituindo o algoritmo de Chase do decodificador SIHO pelo algoritmo de Wagner. Restringe-se com isso o rol de códigos que podem se valer dessa nova combinação, em relação à utilização do algoritmo de Chase que se aplica a qualquer código de bloco linear, porém tendo como benefício uma significativa redução da complexidade de implementação do decodificador, em comparação à implementação com o algoritmo de Chase.

Algoritmo de Dave (2001)

No algoritmo de Dave [Dav01] é utilizado o algoritmo SIHO de Kaneko [Kan94], seguido de um procedimento similar ao de Pyndiah [Pyn98] para transformar em decisões suaves as decisões abruptas do algoritmo de Kaneko. O algoritmo de Dave apresenta certa flexibilidade na relação complexidade *versus* desempenho, possibilitando sua implementação em versões mais complexas que apresentam desempenho ótimo até versões menos complexas com desempenho sub-ótimo (como aquele obtido pelo algoritmo de Pyndiah). Em todos os casos, contudo, a proposta de Dave é menos complexa que a proposta de Pyndiah devido ao fato do algoritmo de Kaneko ser menos complexo que o algoritmo de Chase. Na proposta dessa tese, devido ao fato do algoritmo de Wagner ser usado na estrutura de decodificação iterativa proposta por Pyndiah, tem-se como resultado um algoritmo ainda menos complexo que aqueles sugeridos por Pyndiah e por Dave.

4.2.2. Operação dos algoritmos de Wagner e Pyndiah para decodificação iterativa de códigos de bloco com construção multinível concatenados em série

O processo de decodificação turbo proposto nesta tese é baseado na inserção do algoritmo de Wagner na estrutura de decodificação turbo proposta por R. M. Pyndiah [Pyn98]. A Fig. 4.3. mostra a estrutura elementar proposta por este autor.

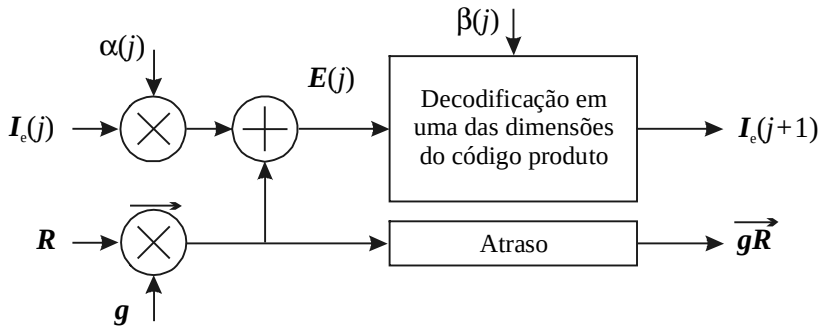

Fig. 4.3. Diagrama do decodificador turbo elementar (adaptado de [Pyn98]).

Na Fig. 4.3, $\boldsymbol{R}$ corresponde ao arranjo do sinal recebido, afetado pelo canal. Tal arranjo pode ser interpretado como um arranjo de dimensão D, correspondente à seqüência codificada pelo esquema de concatenação serial, de acordo com a estrutura de um código produto de dimensão D, e contaminada pelo canal. No Capítulo 3, a Fig. 3.11 mostra um arranjo de 512 bits gerado por um código produto tridimensional com componentes (8,4). Este arranjo, após passar pelo canal, corresponde ao arranjo $\boldsymbol{R}$. Um número de passos de decodificação igual ao produto do número de iterações desejado, I, pela dimensão do código, D, é indexado na Fig. 4.3 como j, ou seja, $j = 0, 1, ... (I \times D)-1$. A cada iteração tem-se D passos de decodificação correspondentes à decodificação em todas as dimensões do código. No primeiro passo (passo 0) os valores da informação extrínseca, $\boldsymbol{I}_e(0)$, e do fator de ponderação dessa informação extrínseca, $\alpha(0)$, são nulos e o arranjo $\boldsymbol{E}(0) = \overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$, correspondente à entrada suave, é aplicado ao decodificador, onde $\boldsymbol{g}$ é o arranjo correspondente ao estado de canal[1]. O decodificador, implementado em [Pyn98] com o algoritmo de Chase e aqui implementado com o algoritmo de Wagner, efetua, a partir de $\boldsymbol{E}(0)$, a estimação de cada uma das n^{D-1} palavras-código "orientadas no sentido" da primeira dimensão. A confiabilidade da decisão de cada um dos bits estimados é então calculada, fazendo uso do fator de ponderação da saída abrupta, $\beta(0)$, para formar a saída suave do decodificador. Desta saída suave é subtraída a entrada suave, gerando a informação extrínseca $\boldsymbol{I}_e(1)$ que será utilizada no segundo passo de decodificação. No segundo passo a informação extrínseca calculada no passo anterior é ponderada pelo fator $\alpha(1)$ e somada ao arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$ de tal sorte que seja formada a nova entrada suave $\boldsymbol{E}(1)$ para o decodificador de Chase ou Wagner. O decodificador então efetua, a partir de $\boldsymbol{E}(1)$, a estimação de cada uma das n^{D-1} palavras-código "orientadas no sentido" da segunda dimensão e gera a confiabilidade da decodificação, agora utilizando $\beta(1)$. Uma nova informação extrínseca é então calculada e assim o processo se repete para todas as dimensões (iteração completa) e em cada iteração seguinte. Ao final da última iteração a decisão abrupta fornecida pelo decodificador é considerada como a decisão final.

Os fatores de escala $\alpha(j)$ e $\beta(j)$ são crescentes em j e escolhidos de tal sorte que a cada passo e a cada iteração a confiabilidade da decisão seja melhorada. As leis de variação dos valores de $\alpha(j)$ e $\beta(j)$ que proporcionaram melhores resultados para os casos considerados nesta tese são,

[1] Define-se a operação $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$ como a multiplicação dos arranjos envolvidos, elemento a elemento. Para o canal AWGN, $\boldsymbol{g} = \mathbf{1}$. Para compor os resultados apresentados nesta tese, os valores em $\boldsymbol{g}$ foram normalizados em relação à média de $\boldsymbol{g}$.

respectivamente, *logarítmica* e *linearmente crescente* em j. Em [Pyn99] são fornecidas algumas dicas semi-empíricas sobre a determinação dos valores mais adequados, naquele caso, para os fatores $\alpha(j)$ e $\beta(j)$. Mas a aplicação dessas dicas no algoritmo aqui proposto não trouxe melhorias além daquelas já alcançadas com as variações logarítmica e linearmente crescente dos fatores $\alpha(j)$ e $\beta(j)$, respectivamente. Os reais valores de $\alpha(j)$ e $\beta(j)$ foram escolhidos de tal sorte a compensar, em termos do desempenho final obtido, a exclusão da constante $4E_s/N_0$ (veja expressão (4.4)) no cálculo da entrada suave do algoritmo de decodificação turbo.

A ponderação da informação extrínseca por $\alpha(j)$ antes da soma com o arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$ não representa uma novidade. Vários pesquisadores já haviam percebido a influência dessa ponderação no desempenho do esquema de decodificação turbo, dentre eles podendo ser citados [Ber96] e [Hun98a]. Esta ponderação é realizada para tornar compatíveis a variância das amostras no arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$ e a variância das amostras no arranjo $\boldsymbol{I}_e$ de tal sorte que o algoritmo turbo tenda para a convergência a cada iteração.

Em [Pyn98] e [Pyn99] são apresentadas expressões para o cálculo da confiabilidade da decisão tomada pelo algoritmo de Chase. Segundo Pyndiah, a confiabilidade da decisão (saída suave) em canal AWGN pode ser determinada por [Pyn98, eq. (18)]

$$r_i^{'} = i_{ei} + r_i = \left(\frac{\left| \boldsymbol{R} - \boldsymbol{C} \right|^2 - \left| \boldsymbol{R} - \boldsymbol{D} \right|^2}{4} \right) d_i \tag{4.5}$$

onde i_{ei} é componente do arranjo $\boldsymbol{I}_e$, r_i é componente do arranjo $\boldsymbol{R}$, d_i é componente do arranjo $\boldsymbol{D}$ formado pelas decisões abruptas do algoritmo de Chase ou Wagner e $\boldsymbol{C}$ é o *arranjo competidor* de $\boldsymbol{D}$, formado por *palavras-código concorrentes* à distância euclidiana mínima de $\boldsymbol{R}$, porém com $c_i \neq d_i$. Em [Pyn98] e [Pyn99], o arranjo $\boldsymbol{C}$ é estimado também pelo algoritmo de Chase e, caso não seja encontrado, a saída suave é calculada por

$$r_i^{'} = i_{ei} + r_i = \beta\, d_i \tag{4.6}$$

onde β é o fator de escala já definido.

O cálculo de confiabilidade segundo (4.5) foi testado na proposta dessa tese e, apesar de ter trazido ganhos significativos de desempenho para certos valores de relação sinal-ruído, não foi

incorporado definitivamente à idéia aqui considerada. Na proposta dessa tese, a confiabilidade da decisão é calculada apenas pelo produto da palavra-código estimada através do algoritmo de Wagner pelo fator $\beta(j)$. Sendo a redução de complexidade na decodificação um dos principais objetivos almejados com tal idéia, a decisão de utilizar-se apenas o cálculo de confiabilidade conforme (4.6) é justificada. Mais adiante é apresentado um resultado do desempenho do esquema de codificação proposto em canal AWGN, utilizando-se (4.5), apenas como ilustração e demonstração da possibilidade de melhoria de desempenho.

Pode-se perceber a partir de uma análise da estrutura do código produto com construção multinível descrita no Capítulo 3 e a partir dos comentários desta subseção, que a citada estrutura permite o uso de uma forma de decodificação particular que opera nas várias dimensões da matriz recebida, $\boldsymbol{R}$, sem, contudo, envolver decodificações nos estágios intermediários da concatenação. Isto é garantido devido à adequada escolha dos blocos de entrelaçamento temporal no processo de codificação de forma que as permutações impostas pela decodificação em cada dimensão estejam sempre associadas à decodificação de palavras-código dos códigos componentes. Objetivando melhor ilustrar este processo, considere $\boldsymbol{R}$ o arranjo tridimensional de bits recebidos, conforme mostra a Fig. 4.4.

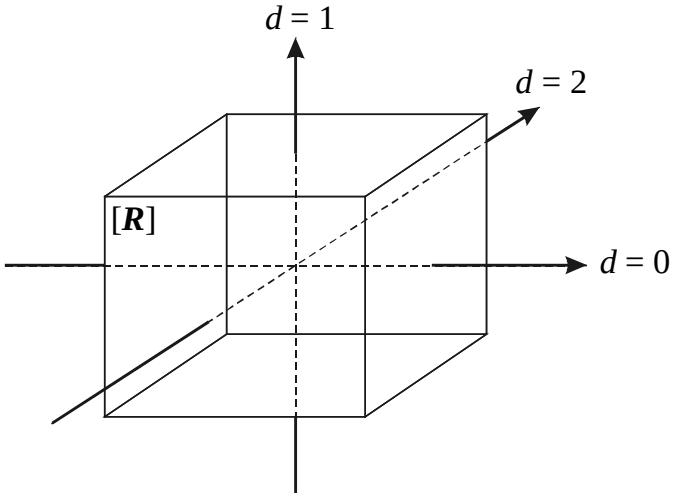

Fig. 4.4. Ilustração dos sentidos de decodificação elementar em cada dimensão de um código produto 3D.

Sabe-se que em todos os sentidos indicados pelas setas da Fig. 4.4 tem-se palavras-código dos códigos componentes (veja Capítulo 3), o que permite a realização da seqüência de decodificação a

seguir, tendo também como referência a regra descrita no início dessa subseção, referente à Fig. 4.3.:

1. pondere o arranjo recebido pela informação de estado de canal, ou seja, calcule $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$ (para canal AWGN, $\boldsymbol{g} = \mathbf{1}$) e faça o resultado igual à entrada suave do decodificador;
2. utilizando o algoritmo de Wagner, decodifique esta entrada suave na dimensão $d = 0$;
3. calcule, utilizando β, a confiabilidade de cada decisão tomada pelo algoritmo de Wagner, formando a saída suave;
4. calcule a informação extrínseca (entrada suave subtraída da saída suave) e pondere-a pelo fator de escala α;
5. some a informação extrínseca ponderada ao arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$, formando uma nova entrada suave;
6. utilizando o algoritmo de Wagner, decodifique a nova entrada suave na dimensão $d = 1$;
7. calcule, utilizando β, a confiabilidade de cada decisão tomada pelo algoritmo de Wagner, formando nova saída suave;
8. calcule uma nova informação extrínseca e pondere-a pelo fator α;
9. some a informação extrínseca ponderada ao arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$, formando nova entrada suave;
10. utilizando o algoritmo de Wagner, decodifique o novo arranjo na dimensão $d = 2$;
11. calcule, utilizando β, a confiabilidade de cada decisão tomada pelo algoritmo de Wagner;
12. calcule nova informação extrínseca e pondere-a pelo fator α;
13. some a informação extrínseca ponderada ao arranjo $\overrightarrow{\boldsymbol{gR}}$, formando nova entrada suave;
14. repita os passos anteriores (iniciando no passo 2) tantas vezes quanto determinar o número de iterações desejado, recomeçando sempre com a decodificação da entrada suave mais recente, na dimensão $d = 0$.

Como brevemente já citado, as principais diferenças entre o processo de decodificação turbo proposto por Pyndiah e aquele aqui sugerido se situam no algoritmo utilizado no decodificador elementar e na forma de cálculo das confiabilidades das decisões abruptas tomadas pelo algoritmo SIHO. Em [Pyn98] é utilizado o algoritmo de Chase como algoritmo elementar e aqui o algoritmo escolhido é o algoritmo de Wagner, que proporciona decisões de máxima verossimilhança das

palavras-código componentes do esquema proposto. Em [Pyn98] a confiabilidade das decisões do algoritmo SIHO é calculada através de (4.5) e (4.6) e nesta tese utiliza-se apenas (4.6).

É importante enfatizar que a complexidade de implementação do algoritmo de Chase é maior que a complexidade de implementação do algoritmo de Wagner. Entretanto, este último apresenta como principal desvantagem a possibilidade de utilização apenas com uma família específica de códigos cuja decodificação possa ser baseada em verificação de paridade simples. Ainda em comparação à proposta de [Pyn98], lá a análise apresentada se restringe a um código produto bidimensional. Nesta tese ela é estendida a códigos produto de dimensão qualquer, sendo registrados exemplos com códigos de dimensão 2 e 3.

Como observação complementar é importante enfatizar que, para a decodificação de um código isolado, o algoritmo de Wagner usa a informação de estado de canal no cálculo de métricas conforme a expressão (4.1). Para o algoritmo de decodificação turbo, onde opera-se com as verossimilhanças no domínio logarítmico, as *log-verossimilhanças*, utiliza-se a informação de estado de canal apenas no cálculo da entrada suave do algoritmo SISO, conforme (4.4). Nesse caso a ponderação pelo ganho do canal, g_i, não é utilizada na expressão (4.1).

4.2. Desempenho em canal AWGN

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulação para verificação do desempenho do esquema de codificação de canal sob análise nesta tese, em canal AWGN. Os gráficos apresentados também mostram resultados de cálculo do limitante superior de probabilidade de erro de bit para o esquema de codificação de canal considerado em cada caso.

A Fig. 4.5 mostra o desempenho dos códigos isolados (8,4,4), (12,6,4) e (16,8,4), construídos conforme a regra de concatenação generalizada abordada no Capítulo 3, para sinalização BPSK em canal AWGN. Como previsto pelos limitantes calculados no Capítulo 3, subseção 3.3.4, há uma ligeira melhoria de desempenho do código (12,4,4) em relação ao (8,4,4), mas o mesmo não acontece para o código (16,8,4) em relação ao (12,6,4). Este comportamento é devido ao fato da distância mínima e da taxa serem mantidas de um código para outro. Pode-se ter inclusive um decréscimo no desempenho com o aumento do comprimento das palavras-código, como pode ser

observado na Fig. 4.5, por razões já mencionadas. Este comportamento se torna mais pronunciável em valores de E_b/N_0 mais elevados.

Através da Fig. 4.5 ainda nota-se grande proximidade entre o desempenho real do código (12,6,4) com o limitante superior de probabilidade de erro de bit para este código. Como tal limitante refere-se à decodificação suave de máxima verossimilhança, justifica-se a proximidade pelo fato do algoritmo de decodificação utilizado, o algoritmo de Wagner, proporcionar decodificação suave de máxima verossimilhança para os códigos em questão.

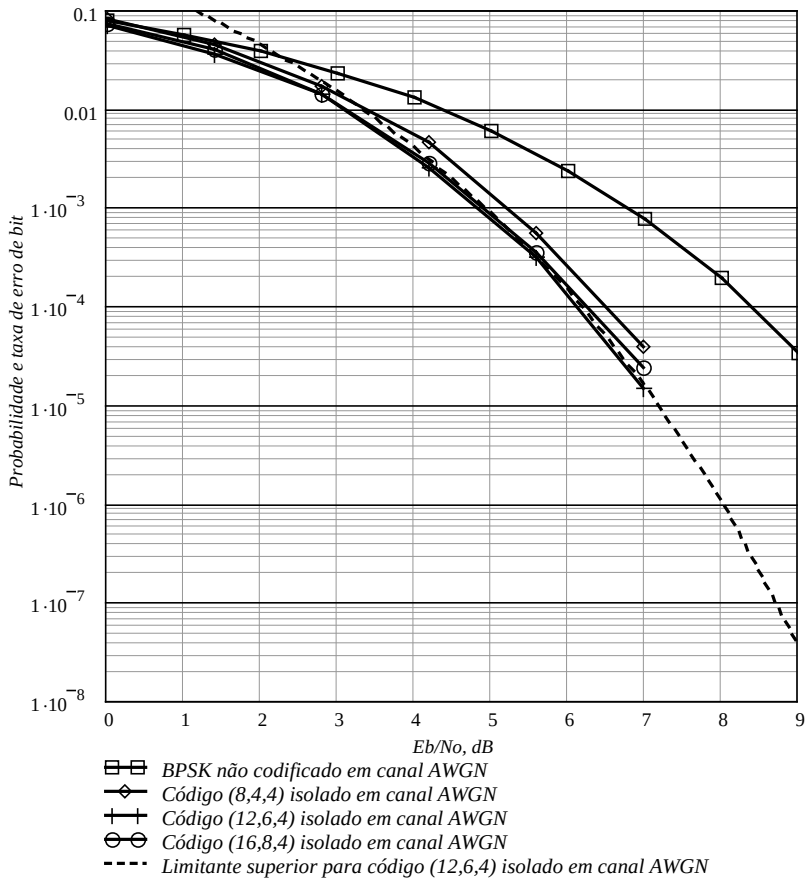

Fig. 4.5. Desempenho dos códigos (8,4,4), (12,6,4) e (16,8,4) em canal AWGN.

A Fig. 4.6 ilustra a redução progressiva na taxa de erro de bit em função do número de iterações, em canal AWGN, para um esquema de concatenação serial conforme estrutura de um código produto bidimensional (2D) com componentes (8,4,4), com decodificação turbo através da combinação dos algoritmos de Wagner e Pyndiah. Verifica-se que com o aumento do número de iterações tem-se melhoria de desempenho, como era esperado, mas os retornos observados são cada vez menores.

Assim como pode ser verificado em [Pyn98], o processo de convergência do algoritmo proposto demonstra ser bastante suave, permitindo que sejam obtidas significativas melhorias de desempenho a valores ainda mais elevados do número de iterações. Embora isto seja verdade, todas as simulações executadas para composição dos resultados apresentados nesta seção operam com um número de iterações sempre igual a 10, número este que representa uma boa relação de compromisso entre tempo de decodificação e desempenho.

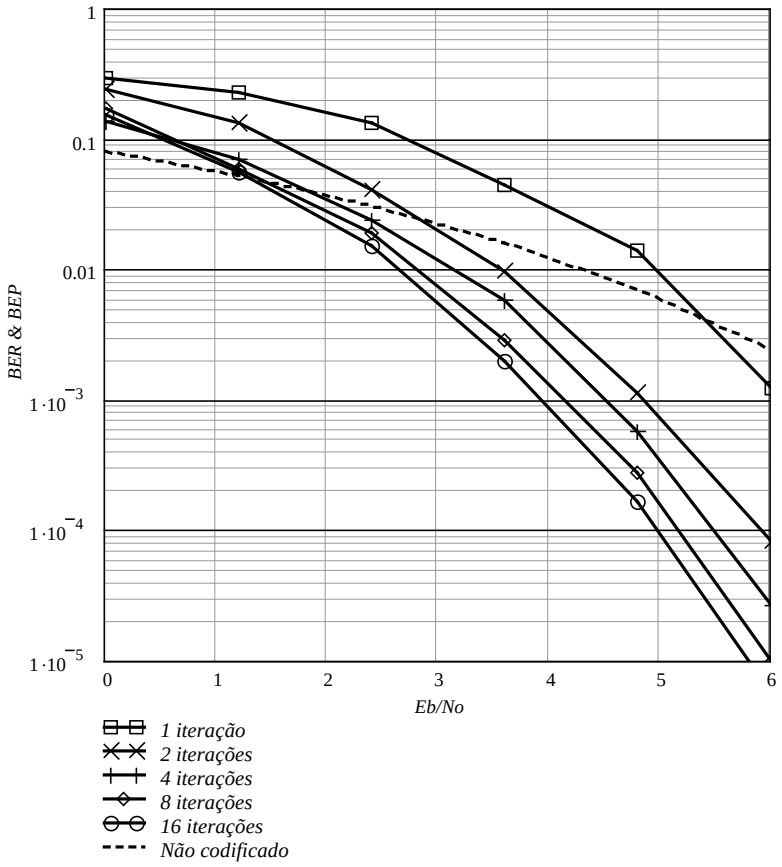

Fig. 4.6. Evolução no desempenho do código produto 2D com componentes (8,4,4) em canal AWGN, em função do número de iterações.

A Fig. 4.7 mostra o desempenho do código produto 2D formado com componentes (8,4,4), em canal AWGN, com sinalização BPSK, em comparação com correspondentes limitantes. Percebe-se que para um valor de E_b/N_0 por volta de 5,5 dB, o desempenho desse código ultrapassa o limitante superior de probabilidade de erro de bit calculado segundo os critérios apresentados no Capítulo 3, estes baseados na proposta de Benedetto em [Ben98b]. Justifica-se este comportamento devido ao

fato do limitante calculado segundo [Ben98b] considerar como regra de entrelaçamento temporal entre os códigos concatenados uma regra com comportamento probabilístico. Portanto, o limitante calculado segundo esta regra pode ser considerado como um limitante de máxima verossimilhança "médio".

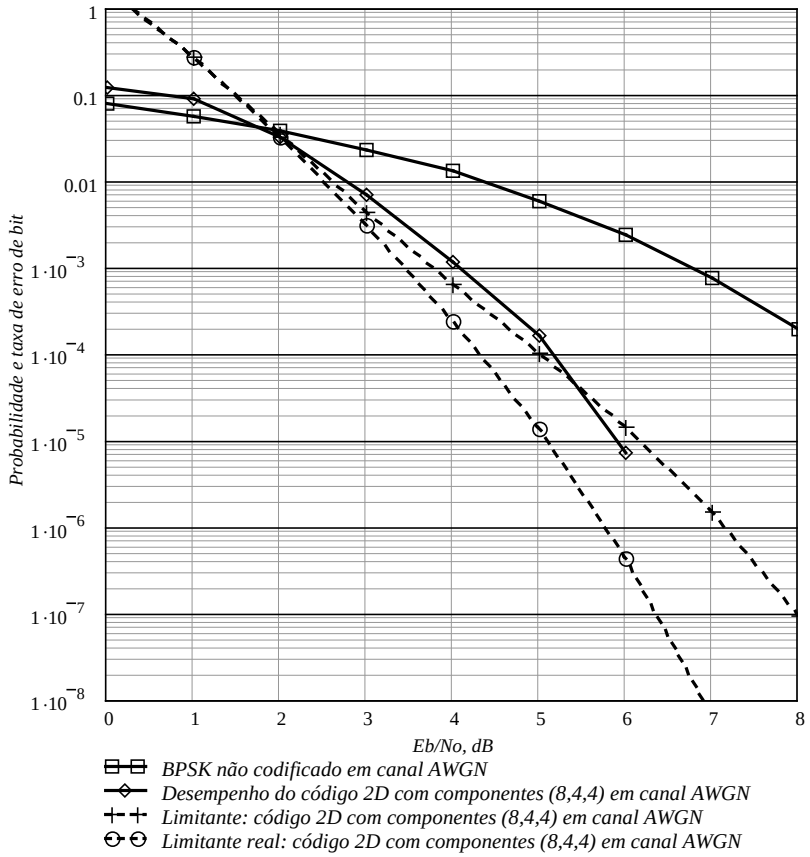

Fig. 4.7. Desempenho do código produto 2D com componentes (8,4,4) em canal AWGN.

Uma regra específica de entrelaçamento temporal pode, com elevada probabilidade, levar a um resultado conforme previsto pelo limitante médio, mas certas regras poderão levar a resultados abaixo ou acima deste limitante. Para comprovar esta afirmação, uma rotina computacional foi implementada para calcular a distribuição real de pesos do código 2D em questão. Tal distribuição foi então utilizada para que fosse estimado o limitante de máxima verossimilhança real para a probabilidade de erro de bit deste código. Conforme pode ser observado através da Fig. 4.7, o desempenho do código 2D sob análise se encontra coerentemente acima de tal limitante, posto que a

decodificação turbo proposta não corresponde à uma decodificação de máxima verossimilhança. *O limitante superior de probabilidade de erro de bit para decodificação de máxima verossimilhança (decodificação ótima) torna-se então, para valores elevados de E_b/N_0, um limitante inferior para o esquema de decodificação sub-ótimo proposto*. Para valores baixos de E_b/N_0 há divergência na curva que expressa o limitante, comportamento este considerado normal quando se utiliza o limitante de união [Ben98b, Fig. 1].

A Fig. 4.8 mostra o desempenho do código produto 2D formado com componentes (12,6,4) em canal AWGN, com sinalização BPSK, em comparação com o correspondente limitante médio.

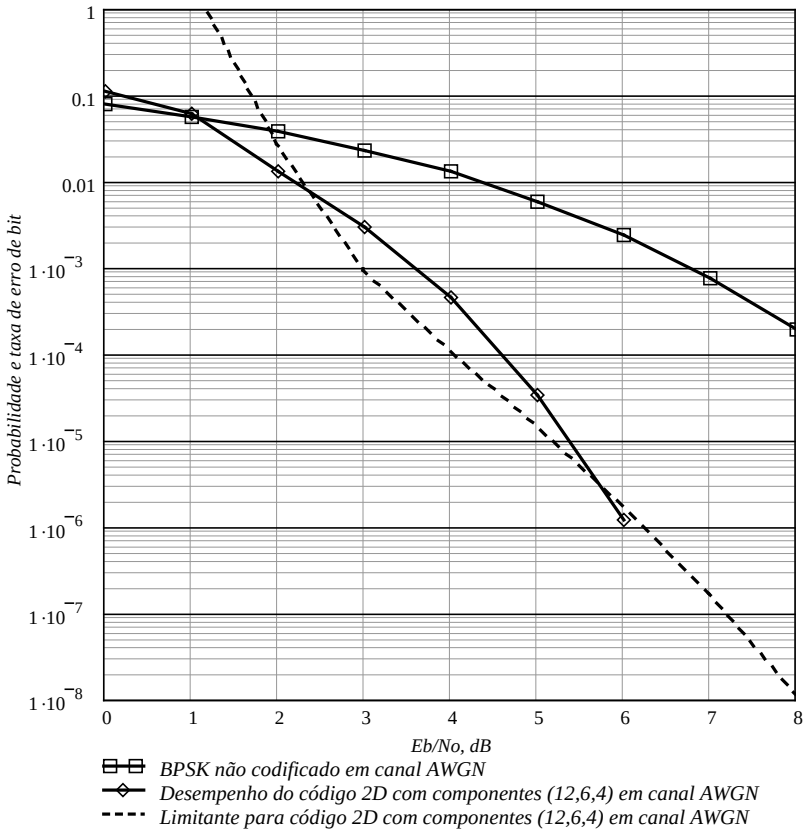

Fig. 4.8. Desempenho do código produto 2D com componentes (12,6,4) em canal AWGN.

Observa-se na Fig. 4.8 que para um valor de E_b/N_0 por volta de 5,7 dB, o desempenho desse código ultrapassa o limitante, pelas mesmas razões anteriormente consideradas para o código 2D com componentes (8,4,4). Observa-se que, ao contrário do comportamento proporcionado pelos códigos isolados, o uso de códigos componentes (12,6,4) na composição do código produto 2D em voga

proporciona significativa melhoria de desempenho em relação ao código 2D com componentes (8,4,4). A diferença de desempenho é aproximadamente a mesma daquela prevista pelos correspondentes limitantes.

A Fig. 4.9 mostra o desempenho do código produto 2D formado com componentes (16,8,4) em canal AWGN, com sinalização BPSK, em comparação com o correspondente limitante médio. Nota-se que o uso de códigos componentes (16,8,4) na composição do código produto 2D em questão proporciona apenas uma pequena melhoria de desempenho em relação ao código 2D com componentes (12,6,4). A diferença de desempenho é praticamente a mesma daquela prevista pelos correspondentes limitantes. Portanto, assim como para o caso dos códigos isolados, o código (12,6,4) continua sendo a melhor opção de escolha dentre os demais considerados, agora para composição do código produto 2D.

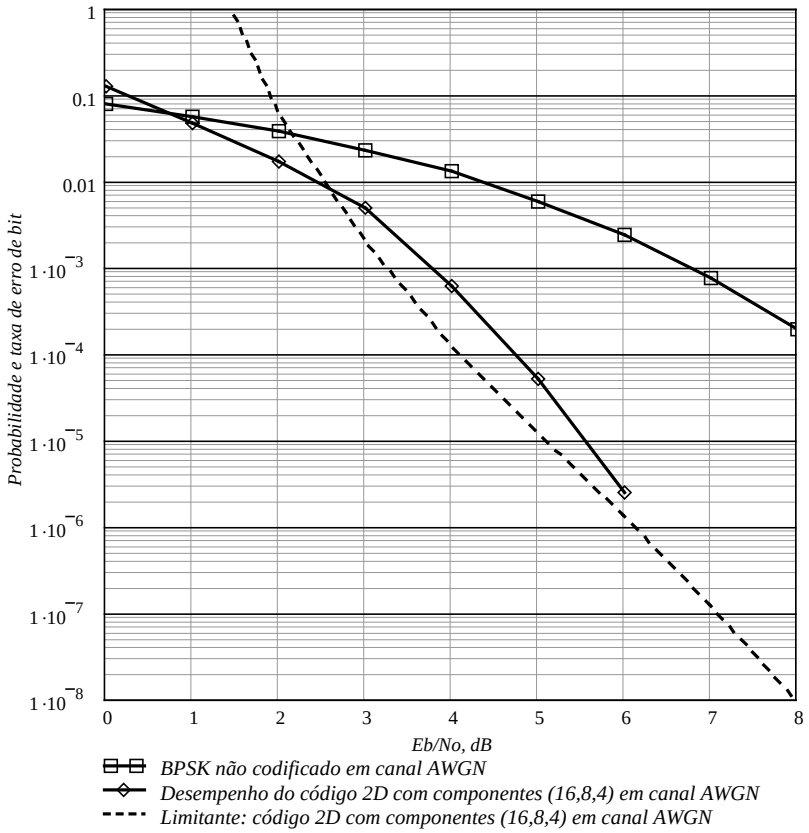

Fig. 4.9. Desempenho do código produto 2D com componentes (16,8,4) em canal AWGN.

A Fig. 4.10 apresenta o desempenho do código produto 3D formado com componentes (8,4,4) em canal AWGN, com sinalização BPSK. Verifica-se uma ligeira melhoria de desempenho em relação ao código 2D com os mesmos componentes, principalmente para valores mais baixos de E_b/N_0.

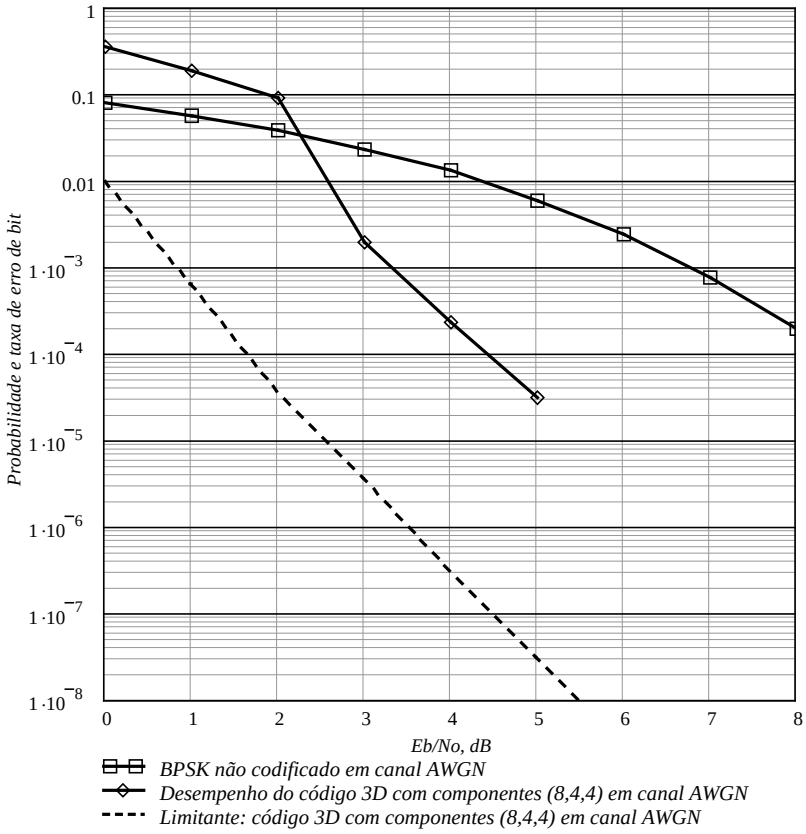

Fig. 4.10. Desempenho do código produto 3D com componentes (8,4,4) em canal AWGN.

Observa-se na Fig. 4.10, entretanto, que apesar de seguir o comportamento previsto pelo limitante, em termos da taxa de decréscimo da taxa de erro de bit com o aumento do valor de E_b/N_0, a distância entre este limitante e o desempenho real é bastante elevada, cerca de 3 dB. Este comportamento sugere a realização de estudos mais aprofundados sobre o algoritmo de decodificação, objetivando maior aproximação do desempenho do esquema proposto com o respectivo limitante superior de probabilidade de erro de bit. Em [Ran01] também se pode observar este comportamento de distanciamento entre o desempenho real e o limitante quando se aumenta a dimensão do código produto. Contudo, não estabelece-se com esta observação nenhuma relação do comportamento obtido em [Ran01] com o observado na Fig. 4.10, posto que os códigos componentes considerados

em [Ran01] são códigos de paridade simples e o algoritmo de decodificação turbo é completamente diferente daquele aqui considerado. Esta observação apenas enfatiza a possibilidade de melhoria em ambos os algoritmos.

Na Fig. 4.11 é apresentado o desempenho do código produto 3D formado com componentes (12,6,4) em canal AWGN, com sinalização BPSK. Percebe-se significativa melhoria de desempenho em relação ao código 2D com os mesmos componentes e em relação ao código 3D com componentes (8,4,4). Observa-se, assim como na Fig. 4.10, que apesar de também seguir o comportamento previsto pelo limitante, em termos da taxa de decréscimo da taxa de erro de bit com o aumento do valor de E_b/N_0, a distância entre este limitante e o desempenho real é bastante elevada, por volta de 3 dB, confirmando a sugestão de estudos mais aprofundados procurando oportunidades de melhorias no desempenho do esquema de decodificação turbo proposto para estes códigos tridimensionais.

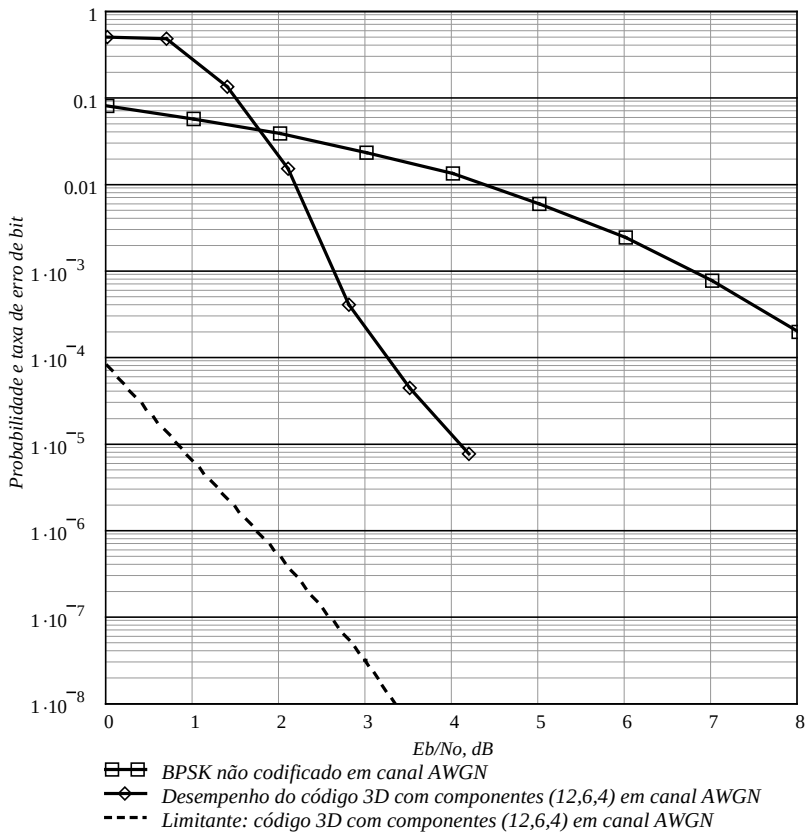

Fig. 4.11. Desempenho do código produto 3D com componentes (12,6,4) em canal AWGN.

Ainda nota-se na Fig. 4.11 que, apesar da distância significativa do limitante, o desempenho do código 3D com componentes (12,6,4) demonstra grande atratividade, pois, dada a grande simplicidade de codificação e decodificação, apresenta ganhos de codificação da ordem de 6 dB, para taxa de erro de bit igual a 10^{-5}, e uma distância do limite de Shannon para a taxa 1/8 (-1,2 dB) de aproximadamente 5,2 dB, também para taxa de erro de bit igual a 10^{-5}. Conclui-se que, para o canal AWGN, o código (12,6,4) continua sendo a melhor opção de escolha dentre os demais considerados, também para composição do código produto 3D.

Como poderá ser verificado na seção seguinte, apesar de também existir uma considerável diferença entre o desempenho real do código 3D em questão e o limitante para o canal com desvanecimento Rayleigh, o decréscimo da taxa de erro de bit com o aumento de E_b/N_0 é relativamente mais abrupto, tornando ainda mais atraente o uso do esquema de codificação 3D proposto para este tipo de canal e, por conseqüência, no sistema MC-DS-CDMA sob estudo.

É importante lembrar que para todos os resultados considerados nesta seção, até este ponto, o cálculo da confiabilidade das decisões tomadas pelo algoritmo de Wagner na estrutura de decodificação turbo foi realizado através da forma simplificada definida pela expressão (4.6). Apenas a título de comparação, a Fig. 4.12 apresenta o desempenho dos códigos produto 3D com componentes (8,4,4) e (12,6,4), para os quais o cálculo da confiabilidade das decisões tomadas pelo algoritmo de Wagner na estrutura de decodificação turbo foi realizado através da expressão (4.5). Percebe-se nessa figura que o uso de (4.5) em vez de (4.6) traz consideráveis melhorias de desempenho, a despeito da complexidade associada à estimação das palavras-código concorrentes operadas em (4.5). Aqui, a estimação dessas palavras-código foi realizada através de busca computacional; em [Pyn98] foi utilizado o algoritmo de Chase.

Observa-se também na Fig. 4.12 que o uso de (4.5) sinaliza que o "joelho" da curva de taxa de erro de bit *versus* E_b/N_0 deve ocorrer num patamar mais baixo de taxa de erro de bit, provavelmente no encontro da curva de desempenho com a curva do limitante superior de probabilidade de erro de bit. Esta observação dá indícios sobre um importante aspecto a ser considerado em eventuais tentativas de melhoria no desempenho do esquema de decodificação turbo proposto: o cálculo das confiabilidades das decisões do algoritmo de Wagner.

Outros códigos 2D e 3D investigados, para os quais os resultados não foram registrados nesta tese, também demonstraram considerável melhoria de desempenho com o uso de (4.5) em vez de (4.6) no cálculo das confiabilidades das decisões no algoritmo de decodificação turbo.

O código 3D com componentes (16,8,4), ou outros ainda mais longos, não foram levados em conta na análise aqui apresentada, posto que o comprimento das palavras de informação destes códigos é mais elevado que o que se tem como objetivo obter com o esquema proposto, número este que não deve ultrapassar 216 bits. A escolha desse valor é calcada nos típicos tamanhos de bloco de voz encontrados nas especificações de sistemas celulares [Tia99].

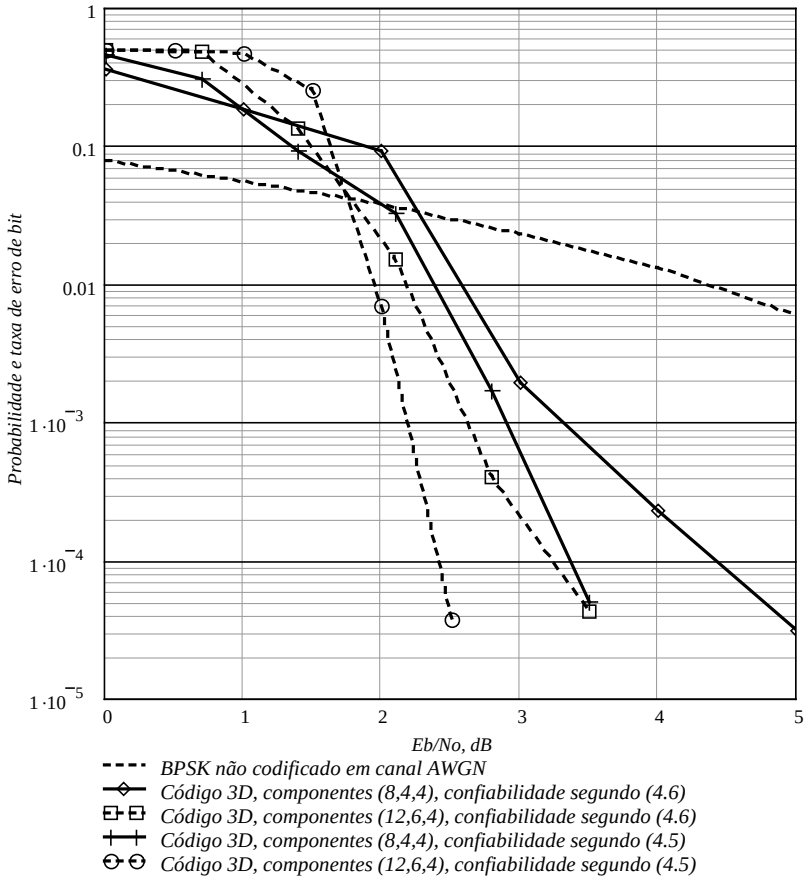

Fig. 4.12. Desempenho dos códigos produto 3D com componentes (8,4,4) e (12,6,4) em canal AWGN, com uso de (4.5) no cálculo das confiabilidades do algoritmo de decodificação turbo.

4.3. Desempenho em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulação para verificação do desempenho do esquema de codificação proposto em canal Rayleigh, com sinalização BPSK e *com o uso da*

informação de estado de canal apenas no receptor. Todos os casos simulados sem o uso da informação de estado de canal proporcionaram desempenho cerca de 1 dB inferior aos casos simulados com uso da informação de estado de canal no receptor e, por essa razão, os resultados correspondentes não foram registrados neste texto. Este comportamento difere daquele observado em [Pyn98], onde o uso de informação de estado de canal pelo receptor não trouxe melhoria significativa de desempenho, segundo o autor. Atribui-se esta diferença de comportamento às nuances de implementação do algoritmo de decodificação turbo em [Pyn98] e aqui, embora em [Pyn98] não seja explicitado como a informação de estado de canal foi utilizada no algoritmo.

Os gráficos apresentados nesta seção também mostram resultados de cálculo do limitante de probabilidade de erro de bit para o esquema de codificação de canal considerado em cada caso. A Fig. 4.13 mostra o desempenho dos códigos (8,4,4), (12,6,4) e (16,8,4) isolados em canal com desvanecimento Rayleigh. A figura também mostra o limitante superior de probabilidade de erro de bit para decodificação suave de máxima verossimilhança. Assim como no canal AWGN, os desempenhos destes códigos se mostraram bastante próximos uns dos outros, sendo que o código (12,6,4) corresponde à melhor situação.

Devido ao fato do algoritmo utilizado para decodificação desses códigos ser um algoritmo de máxima verossimilhança, é esperada grande proximidade do desempenho real com o limitante, o que pode ser verificado na Fig. 4.13 para o código (12,6,4) e seu correspondente limitante. Para os demais códigos considerados na Fig. 4.13 também tem-se esta proximidade, mas os correspondentes limitantes não foram registrados de forma a facilitar a visualização e inteligibilidade da figura.

Como previsto no Capítulo 3, através do estudo dos limitantes, o ganho de codificação para operação em canais com desvanecimento pode ser significativamente mais elevado que para operação no canal AWGN. Este fato pode ser verificado através de uma extrapolação da curva correspondente à sinalização BPSK sem codificação de canal, na Fig. 4.13, para a qual tem-se necessários aproximadamente 44 dB de E_b/N_0 para 10^{-5} de taxa de erro de bit. Pode-se obter ganhos maiores que 28 dB para os códigos em questão no canal Rayleigh, contra pouco mais de 2 dB no canal AWGN, conforme pode ser verificado através de uma extrapolação similar aplicada à Fig. 4.5, embora a operação no canal Rayleigh exija, à esta taxa de erro de 10^{-5} e para os códigos em questão, aproximadamente 9 dB a mais na relação E_b/N_0 que no canal AWGN.

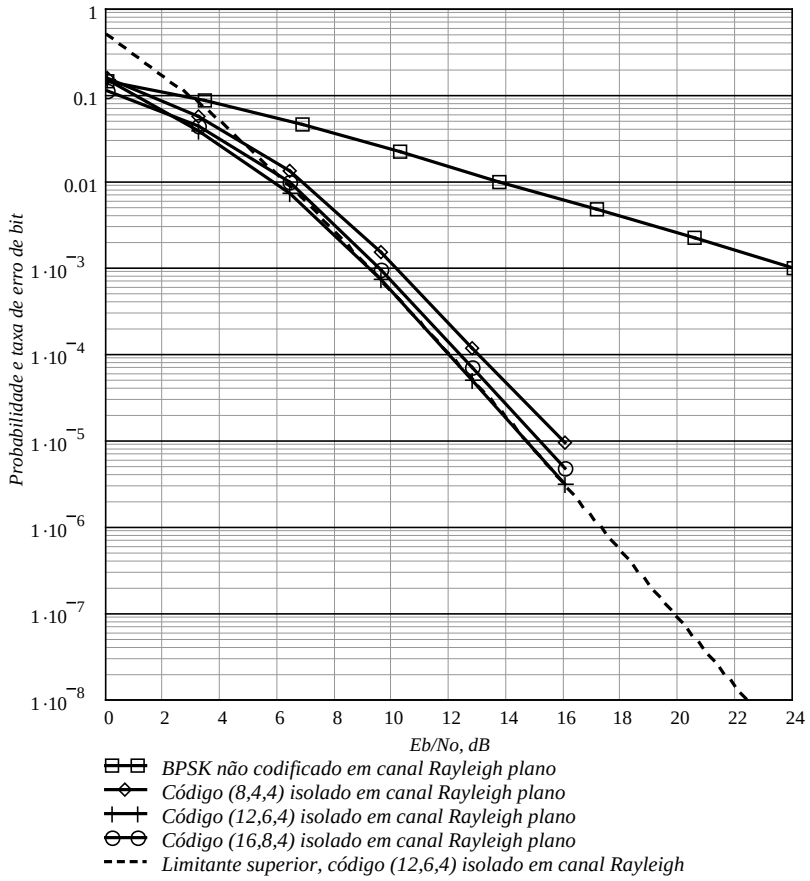

Fig. 4.13. Desempenho dos códigos (8,4,4), (12,6,4) e (16,8,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

A Fig. 4.14 ilustra a redução progressiva na taxa de erro de bit em função do número de iterações, em canal Rayleigh, para o código produto bidimensional com componentes (8,4,4). Confirma-se que com o aumento do número de iterações tem-se melhoria de desempenho, mas os retornos observados são cada vez menores. Como no canal AWGN, o processo de convergência do algoritmo proposto é suave, ligeiramente mais suave que no caso do canal AWGN, permitindo que sejam obtidas significativas melhorias de desempenho a valores ainda mais elevados para o número de iterações. Todas as simulações executadas para composição dos resultados apresentados nesta seção operaram com um número de iterações sempre igual a 10.

A Fig. 4.15 apresenta o desempenho do código produto bidimensional com componentes (8,4,4) no canal Rayleigh, para sinalização BPSK. Como também observado no caso do canal AWGN, o desempenho deste código chega a ultrapassar o limitante superior médio de probabilidade de erro de bit, pelas mesmas razões já mencionadas para o caso do canal AWGN. O limitante

superior calculado com a distribuição de pesos real do código em análise também é apresentado na Fig. 4.15, indicando que, a partir da taxa de erro de bit de 10^{-6}, o comportamento do código tenderá a seguir a taxa de decréscimo prevista por este limitante real.

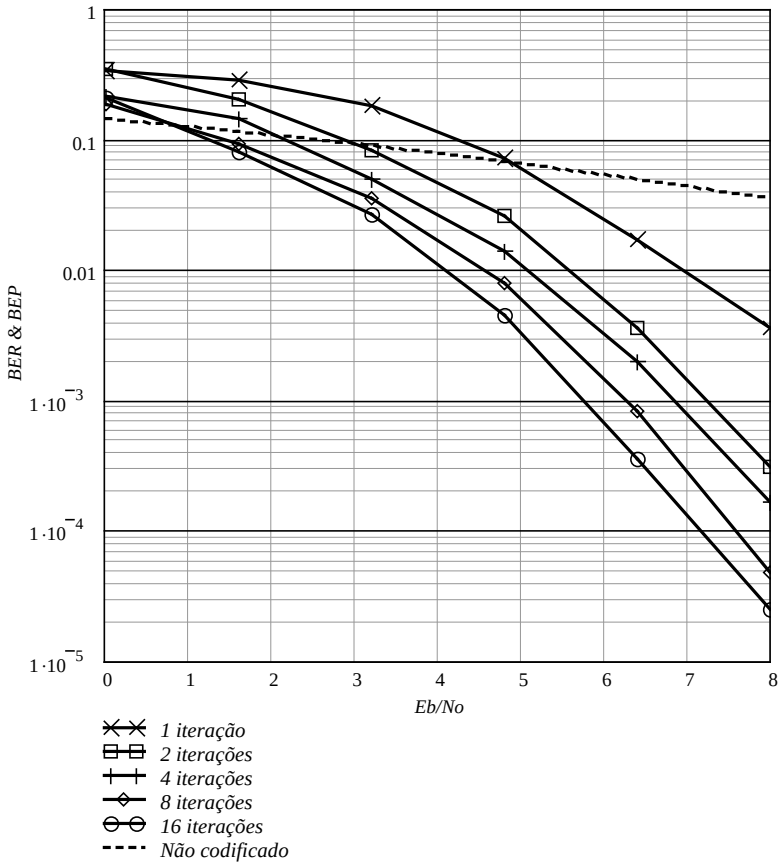

Fig. 4.14. Evolução no desempenho do código produto 2D com componentes (8,4,4) em canal Rayleigh, em função do número de iterações.

Ainda pode-se verificar na Fig. 4.15 o elevado ganho de codificação proporcionado pelo esquema 2D com componentes (8,4,4). A uma taxa de erro de bit de 10^{-5} este ganho se situa por volta de 34,5 dB, contra pouco mais de 3,5 dB no canal AWGN, conforme pode ser verificado com o auxílio da Fig. 4.7. E para este código, a operação no canal Rayleigh exige, à taxa de erro de 10^{-5}, apenas 2,5 dB a mais na relação E_b/N_0 que no canal AWGN.

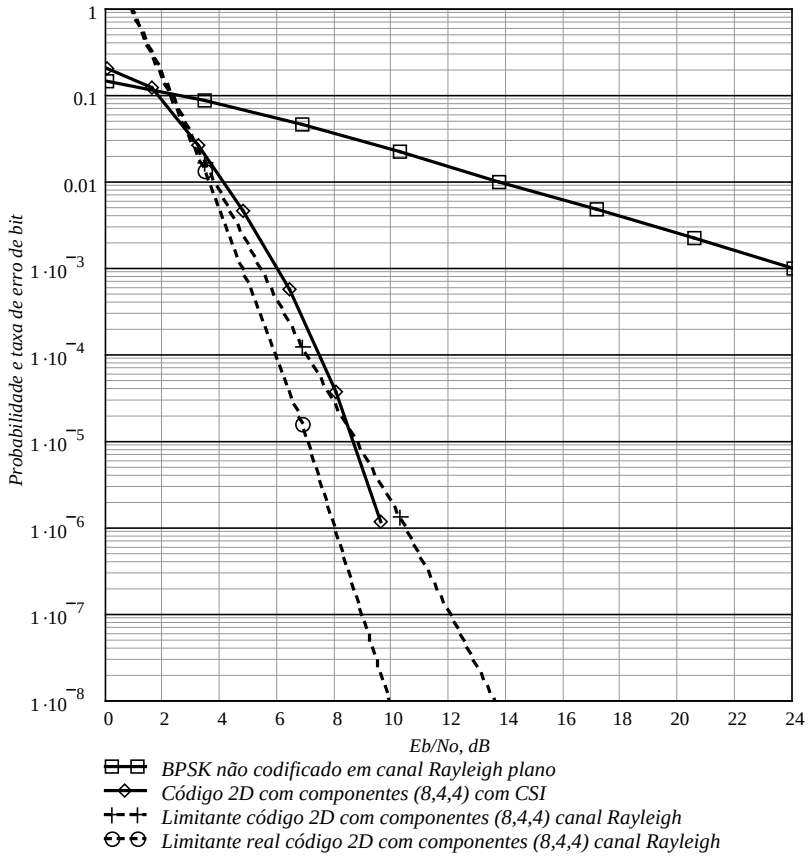

Fig. 4.15. Desempenho do código produto 2D formado com componentes (8,4,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

A Fig. 4.16 registra o desempenho do código produto 2D formado com componentes (12,6,4) em canal Rayleigh, e também o correspondente limitante superior médio de probabilidade de erro de bit. Percebe-se uma pequena melhoria de desempenho em relação ao código 2D com componentes (8,4,4), mas também um distanciamento maior do limitante. Ainda assim, pode-se observar na Fig. 4.16 o considerável ganho de codificação proporcionado pelo esquema 2D com componentes (12,6,4). A uma taxa de erro de bit de 10^{-5} este ganho se situa por volta de 36,5 dB, contra pouco mais de 4 dB no canal AWGN, como pode ser verificado através da Fig. 4.8. Para este código, a operação no canal Rayleigh exige, à taxa de erro de 10^{-5}, por volta de apenas 1,5 dB a mais na relação E_b/N_0 que no canal AWGN.

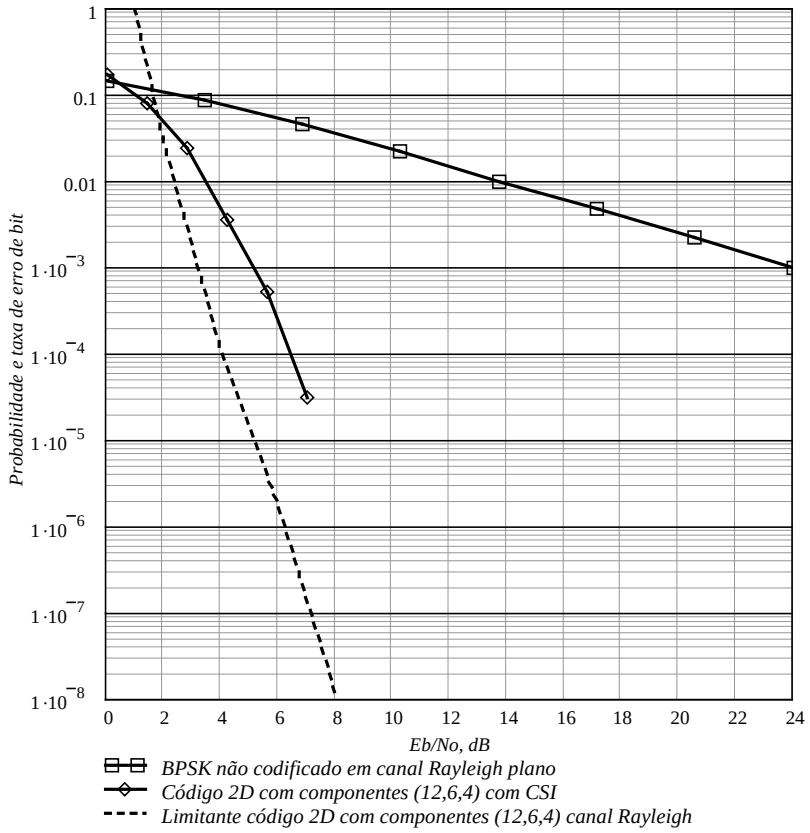

Fig. 4.16. Desempenho do código produto 2D formado com componentes (12,6,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

A Fig. 4.17 apresenta o desempenho do código produto 2D com componentes (16,8,4) em canal Rayleigh e o correspondente limitante. Pode-se observar uma ligeira redução no desempenho de tal código em relação àquele formado com componentes (12,6,4) e, considerando o significativo aumento no comprimento das palavras-código do código em questão – o dobro – em relação ao código 2D com componentes (12,6,4), a opção pela utilização deste último em aplicações reais e o descarte daquele com componentes (16,8,4) são plenamente justificados.

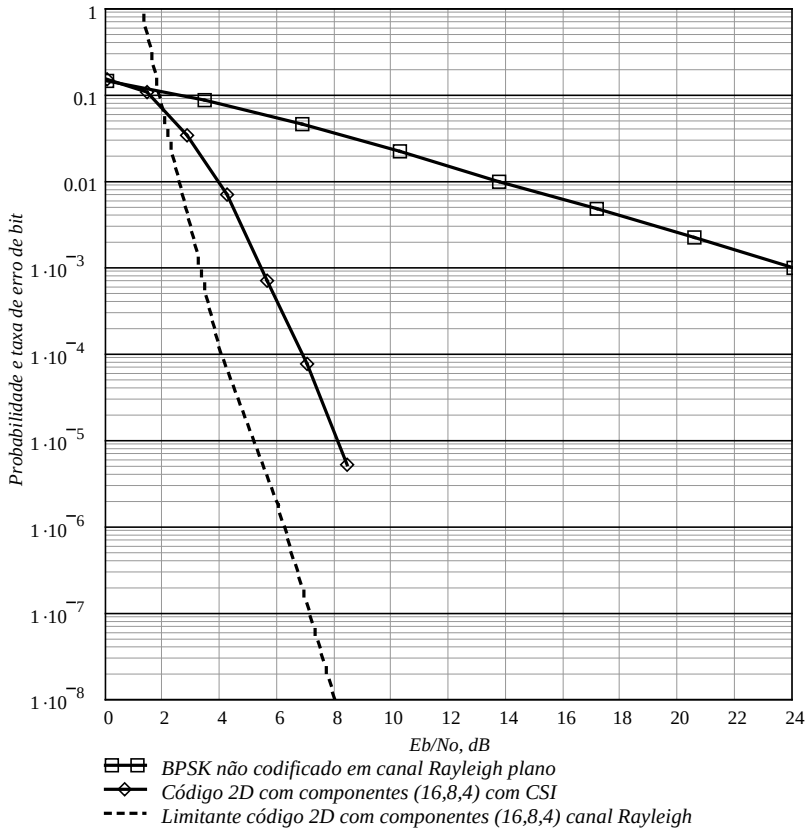

Fig. 4.17. Desempenho do código produto 2D formado com componentes (16,8,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

Na Fig. 4.18 é mostrado o desempenho do código 3D formado com componentes (8,4,4) em canal Rayleigh. Como também verificado para o canal AWGN, o desempenho de tal código tende a seguir a taxa de decréscimo da taxa de erro de bit com o aumento de E_b/N_0 ditada pelo limitante, mas a uma distância deste limitante de cerca de 3 dB, pouco mais que no canal AWGN. Entretanto, a queda da taxa de erro para o canal Rayleigh é relativamente mais abrupta, tornando também bastante atrativo o esquema 3D com componentes (8,4,4). Por exemplo, a 10^{-5} de taxa de erro de bit tem-se um ganho de codificação de cerca de 38,5 dB no canal Rayleigh, contra apenas cerca de 3,5 dB no canal AWGN. E conforme pode ser verificado como o auxilio da Fig. 2.9, no Capítulo 2, para este código, que possui taxa igual a 1/8, tem-se um desempenho que dista apenas cerca de 7 dB do limite de Shannon, este por volta de –1 dB para o caso em questão, a 10^{-5} de taxa de erro de bit.

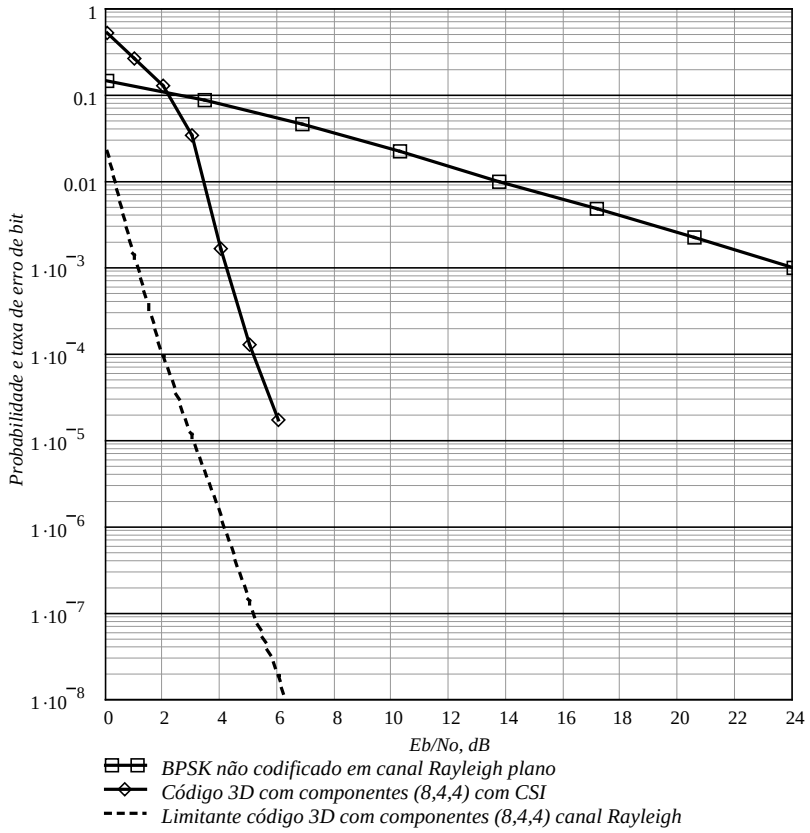

Fig. 4.18. Desempenho do código produto 3D formado com componentes (8,4,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

A Fig. 4.19 apresenta o desempenho do código 3D formado com componentes (12,6,4) em canal Rayleigh. Conforme também verificado para o canal AWGN, o desempenho de tal código tende a seguir a taxa de decréscimo da taxa de erro de bit com o aumento de E_b/N_0 ditada pelo limitante, mas a uma distância deste limitante de cerca de 3 dB, pouco mais que no canal AWGN. Assim como para o código 3D com componentes (8,4,4), a queda da taxa de erro para o canal Rayleigh é relativamente mais abrupta, tornando o esquema 3D com componentes (12,6,4) também bastante atrativo. Por exemplo, a 10^{-5} de taxa de erro de bit tem-se um ganho de codificação de cerca de 39 dB no canal Rayleigh, contra cerca de 5,3 dB no canal AWGN. E conforme também pode ser verificado como o auxilio da Fig. 2.9, no Capítulo 2, para este código, que possui taxa igual a 1/8, tem-se um desempenho que dista apenas cerca de 6 dB do limite de Shannon, este por volta de –1 dB para a taxa em questão, a 10^{-5} de taxa de erro de bit.

A significativa distância do desempenho real dos códigos 3D no canal Rayleigh em relação aos correspondentes limitantes sugere, como no caso do canal AWGN, que o algoritmo de

decodificação seja estudado de forma mais aprofundada em pesquisas futuras, objetivando-se reduzir tal distância. Ainda assim, considera-se que o desempenho proporcionado pelos esquemas tridimensionais aqui analisados é um desempenho adequado ao objetivo que se propõe: a aplicação no sistema MC-DS-CDMA modificado descrito no Capítulo 1.

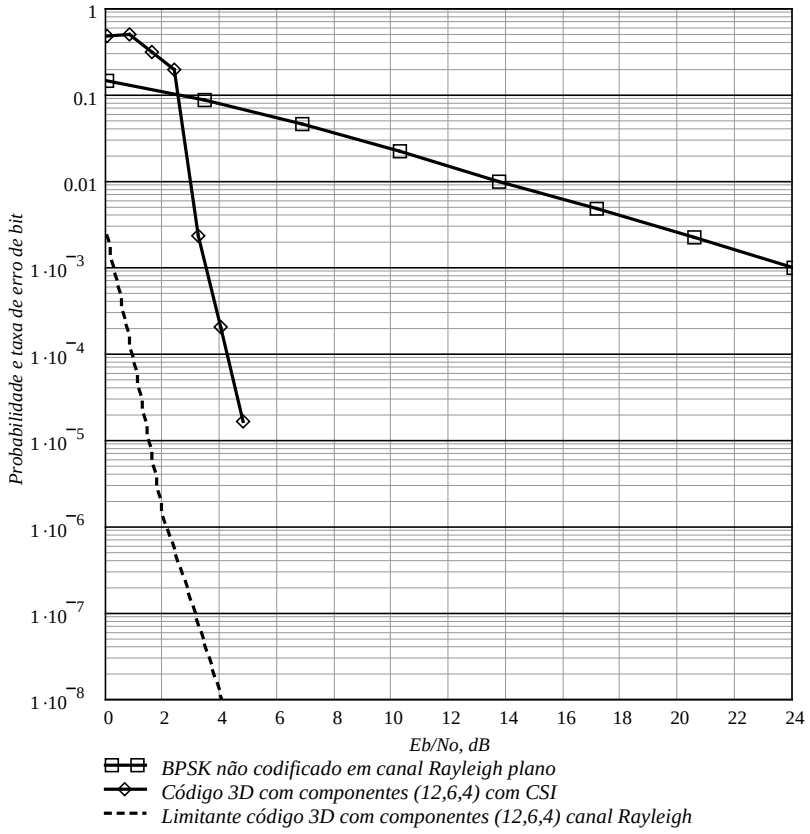

Fig. 4.19. Desempenho do código produto 3D formado com componentes (12,6,4) em canal Rayleigh plano com uso de informação de estado de canal no receptor.

Assim como para o canal AWGN, e pelas mesmas razões já apresentadas em relação a esta questão, o código 3D com componentes (16,8,4) ou ainda mais longos não foi considerado na análise aqui apresentada para o canal Rayleigh.

Capítulo 5

Aplicação dos esquemas de codificação e decodificação no sistema MC-DS-CDMA

NESTE capítulo, os esquemas de codificação e decodificação considerados nos Capítulos 3 e 4, respectivamente, são aplicados ao sistema MC-DS-CDMA modificado descrito no Capítulo 1. Inicialmente apresentam-se algumas considerações sobre as simulações efetuadas para avaliação do desempenho do sistema sob estudo. Em seguida são apresentadas duas propostas de codificação de canal: na primeira o codificador e o decodificador de canal são convencionalmente colocados na entrada do transmissor e na saída do receptor, respectivamente. Na segunda configuração o codificador e o decodificador de canal são inseridos na estrutura do transmissor e do receptor, respectivamente. Resultados de simulação são então fornecidos e comentados.

5.1. Análise do sistema MC-DS-CDMA por simulação computacional

Para facilitar a leitura e interpretação dos resultados apresentados neste capítulo, a seguir são reapresentadas as definições dos parâmetros do sistema.

- M é o número de saídas do conversor série/paralelo do sistema;
- S é o número de repetições dos bits em cada saída do conversor série/paralelo;
- L_1 é o número de percursos de propagação do sinal para o caso de portadora única;

- λ é o número de filtros casados por portadora no receptor;
- K é o número de usuários considerados;
- N_1 é o número de *chips* das seqüências de espalhamento para o caso de portadora única;
- ρ é o coeficiente de correlação entre as envoltórias das portadoras das réplicas dos bits de saída do conversor série/paralelo; e
- o perfil de intensidade de potência determina a distribuição da potência dos múltiplos percursos de propagação em função do espalhamento temporal do canal.

Como alternativa e complemento ao método de análise proposto por E. Sourour e M. Nakagawa em [Sou96], para a composição dessa tese, optou-se por simular por computador o sistema MC-DS-CDMA de uma forma que fosse possível a sua avaliação em configurações diferentes da original, com a inclusão do esquema de codificação de canal com decodificação turbo proposto neste trabalho. Alguns resultados analíticos de [Sou96] foram utilizados, porém com o único intuito de determinar valores das grandezas que foram geradas e operadas por computador, segundo o método de *Monte Carlo*. Todas as simulações e outras rotinas pertinentes foram desenvolvidas com o uso do *software Mathcad*, na versão 2001*i Professional*.

Certas considerações levadas em conta nas simulações, algumas delas não mencionadas com este enfoque até esse ponto do texto, merecem ser destacadas:

- o sinal recebido pelo receptor de um usuário é considerado como perfeitamente demodulado (estimativas de fase da portadora sem nenhum erro) e também considera-se perfeito o sincronismo com a seqüência de espalhamento de interesse e a estimação dos ganhos do canal no receptor;
- por simplicidade, o processo de entrelaçamento temporal utilizado foi omitido (considerado ideal). Portanto, os desvanecimentos que afetam cada símbolo consecutivo transmitido através do canal são considerados independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) no tempo;
- o grau de correlação entre as envoltórias das portadoras que transportam réplicas de um mesmo bit ou bits codificados foi considerado nulo nos cálculos. Em situações reais, esse grau de correlação será tanto menor quanto maior for a separação entre tais portadoras e, para certos valores dos parâmetros do sistema, pode-se fazer com que essa correlação seja mínima, a ponto de poder ser desprezada;

- tendo como sustentação um dos resultados apresentados em por E. Sourour e M. Nakagawa [Sou96, Fig. 7], para avaliação do sistema sem codificação de canal e com codificação de canal interna, os valores das variâncias das interferências em cada um dos ramos p, $p = 1, 2, ..., M$, foi feito igual à média das variâncias das interferências em todos os M ramos. Portanto, a probabilidade de erro de bit total estimada por simulação, considerando-se que a distribuição dos bits na saída do conversor S/P é uniforme, pode ser considerada igual à probabilidade de erro de bit em um dos M ramos. Para avaliação do sistema com codificação externa, a probabilidade de erro de bit foi estimada como a média nos M ramos, considerando, portanto, as diferenças nas variâncias das interferências nesses ramos.

As simulações e outras rotinas computacionais realizadas para composição dessa tese foram implementadas com os principais objetivos:

- permitir a análise da capacidade do sistema MC-DS-CDMA estudado, para várias configurações de seus parâmetros, no canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência;
- permitir a simulação do sistema MC-DS-CDMA com ou sem codificação de canal, nas variadas possibilidades de implementação dos códigos sugeridos e nas variadas configurações do sistema;
- permitir a investigação do desempenho dos vários esquemas de codificação candidatos durante a etapa de pesquisas e suportar as avaliações mais detalhadas dos esquemas propostos nesta tese, através do estudo de limitantes superiores de probabilidade de erro de bit e de capacidade em canal AWGN e Rayleigh.

Em [Gui98a] podem-se obter resultados complementares e/ou preliminares de simulação do sistema MC-DS-CDMA para:

- desvanecimentos Rayleigh correlacionados nas portadoras que transportam réplicas de um mesmo bit;
- análise do desempenho do sistema com a regra original de combinação sub-ótima, a EGC, em comparação com a regra de combinação ótima MRC tanto para desvanecimentos independentes quanto correlacionados nas portadoras que transportam réplicas de um mesmo bit;

- análise do desempenho do sistema com codificação de canal implementada na entrada do transmissor e decodificação na saída do receptor. Os códigos lá utilizados foram simples códigos de arranjo generalizado, GAC (do Inglês, *Generalized Array Codes*) [Hon97] decodificados pelo algoritmo de Wagner;
- análise do desempenho do sistema com codificação de canal implementada na saída do conversor S/P do transmissor e decodificação na entrada do conversor P/S do receptor. Os códigos utilizados foram, também, simples códigos de arranjo generalizado, decodificados pelo algoritmo de Wagner;

5.2. Codificação de canal para o sistema MC-DS-CDMA

Nesta seção são apresentadas as propostas de inserção de codificação e decodificação de canal no sistema MC-DS-CDMA modificado. A codificação, suportada pelas análises consideradas no Capítulo 3, é baseada em um esquema de concatenação serial de códigos de bloco conforme estrutura presente na formação de códigos produto, tendo como componentes códigos formados segundo a regra de concatenação generalizada abordada também no Capítulo 3. A decodificação é iterativa, utilizando uma modificação do algoritmo de decodificação turbo proposto por Pyndiah, em [Pyn98]. Nessa modificação, o algoritmo elementar é implementado com o algoritmo de Wagner [Sil54] e a confiabilidade da decisão abrupta fornecida por este algoritmo é calculada pela multiplicação desta decisão por um fator positivo e crescente a cada passo de decodificação, conforme descrito detalhadamente no Capítulo 4. Resultados de simulação são apresentados e discutidos e comparados com os limites atingíveis de taxa de transmissão, estes determinados pela capacidade do sistema, conforme registrado no Capítulo 2.

5.2.1. Introdução

Como citado no Capítulo 4, são recentes as iniciativas de pesquisa sobre códigos de bloco turbo, sendo que as principais publicações a respeito praticamente aconteceram a partir de 1996 [Hag96], [Nic97a], [Nic97b], [Pyn98], [Hun98a], [Hun98b], [Dav01] e [Ran01]. Desde então tem-se buscado

soluções ótimas ou sub-ótimas para decodificação iterativa desses esquemas, sendo a publicação de R. M. Pyndiah [Pyn98] uma das mais citadas na literatura.

Entretanto, foram publicados poucos resultados de pesquisas sobre a aplicação de códigos turbo em sistemas com múltiplas portadoras. Resultados de pesquisa sobre a utilização de códigos de bloco com decodificação turbo nesses sistemas são encontrados com ainda menor incidência. Pelo que é de conhecimento do autor até a data de elaboração dessa tese, foi identificada apenas uma recente iniciativa de aplicação de um esquema de concatenação serial bidimensional com componentes BCH, decodificado através do algoritmo de Pyndiah/Chase, em modems *x*DSL com tecnologia OFDM [Van02]. Nenhuma publicação referente à aplicação de códigos de bloco turbo em sistemas CDMA multiportadora foi identificada até então. Em [Row98] é proposto um esquema de codificação de canal para um sistema MC-CDMA, porém utilizando códigos turbo convolucionais.

Outros esquemas de codificação de canal aplicados em sistemas CDMA multiportadora identificados na literatura são [Faz93], [Row95], [Max96], [Max97a], [Max97b], [Sti97a], [Sti97b] [Row99a] e [Row99b]. Propostas de esquemas de codificação para sistemas com múltiplas portadoras, sem combinação com múltiplo acesso CDMA, podem ser encontradas em [Och97], [San96] e [Gom02], a título de exemplo.

5.2.2. Codificação de canal segundo o *esquema 1*

Abordado no Capítulo 2, o *esquema 1* de codificação de canal é aquele em que o codificador é colocado na entrada transmissor do sistema (entrada do conversor S/P) e o decodificador, um decodificador turbo nesse caso, é colocado na saída do conversor P/S do receptor. Em termos de implementação, o conversor P/S pode ser excluído, dando lugar ao decodificador turbo que operaria com *M* entradas suaves, fornecendo em sua saída os bits de informação estimados numa taxa igual à taxa de informação na entrada do transmissor do sistema. A Fig. 5.1 apresenta o diagrama do transmissor e a Fig. 5.2 apresenta o diagrama do receptor para o sistema MC-DS-CDMA codificado segundo o *esquema 1*. No receptor do sistema original de [Sou96] a regra de combinação utilizada é a regra EGC. Entretanto, como o esquema de decodificação proposto nessa tese faz uso da

informação de estado de canal, a utilização da regra de combinação MRC se torna simples, podendo ser também considerada.

Pode-se interpretar o *esquema 1* como um esquema onde há a concatenação do código externo, um código produto, com um código de repetição interno. A regra de combinação MRC atua como uma regra de decodificação de máxima verossimilhança para o código de repetição, porém fornecendo para o decodificador externo a informação suave que será operada pelo processo de decodificação turbo. Outros códigos internos poderiam ser utilizados, desde que fornecessem em suas saídas decisões suaves a serem operadas pelo decodificador turbo externo. O código de repetição foi aqui considerado devido principalmente a três motivadores:

- permite obtenção de saída suave de forma pouco complexa;
- permite tratamento matemático das estatísticas do sinal na saída do combinador, o que viabiliza o estudo analítico do sistema e o cálculo de capacidade conforme descrito no Capítulo 2;
- sua forma de implementação é bastante simples e configura-se, há muito, uma maneira eficaz de implementação de diversidade como medida para melhoria do desempenho de sistemas de comunicação em canais com desvanecimento.

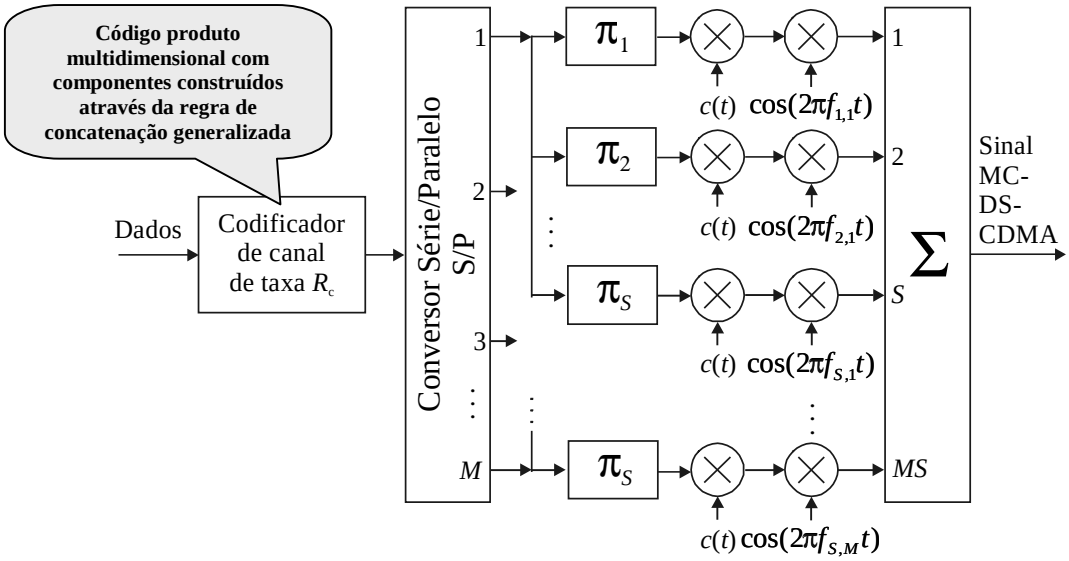

Fig. 5.1. Transmissor do sistema MC-DS-CDMA modificado com codificação de canal para o *esquema 1*.

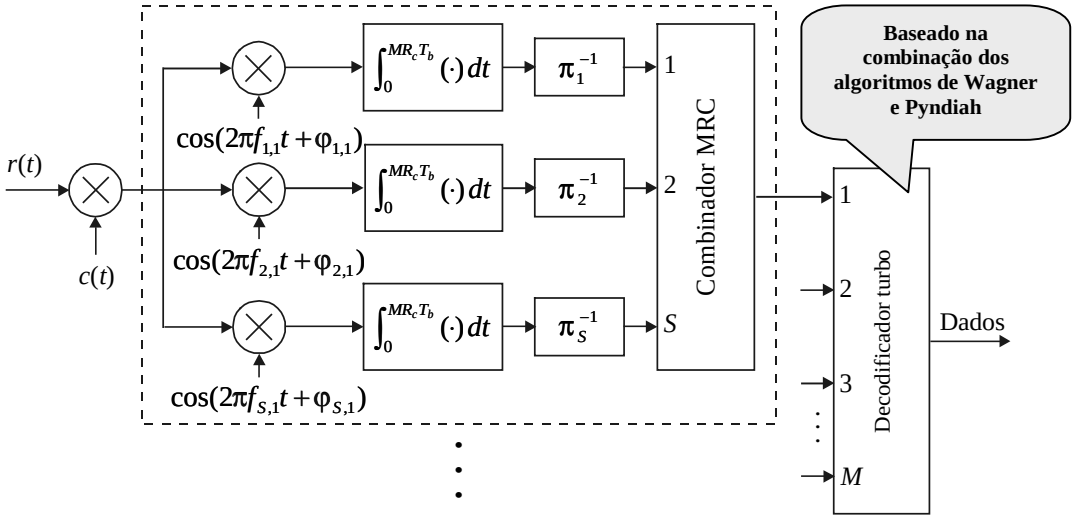

Fig. 5.2. Receptor do sistema MC-DS-CDMA com decodificação de canal turbo para o *esquema 1*.

5.2.3. Codificação de canal segundo o *esquema 2*

A Fig. 5.3 mostra a estrutura do transmissor para o sistema MC-DS-CDMA modificado de [Sou96] com a inclusão do *esquema 2* de codificação de canal proposto. Nesse esquema, como já abordado no Capítulo 2, cada saída do conversor S/P é conectada a um codificador de canal de taxa 1/*S* e as *S* saídas de cada um desses codificadores modulam diferentes portadoras ortogonais. A modulação aqui considerada é a BPSK, embora qualquer outra possa ser utilizada.

Percebe-se ainda que a inclusão do codificador de canal como ilustrado na Fig. 5.3 não altera nenhuma regra de determinação dos parâmetros do sistema original, posto que a "única" modificação no transmissor corresponde à troca de um bloco de repetição com *S* saídas por um bloco codificador contendo também *S* saídas. No receptor, esse ilustrado na Fig. 5.4, cada combinador EGC do sistema original de [Sou96] é substituído por um decodificador de canal turbo. As *M* saídas dos *M* decodificadores turbo passam por elementos de decisão e os *M* bits estimados a cada intervalo de sinalização são finalmente convertidos para a forma serial.

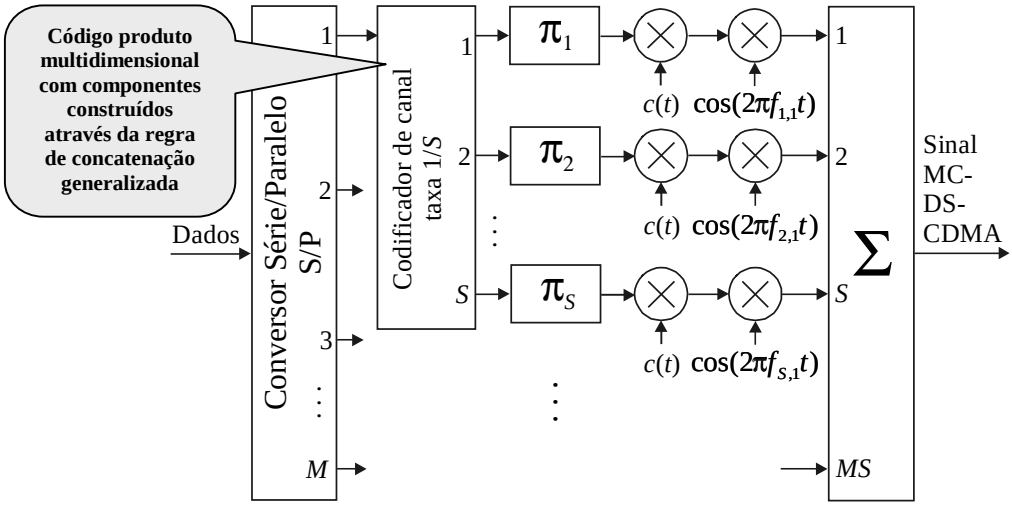

Fig. 5.3. Transmissor do sistema MC-DS-CDMA com codificação de canal segundo o *esquema 2*.

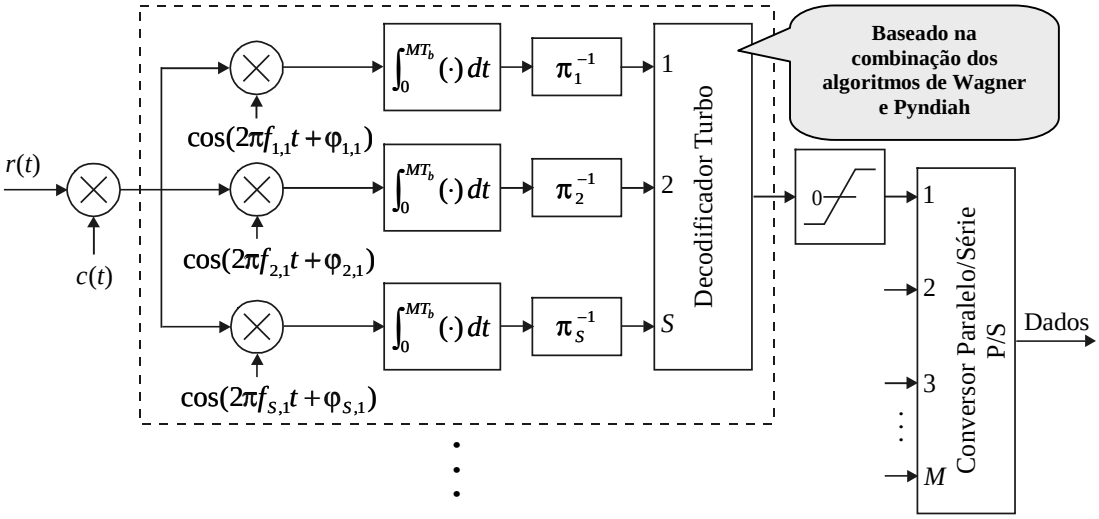

Fig. 5.4. Receptor do sistema MC-DS-CDMA modificado com decodificação de canal turbo segundo o *esquema 2*.

5.2.4. Adequação dos parâmetros do sistema para operação com mesma banda e mesma taxa de informação nas configurações dos *esquemas 1* e *2*

Por se tratar de um sistema que utiliza espalhamento espectral por seqüência direta, o sistema MC-DS-CDMA possui certa flexibilidade na determinação de seus parâmetros para atender a uma

determinada taxa de dados e a uma faixa de freqüências ocupada. Isto permite que, mesmo com a inclusão de esquemas de codificação de canal, sejam inalteradas a taxa de dados e a banda ocupada. O *esquema 2* de codificação (codificação interna), por não afetar nenhum dos parâmetros do sistema sem codificação, também não afeta a taxa de dados e a banda, mas para o *esquema 1* (codificação externa) há que se fazer uma adequação dos parâmetros de tal sorte que seja alcançada a equivalência em taxa e banda com o sistema sem codificação ou com o sistema com codificação segundo e *esquema 2*. Esta adequação é conseguida satisfazendo-se à igualdade

$$\frac{(M_e S_e + 1)N_e}{M_e R_c} = \frac{(M_i S_i + 1)N_i}{M_i} \tag{5.1}$$

onde o primeiro termo e o segundo termo de (5.1) correspondem, respectivamente, às larguras de faixa ocupadas pelo sistema com codificação externa (subscrito "*e*", *esquema 1*) e com codificação interna ou sem codificação (subscrito "*i*", *esquema 2*). R_c corresponde à taxa do código externo e N_e e N_i são os valores dos comprimentos das seqüências pseudo-aleatórias de espalhamento utilizadas em cada portadora (número de *chips* por bit de saída do conversor S/P do transmissor) para os sistemas com codificação externa e interna ou sem codificação, respectivamente.

Percebe-se grande flexibilidade em (5.1), em termos de possibilidades para os valores dos principais parâmetros do sistema. Para certos valores desses parâmetros há equivalência entre implementar a codificação externa ou internamente. Por exemplo, se $M = 4$ e $S = 1$ para o *esquema 1* com codificador de taxa igual a 1/2, tem-se equivalência com o *esquema 2* com $M = 2$ utilizando 2 codificadores de taxa igual a 1/2 em cada uma das M saídas do S/P. No receptor do *esquema 1*, um único codificador operará com as $MS = 4$ entradas suaves e no esquema 2, 2 codificadores operarão com duas entradas suaves cada um. Apenas a disposição temporal dos bits codificados no canal não será exatamente a mesma. Resultados de simulação ratificaram esta equivalência e não foram aqui registrados por não representarem importância relevante no contexto geral da tese.

Os resultados apresentados neste capítulo consideram que os valores de M e S são os mesmos para o sistema sem codificação de canal e com os *esquemas 1* e *2*, dado um sistema com portadora única de referência e, conseqüentemente, uma banda a ser ocupada e um adequado número de portadoras suficiente para que haja pequena correlação entre suas envoltórias. Esta consideração permitirá comparações de desempenho mais justas entre as configurações investigadas e, transportando-a para a expressão (5.1), tem-se a nova restrição

$$N_e = N_i R_c \tag{5.2}$$

ou seja, basta que N_e, para o sistema com codificação segundo o *esquema 1*, seja redimensionado através de

$$N_e = \frac{2M_e R_c}{M_e S_e + 1} N_1 \tag{5.3}$$

onde N_1 é o comprimento da seqüência de espalhamento para o caso do sistema de referência com portadora única. Assim, se nos casos analisados os valores de M e S são iguais, para que tanto a taxa de informação quanto a banda ocupada pelos sinais modulados sejam as mesmas, é necessário somente alterar o valor de N_e, para o sistema com codificação externa, de acordo com (5.3). Entretanto, a redução no valor de N_e pode levar a seqüências código de comprimento curto a ponto de não permitir que o número desejado de usuários seja acomodado no sistema. Mas, como mencionado no Capítulo 1, a seqüência código utilizada por cada usuário dentro de um intervalo de sinalização pode corresponder a partes ou sub-seqüências de uma seqüência PN longa, permitindo, portanto, valores pequenos para N_e e possibilitando ainda um número mais elevado de usuários.

5.2.5. Resultados e interpretações adicionais sobre capacidade

Nessa subseção são apresentados e comentados alguns resultados de cálculo de capacidade para o sistema MC-DS-CDMA, em termos de eficiência espectral, adicionais àqueles fornecidos no Capítulo 2. Os valores escolhidos para os parâmetros do sistema são valores que permitem justa comparação entre as análises das diferentes configurações propostas.

A Fig. 5.5 mostra resultados da estimação de eficiência espectral para o sistema MC-DS-CDMA na configuração do *esquema 1* para: M = 1, 4, 8 ou 32; S = 32, 8, 4 ou 1, respectivamente; N = 7, 31, 62 ou 248, respectivamente; L_1 = 17; N_1 = 128; K = 10; L = 1; λ = 1; ρ = 0; perfil de intensidade de potência uniforme; regra de combinação MRC ou EGC.

Ratificando as interpretações de resultados registrados no Capítulo 2, na Fig. 5.5 nota-se o aumento da capacidade do sistema com o aumento da ordem de diversidade, esta governada pelo

valor de S. Observa-se ainda que a capacidade do sistema MC-DS-CDMA para M = 1 e S = 32 se encontra bastante próxima da capacidade do canal AWGN, principalmente para baixos valores de taxa de codificação. Naturalmente, para que a banda ocupada pelo sinal modulado se mantenha, a inclusão de um codificador de canal de taxa R_c leva à necessidade de redução da taxa de dados.

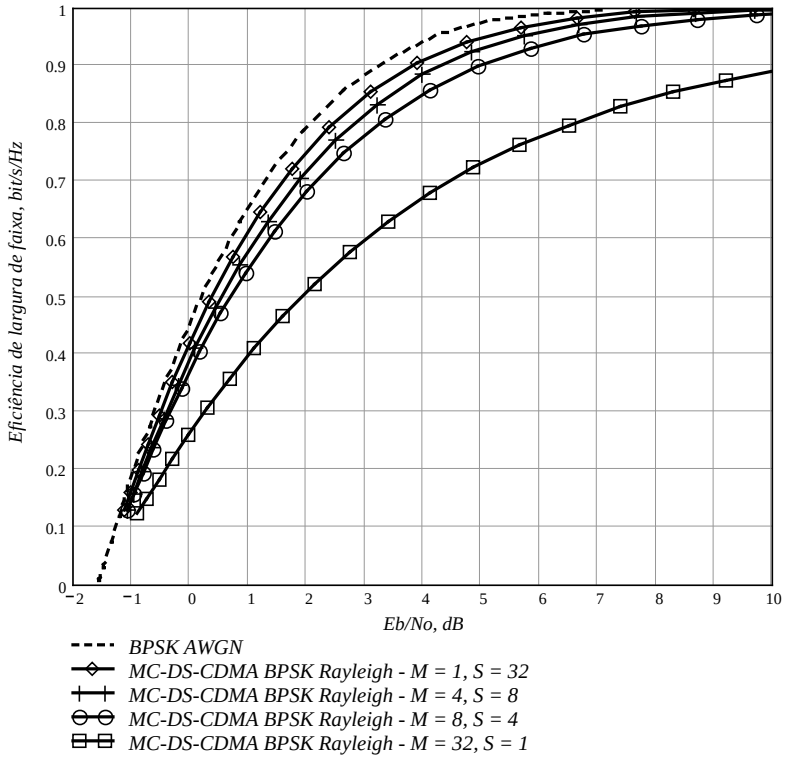

Fig. 5.5. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: MS = 32, M e S variáveis, M canais.

Na Fig. 5.6 são mostrados resultados de cálculo de eficiência espectral para o sistema MC-DS-CDMA para: M = 4, 8 ou 32; S = 8, 4 ou 1, respectivamente; N = 3, 7 ou 31, respectivamente; L_1 = 17; N_1 = 128; K = 10; L = 1; λ = 1; ρ = 0; perfil de intensidade de potência uniforme; regra de combinação MRC ou EGC. Para obtenção destes resultados o valor de N foi modificado de acordo com (5.3) de tal sorte a permitir que o sistema sob análise mantivesse a banda ocupada e a taxa de transmissão inalteradas em relação a um sistema sem codificação de canal, *pressupondo-se, nesse exemplo, a utilização de um codificador de canal externo de taxa* R_c = 1/8. Deve-se atentar para a interpretação desta nova configuração: com a modificação no valor de N, se o codificador externo

segundo o *esquema 1* tiver taxa R_c = 1/8, o sistema terá os mesmos valores de banda de freqüências e de taxa de informação que o sistema não codificado, para os mesmos valores dos demais parâmetros. Qualquer valor de taxa de codificação *maior* ou *menor* que 1/8 leva à necessidade natural de *aumento* ou *redução* da taxa de dados, respectivamente, proporcional à *variação* desta taxa em relação à 1/8.

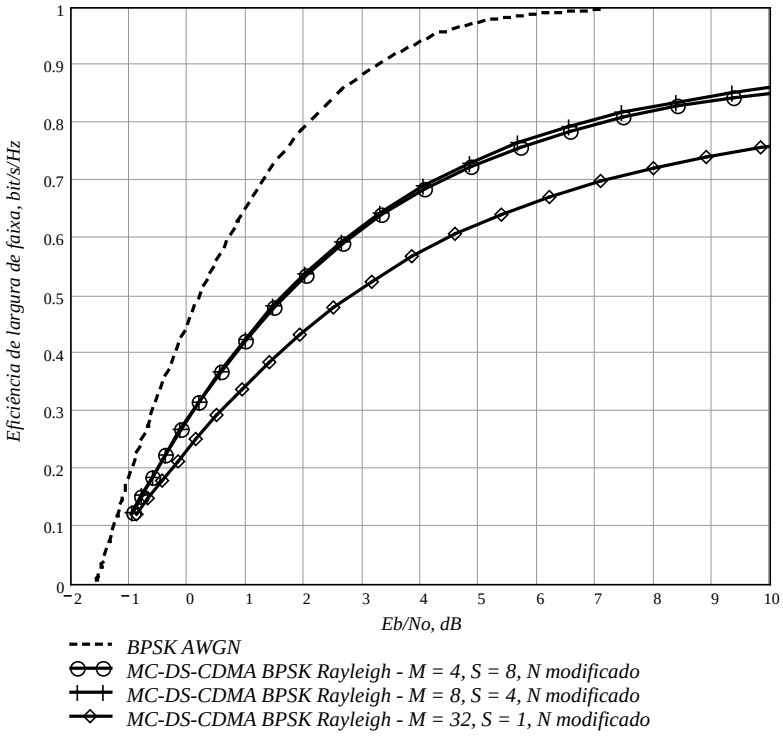

Fig. 5.6. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: *MS* = 32, *M* e *S* variáveis, *N* modificado, *M* canais.

Observando a Fig. 5.6 verifica-se que o aumento na ordem de diversidade já não tem o mesmo afeito, em termos absolutos, que aquele observado na Fig. 5.5. Para M = 8 e S = 4 tem-se praticamente a mesma capacidade que para M = 4 e S = 8. Justifica-se este comportamento devido à predominância do efeito de aumento no nível de interferência causado pela redução no valor de N em relação ao aumento de capacidade causado pela elevação da ordem de diversidade. Verifica-se ainda na Fig. 5.6 que os valores absolutos de eficiência espectral foram reduzidos em relação àqueles apresentados na Fig. 5.5, comportamento esperado devido ao aumento das interferências causado pela redução dos

valores de N em relação àqueles considerados na Fig. 5.5. Para M = 1 e S = 32 o resultado de cálculo de capacidade não foi registrado, pois nesse caso o valor de N é nulo e, portanto, não válido.

O fato de não ser aparentemente vantajoso explorar o máximo valor permitido para a ordem de diversidade para o sistema considerado na Fig. 5.6, ou seja M = 4 e S = 8, pode não representar uma real desvantagem quando, em canais reais, um valor elevado para M for necessário para manter correlação baixa entre as envoltórias das portadoras que transportam réplicas dos bits codificados. Deve-se lembrar que os resultados apresentados nessa tese consideram independentes os desvanecimentos nas portadoras, mas que em um canal real dificilmente conseguir-se-á baixa correlação entre envoltórias de portadoras vizinhas, inviabilizando a utilização de M = 1 e S máximo e, portanto, sempre forçando um valor de M maior que 1, sendo que maiores valores implicarão progressivamente em menor correlação.

Como sabe-se que os códigos propostos neste trabalho são códigos de baixas taxas, observando as curvas de eficiência espectral para, por exemplo, M = 4 e S = 8 na Fig. 5.5 e na Fig. 5.6, percebe-se que para taxas menores ou iguais a 1/4 a diferença de capacidade é menor que 0,5 dB em favor do sistema com N não modificado, indicando como também atrativa a solução de codificação para o sistema com N modificado.

A Fig. 5.7 apresenta resultados de cálculo de eficiência espectral para o sistema MC-DS-CDMA segundo o *esquema 2* para: M = 1, 4, 8 ou 32; S = 32, 8, 4 ou 1, respectivamente; N = 7, 31, 62 ou 248, respectivamente; L_1 = 17; N_1 = 128; K = 10; L = 1; λ = 1; ρ = 0; perfil de intensidade de potência uniforme. Relembrando, nessa configuração tem-se no receptor a observação de MS canais, em oposição aos M canais observados na configuração do *esquema 1*, posto que no lugar dos combinadores prevê-se a utilização de decodificadores de canal.

Como já verificado no Capítulo 2, percebe-se na configuração associada ao *esquema 2* uma "inversão" de comportamento em relação ao *esquema 1*. Com MS canais observados não há diversidade e, portanto, não há melhoria de desempenho com o aumento de S. Mas o aumento de M, que também tem efeito positivo no sistema com diversidade, no *esquema 2* tem influência positiva mais enfaticamente pronunciada, posto que seu aumento reduz a variância das interferências. Nota-se também que, como esperado, a eficiência espectral para M = 32 e S = 1 é praticamente a mesma tanto para o *esquema 1* quanto para o *esquema 2*, pois em ambos os casos tem-se 32 canais equivalentes sendo considerados.

Excetuando-se a configuração para M = 1 e S = 32, pode-se perceber que os patamares de eficiência espectral obtidos nas situações consideradas na Fig. 5.7 são comparáveis àqueles obtidos nas situações consideradas na Fig. 5.6. Como em ambos os casos tem-se a possibilidade de manutenção da taxa de transmissão e da banda de freqüências ocupada pelo sinal modulado, conclui-se que tanto o *esquema 2* quanto o *esquema 1* com N modificado apresentam *potenciais* para desempenhos semelhantes quando da inserção dos correspondentes esquemas de codificação.

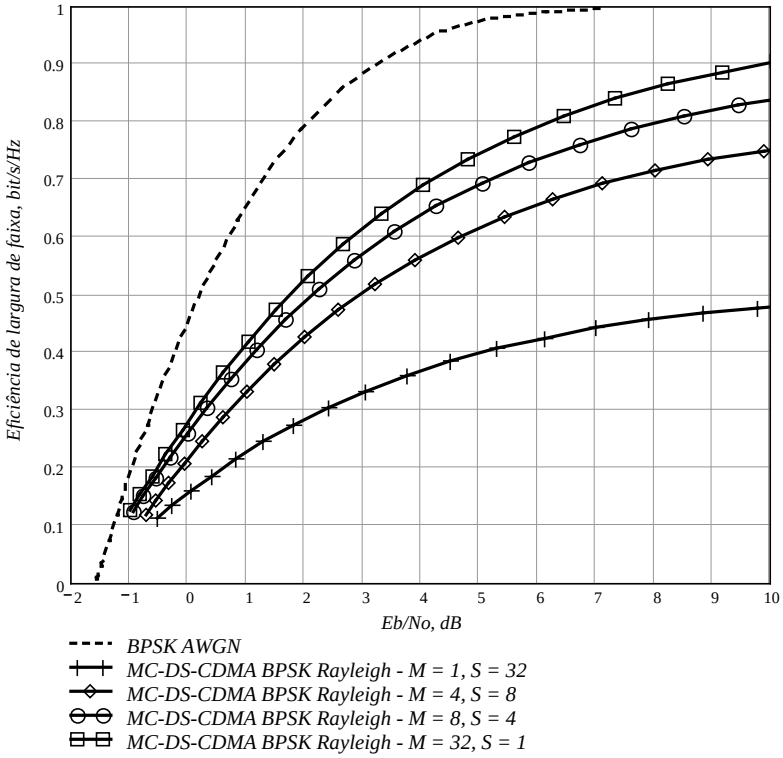

Fig. 5.7. Eficiência espectral em canal Rayleigh seletivo em freqüência para o sistema MC-DS-CDMA: MS = 32, M e S variáveis, MS canais.

Já em termos da comparação entre os *esquemas 1* e *2*, percebe-se que o uso de diversidade traz consigo considerável melhoria de desempenho do sistema. Como casos extremos, dado um número total de portadoras MS, dá-se preferência àquela configuração que explora ao máximo a diversidade em freqüência governada pelo valor de S, confirmando uma tendência de escolha do sistema numa configuração *copy-type* (MC-CDMA) em vez de *S/P-type* (OFDM-CDMA). Entretanto, como comentado anteriormente, em canais reais um valor de $M > 1$ pode ser necessário para tornar descorrelacionados os desvanecimentos nas portadoras de diversidade, indicando como melhor

opção de escolha o sistema híbrido de [Sou96], com a inserção de um esquema de codificação de canal externo, configurando um esquema de concatenação cujo código interno é um código de repetição.

O código interno poderia ser, a princípio, de qualquer tipo. Entretanto, para qualquer que fosse o código escolhido, dever-se-ia desenvolver um algoritmo de decodificação com saída suave (SISO), de forma a alimentar adequadamente o decodificador externo no processo de decodificação iterativa. Embora existam várias maneiras de implementação de algoritmos SISO para diversos códigos, a opção de escolha pelo código de repetição como código interno é justificada pela facilidade de obtenção de uma saída suave do correspondente "decodificador", saída esta naturalmente fornecida pela regras de combinação EGC e MRC.

5.2.6. Resultados de simulação

Nesta subseção são apresentados os resultados de simulação para avaliação do desempenho do sistema MC-DS-CDMA sem codificação de canal e com os *esquemas* de codificação *1* e *2* anteriormente descritos. Em todas as simulações concernentes aos sistemas com codificação de canal, a informação de estado de canal foi considerada conhecida pelo receptor. Sua utilização foi efetuada na geração da entrada suave do algoritmo turbo, na ponderação do arranjo correspondente ao sinal recebido pelo arranjo correspondente ao estado de canal na saída do combinador ou na saída de cada filtro casado, conforme o codificador seja externo ou interno, respectivamente. Como em todos os casos analisados o número de filtros casados por portadora é sempre 1, o valor instantâneo do estado de canal para combinação EGC corresponde à soma de variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh; e para combinação MRC corresponde à soma dessas variáveis elevadas ao quadrado, embora seu uso nesse último caso não tenha trazido ganhos de desempenho consideráveis. No algoritmo de Wagner, onde faz-se a medida de distâncias euclidianas para determinação do símbolo menos confiável, não foi utilizada a informação de estado de canal, por esta também não ter trazido ganho significativo de desempenho. O Capítulo 4 contém mais detalhes que justificam estas observações.

Sistema sem codificação de canal

A Fig. 5.8 apresenta alguns resultados de simulação de desempenho do sistema MC-DS-CDMA proposto em [Sou96], em função da relação sinal-ruído média por bit, E_b/N_o, para os seguintes parâmetros: M = 6, 3, 2 ou 1; S = 1, 2, 3 ou 6, respectivamente; N = 102, 51, 34 ou 17, respectivamente; L_1 = 4; N_1 = 60; ρ = 0; K = 10; L = 1; λ = 1; Perfil de intensidade de potência uniforme; Regra de combinação EGC ou MRC (em um dos casos). O número de portadoras MS = 6 foi escolhido de tal sorte que o número de filtros casados por portadora no receptor fosse igual a 1.

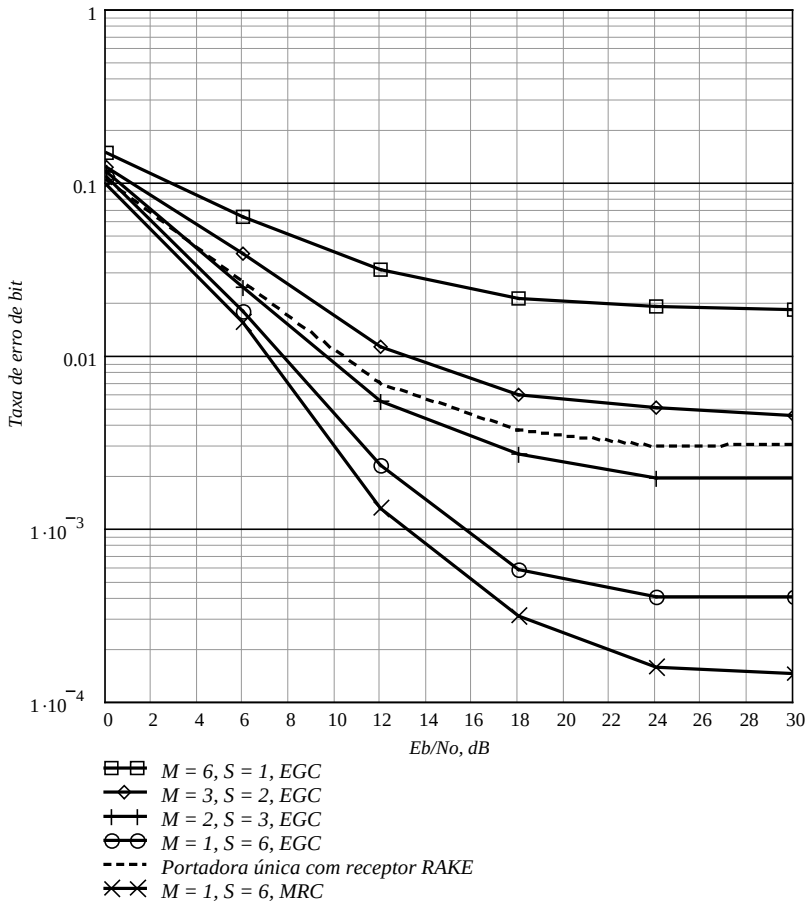

Fig. 5.8. Desempenho do sistema MC-DS-CDMA sem codificação de canal.

Na Fig. 5.8, o desempenho do sistema para $M = S = 1$ e $\lambda = L = 4$ é também apresentado. Esta configuração corresponde à de um sistema DS-CDMA com portadora única e receptor RAKE de 4

braços (4 *taps*). Ocorre que para M = 2, S = 3 e M = 1, S = 6 o desempenho do sistema MC-DS-CDMA supera o desempenho do sistema DS-CDMA com portadora única. Este é o principal objetivo da proposta original de [Sou96], onde podem ser verificados outros casos que confirmam esta situação. Através da Fig. 5.8 nota-se que há tendência para melhores desempenhos quando a configuração do sistema vai da diversidade em percursos proporcionada pelo receptor RAKE em direção à diversidade em freqüência do sistema, esta governada pelo valor de S. A Fig. 5.8 também apresenta o desempenho do sistema para M = 1 e S = 6 (demais parâmetros inalterados), com combinador MRC no receptor. Podem-se observar ganhos maiores que 2 dB, para taxa de erro de bit menor ou igual a 10^{-3}, em relação ao desempenho do sistema para M = 1 e S = 6, com combinador EGC.

Codificação de canal segundo o *esquema 1*

A Fig. 5.9 apresenta resultados de desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado através do *esquema 1* (codificador externo) em comparação com alguns resultados de desempenho do sistema sem codificação de canal. Os parâmetros do sistema são: M = 8 e S = 4; M = 4 e S = 8, N = 62 ou 31, respectivamente; L_1 = 17; N_1 = 128; ρ = 0; K = 10; L = 1; λ = 1; perfil de intensidade de potência uniforme; regra de combinação EGC ou MRC. Os códigos utilizados são códigos produto tridimensionais com componentes (12,6,4) construídos conforme a regra descrita no Capítulo 3.

Pode-se verificar na Fig. 5.9 que os resultados de desempenho dos sistemas com codificação de canal se apresentam bastante próximos uns dos outros, com destaque para as configurações com M = 4 e S = 8 e combinador EGC ou MRC. Para estes casos o desempenho do sistema a 10^{-4} de taxa de erro de bit se encontra a pouco menos de 5 dB do limite mínimo de relação sinal-ruído média por bit de informação para transmissão livre de erros (cerca de –1 dB para taxa de codificação de 1/8, valor que pode ser obtido da Fig. 5.5). O desempenho do sistema com codificação de canal e combinador MRC não apresentou melhorias significativas em relação ao sistema com combinador EGC[1]. Em sendo assim, em implementações reais poder-se-á dar preferência para a utilização da

[1] Dada a natureza consideravelmente empírica do algoritmo de decodificação turbo aqui utilizado, não foi encontrada razão convincente para este acontecimento. Este fato representa um quesito a ser mais bem investigado em estudos futuros.

combinação EGC, por questões de simplicidade, embora a potência necessária a uma dada relação sinal-ruído para o caso MRC seja menor que para o caso EGC.

Em termos de ganho de codificação, a 10^{-5} de taxa de erro de bit tem-se ganhos maiores que 12 dB, chegando a um ganho infinito para M = 8, S = 4 e combinador EGC.

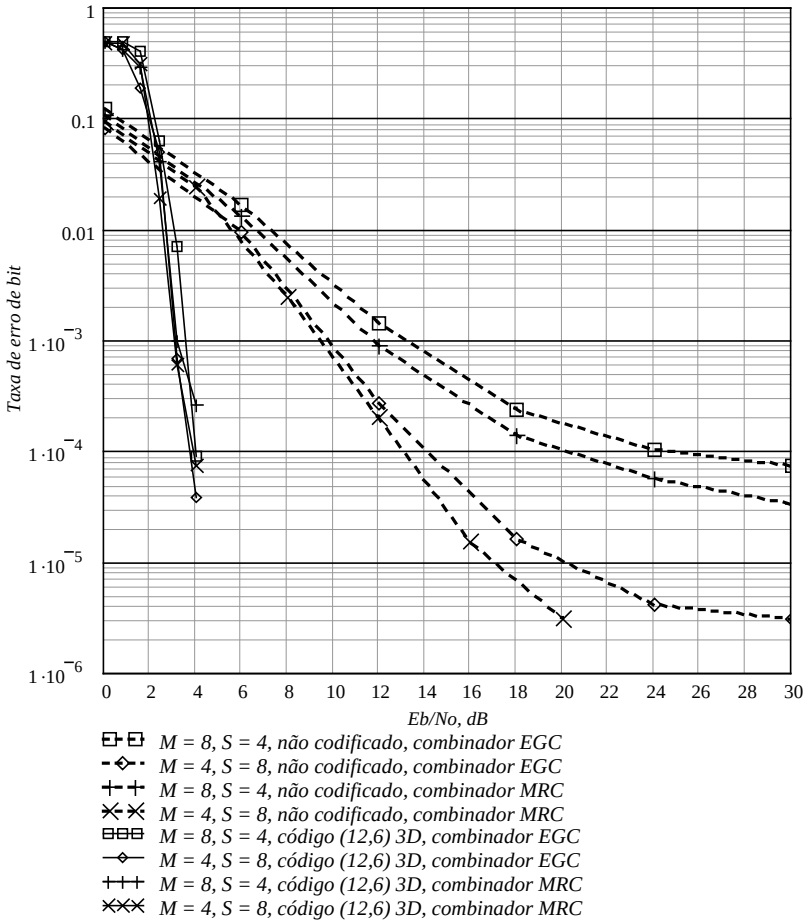

Fig. 5.9. Desempenho do sistema MC-DS-CDMA com e sem codificação de canal conforme o *esquema 1*; MS = 32; M e S variáveis.

A Fig. 5.10 apresenta resultados de desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado através do *esquema 1* em comparação com alguns resultados de desempenho do sistema sem codificação de canal. Os parâmetros do sistema são: M = 6, 3, 2 ou 1 e S = 1, 3, 2 ou 6, respectivamente; N = 102, 51, 34 ou 17, respectivamente; L_1 = 4; N_1 = 60; ρ = 0; K = 10; L = 1; λ = 1; perfil de intensidade de potência uniforme; regra de combinação EGC. Comparando em termos relativos os resultados apresentados na Fig. 5.9 com aqueles apresentados na Fig. 5.10, percebe-se que há uma tendência de

maiores ganhos de codificação quando o cenário se mostra mais prejudicial ao sistema sem codificação. Na Fig. 5.10, já a 10^{-4} de taxa de erro de bit, pode-se verificar ganho de codificação infinito em todas as situações analisadas. E percebe-se que esta taxa de erro de 10^{-4} é atingida a valores de relação sinal-ruído tão baixos quanto aqueles verificados na Fig. 5.9, embora o canal considerado na Fig. 5.9 seja nitidamente mais bem comportado. Isto se mostra em acordo com as grandes diferenças de desempenho dos códigos propostos observadas no canal AWGN e no canal com desvanecimento Rayleigh, conforme registrado no Capítulo 3; e se mostra também em acordo com a interpretação de "gaussianização" do canal: a gaussianização "melhora" o canal, mas também naturalmente reduz os potenciais ganhos de codificação.

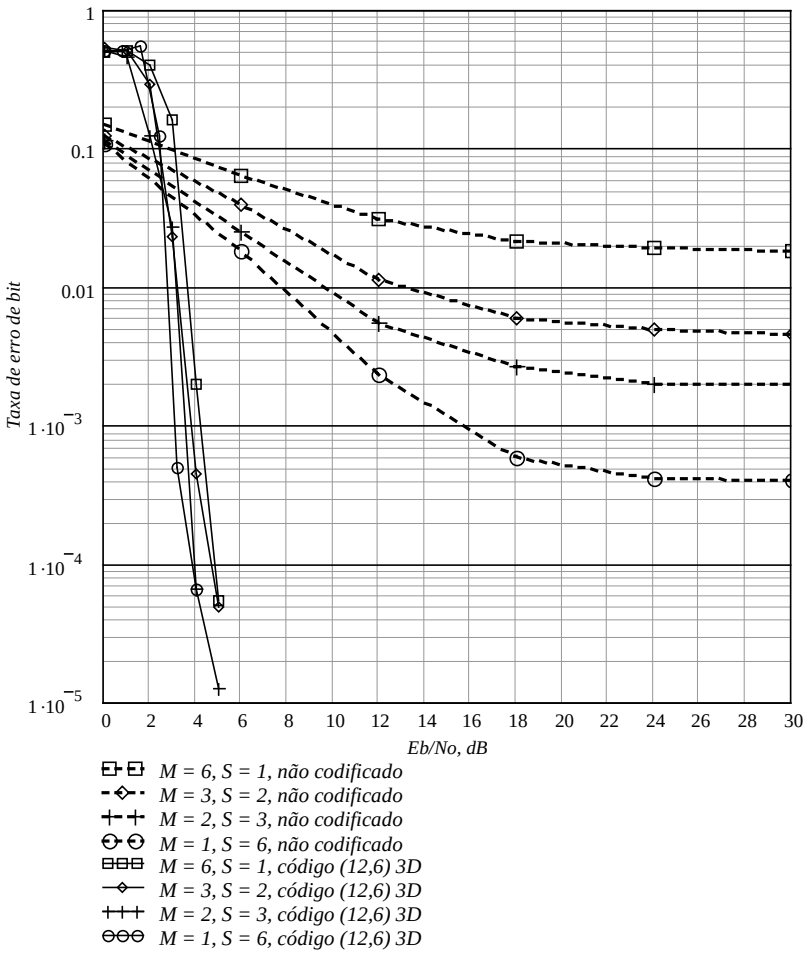

Fig. 5.10. Desempenho do sistema MC-DS-CDMA com e sem codificação de canal conforme o *esquema 1*; *MS* = 6; *M* e *S* variáveis.

Observando resultados de capacidade e resultados de performance do sistema não codificado, com EGC ou MRC, interpreta-se que a melhor escolha para M e S é sempre $M = 1$ e S máximo. Como complemento dos resultados apresentados na Fig. 5.9 e na Fig. 5.10, os casos $M = 1$ e $S = 32$ e $M = 1$ e $S = 6$ foram avaliados e, embora tenham demonstrado ganhos de desempenho para o sistema sem codificação de canal em relação aos casos $M = 4$ e $S = 8$ e $M = 2$ e $S = 3$, respectivamente, com codificação de canal não foi percebida melhoria significativa além daquelas registradas na Fig. 5.9 e na Fig. 5.10. Por esta razão tais resultados não foram registrados. Este fato representa, por um lado, uma desvantagem, pois não permite que seja explorado o benefício de uma ordem de diversidade máxima permitida quando $M = 1$. Por outro lado, já se sabe que em canais reais um valor de $M > 1$ é desejável, não permitindo, de fato, que seja explorada a ordem de diversidade máxima possível.

A Fig. 5.11 mostra resultados de desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado através do *esquema 1* (codificador externo) em comparação com alguns resultados de desempenho do sistema sem codificação de canal. Os parâmetros do sistema são: $M = 8$ e $S = 4$; $M = 4$ e $S = 8$, $N = 7$ ou 3, respectivamente; $L_1 = 17$; $N_1 = 128$; $\rho = 0$; $K = 10$; $L = 1$; $\lambda = 1$; perfil de intensidade de potência uniforme; regra de combinação EGC ou MRC; códigos produto tridimensionais com componentes (12,6,4). Para os casos com codificação de canal apresentados na Fig. 5.11 os valores de N foram modificados de acordo com (5.3) de modo a fazer com que, para o código utilizado, o sistema codificado tenha valores de taxa de dados e banda iguais àqueles do sistema sem codificação. Comparando os resultados da Fig. 5.11 com os apresentados na Fig. 5.9 observa-se um decréscimo médio de 1 dB no desempenho do sistema codificado, um preço baixo a pagar dada a não necessidade de alteração na taxa de transmissão e na banda. O limite mínimo de relação sinal-ruído média por bit de informação para transmissão livre de erros para $M = 4$ e $S = 8$, por exemplo, se encontra na casa de -0,8 dB para taxa de codificação de 1/8, conforme pode ser observado na Fig. 5.6 e, portanto, o melhor desempenho mostrado na Fig. 5.11 se encontra a cerca de 5 dB deste limite, para 10^{-4} de taxa de erro de bit. Observando-se a Fig. 5.11 também percebe-se a diferença de desempenho praticamente inexistente do sistema codificado com $M = 4$ e $S = 8$ em relação ao sistema com $M = 8$ e $S = 4$, conforme previam os resultados de capacidade mostrados na Fig. 5.6.

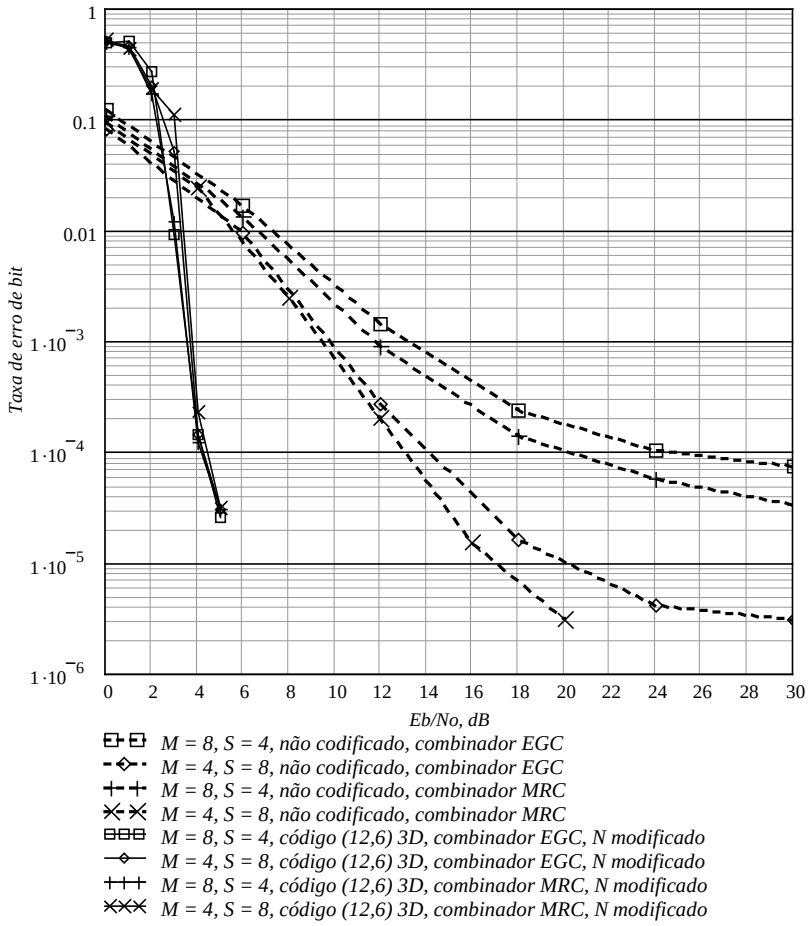

Fig. 5.11. Desempenho do sistema MC-DS-CDMA com e sem codificação de canal conforme o *esquema 1*; *N* modificado; *MS* = 32; *M* e *S* variáveis.

Codificação de canal segundo o *esquema 2*

A Fig. 5.12 apresenta resultados de desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado através do *esquema 2* (codificador interno) em comparação com alguns resultados de desempenho do sistema sem codificação de canal. Os parâmetros do sistema são: $M = 8$ e $S = 4$; $M = 4$ e $S = 8$, $N = 62$ ou 31, respectivamente; $L_1 = 17$; $N_1 = 128$; $\rho = 0$; $K = 10$; $L = 1$; $\lambda = 1$; perfil de intensidade de potência uniforme; códigos produto bidimensionais ou tridimensionais com componentes (8,4,4) ou (12,6,4).

Embora os resultados obtidos com códigos produto bidimensionais no *esquema 1* de codificação não tenham sido registrados, para os casos considerados na Fig. 5.12, referentes ao *esquema 2*, eles representam as únicas formas de operação com $S = 4$, posto que possuem taxa de

codificação igual a 1/4. Entretanto, os códigos tridimensionais continuam apresentando melhores desempenhos, com destaque, mais uma vez, para o código 3D com componentes (12,6,4). Para esse código, percebe-se que a diferença de desempenho em relação àquele mostrado na Fig. 5.11 é menor que 0,5 dB, ratificando as observações anteriormente tecidas sobre similares potenciais de ganhos de codificação e proximidade da capacidade deste esquema em relação ao *esquema 1* com *N* modificado.

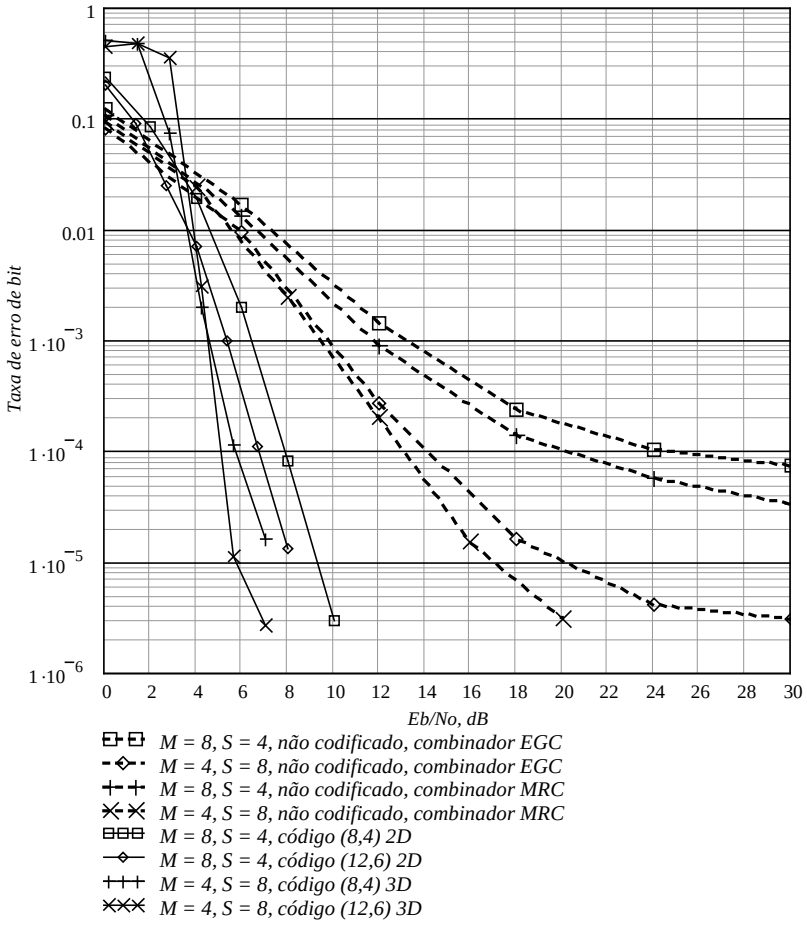

Fig. 5.12. Desempenho do sistema MC-DS-CDMA com e sem codificação de canal conforme o *esquema 2*; *MS* = 32; *M* e *S* variáveis.

Uma análise conclusiva sobre os resultados apresentados na Fig. 5.9, Fig. 5.11 e na Fig. 5.12 e sobre a complexidade relativa de implementação de cada esquema sugerido, indica que a opção por modificação no valor de *N* de acordo com (5.3), juntamente com a codificação externa (*esquema 1*), demonstra ser a escolha mais adequada para inserção de codificação de canal no sistema MC-DS-

CDMA. Adicionalmente, sugerem-se valores mais elevados de *S*, com valores de *M* preferencialmente maiores que 1, ou seja, dado um número necessário de portadoras *MS* tal que a faixa de freqüências ocupada por cada uma seja menor que a banda de coerência do canal, escolhe-se o mínimo valor de *M* que leve a uma baixa correlação entre as envoltórias de portadoras das réplicas de bits codificados, obtendo-se assim o máximo valor recomendado para *S*.

5.2.6. Relações entre potências de transmissão para os esquemas estudados

Como último elemento de comparação entre os esquemas de codificação de canal sugeridos, levando-se em conta as regras de combinação EGC ou MRC, torna-se interessante conhecer a relação entre as potências de transmissão necessárias em cada caso, suficientes a uma dada relação sinal-ruído média por bit.

As expressões a seguir permitem o cálculo da relação sinal-ruído média por símbolo na saída dos combinadores ou dos filtros casados, conforme o caso, para o *esquema 1* com combinador EGC (índice 1E), *esquema 1* com combinador MRC (índice 1M) e *esquema 2* (índice 2), respectivamente. Estas expressões já foram apresentadas no Capítulo 2, mas são aqui reproduzidas, com ligeiras modificações[1], de forma a facilitar a obtenção e interpretação dos resultados. Os índices acima citados discriminam os parâmetros variáveis em cada configuração nas expressões, considerando iguais a taxa de dados $1/T_b$, a densidade espectral de potência de ruído N_0, a taxa de codificação de canal R_c e o número de filtros casados por portadora λ:

$$RSR = \frac{P_{1E} M_{1E} R_c T_b}{N_0 S_{1E} \lambda} \mathrm{E}\left[\left(\sum_{\nu=1}^{S_{1E}} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n}\right)^2\right] \tag{5.4}$$

$$RSR = \frac{P_{1M} M_{1M} R_c T_b}{N_0 \lambda} \mathrm{E}\left[\sum_{\nu=1}^{S_{1M}} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n}\right)^2\right] \tag{5.5}$$

[1] Devido ao fato dos desvanecimentos serem considerados i.i.d., a relação sinal-ruído média por símbolo é a mesma em cada um dos ramos *p*, *p* = 1, 2, ... *M* ou braços ν, ν = 1, 2, ..., *S* no receptor, podendo-se suprimir estes índices das expressões originais fornecidas no Capítulo 2.

$$RSR = \frac{P_2 M_2 T_b}{N_0 \lambda} \mathrm{E}\left[\left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_n\right)^2\right] \tag{5.6}$$

Nas expressões (5.4), (5.5) e (5.6) $\beta_{\nu,n}$ são variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição Rayleigh para cada braço de entrada do combinador, ν, $\nu = 1, 2, ..., S$, associado ao filtro casado com o percurso de propagação n, $n = 1, 2, ..., \lambda$, e cujos valores médios quadráticos valem $2\sigma_n^2$, sendo σ_n^2 a variância do processo gaussiano complexo de média nula correspondente, com valor $\sigma_n^2 = 1/L$, conforme definido no Capítulo 2, equação (2.45), e onde L é o número equivalente de percursos de propagação por portadora.

Caso geral – pares *M* e *S* quaisquer

Com valores de M e S quaisquer para os esquemas analisados, facilmente obtém-se as relações de potência procuradas, simplesmente operando com (5.4) e (5.5), (5.4) e (5.6) ou (5.5) e (5.6), conforme o caso analisado, considerando-se iguais os valores de relação sinal-ruído média.

A relação entre a potência por portadora para o *esquema 1* com EGC e a potência por portadora para o *esquema 1* com MRC vale

$$\frac{P_{1\mathrm{E}}}{P_{1\mathrm{M}}} = \frac{S_{1\mathrm{E}} M_{1\mathrm{M}}}{M_{1\mathrm{E}}} \left\{ \mathrm{E}\left[\sum_{\nu=1}^{S_{1\mathrm{M}}} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n}\right)^2\right] \Big/ \mathrm{E}\left[\left(\sum_{\nu=1}^{S_{1\mathrm{E}}} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n}\right)^2\right] \right\} \tag{5.7}$$

Conhecendo-se os fatores de melhoria da relação sinal-ruído média de entrada dos combinadores EGC e MRC em comparação com a relação sinal-ruído média de saída [Yac93, p. 198], pode-se obter a relação (5.7) através de uma forma alternativa:

$$\frac{P_{1\mathrm{E}}}{P_{1\mathrm{M}}} = \frac{S_{1\mathrm{E}} M_{1\mathrm{M}}}{M_{1\mathrm{E}}\left[1 + \left(S_{1\mathrm{E}} - 1\right)\pi / 4\right]} \tag{5.8}$$

A relação entre a potência por portadora para o *esquema 1* com EGC e a potência por portadora para o *esquema 2* pode ser determinada através de

$$\frac{P_{1\mathrm{E}}}{P_2} = \frac{S_{1\mathrm{E}} M_2}{M_{1\mathrm{E}} R_c} \left\{ \mathrm{E}\left[\left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_n \right)^2 \right] \Big/ \mathrm{E}\left[\left(\sum_{\nu=1}^{S_{1\mathrm{E}}} \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n} \right)^2 \right] \right\} \tag{5.9}$$

Finalmente, a relação entre a potência por portadora para o *esquema 1* com MRC e a potência por portadora para o *esquema 2* pode ser estimada através de

$$\frac{P_{1\mathrm{M}}}{P_2} = \frac{M_2}{M_{1\mathrm{M}} R_c} \left\{ \mathrm{E}\left[\left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_n \right)^2 \right] \Big/ \mathrm{E}\left[\sum_{\nu=1}^{S_{1\mathrm{M}}} \left(\sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{\nu,n} \right)^2 \right] \right\} \tag{5.10}$$

Caso particular – pares M e S iguais e $\lambda = 1$

O caso particular em pauta corresponde àquele considerado na obtenção dos resultados de capacidade e performance apresentados neste capítulo. Com estas novas condições de contorno aplicadas nas expressões (5.8), (5.9) e (5.10) tem-se, respectivamente

$$\frac{P_{1\mathrm{E}}}{P_{1\mathrm{M}}} = \frac{S_{1\mathrm{E}}}{1 + (S_{1\mathrm{E}} - 1)\pi / 4} \tag{5.11}$$

$$\frac{P_{1\mathrm{E}}}{P_2} = \frac{S_{1\mathrm{E}}}{R_c} \left\{ \mathrm{E}\left[\beta^2 \right] \Big/ \mathrm{E}\left[\left(\sum_{\nu=1}^{S_{1\mathrm{E}}} \beta_\nu \right)^2 \right] \right\} \tag{5.12}$$

$$\frac{P_{1\mathrm{M}}}{P_2} = 1 \tag{5.13}$$

Um simples exercício (computacional no caso de (5.12)) pode revelar que as relações $P_{1\mathrm{E}}/P_{1\mathrm{M}}$ e $P_{1\mathrm{E}}/P_2$ levam a valores menores que 1,27 para valores de S menores ou iguais a 32. Desta forma, o uso da combinação MRC com o *esquema 1* de codificação se reafirma ser uma adequada escolha, pois, embora tenha apresentado aproximadamente o mesmo desempenho que aquele obtido com a

regra EGC, permite uma economia de até 10log(1,27) = 1,03 dB de potência por portadora, dependendo do valores dos parâmetros considerados. Entretanto, como já mencionado brevemente, em sistemas reais esta potencial economia pode ser suplantada pela necessidade de aumento da potência de transmissão de forma a compensar eventuais perdas de performance devido aos inerentes erros de estimativa do estado de canal (magnitude e fase).

Capítulo 6

Sumário e conclusões

NESTA tese sugeriu-se e analisou-se uma classe de códigos produto e sua decodificação iterativa (turbo) e investigou-se a sua aplicação em um sistema MC-DS-CDMA operando em um canal com desvanecimento Rayleigh seletivo em freqüência. O esquema de codificação é baseado na concatenação serial de códigos de bloco de acordo com a estrutura geométrica de um código produto multidimensional. O esquema de decodificação é baseado na combinação dos algoritmos de Pyndiah e Wagner, em um processo de decodificação turbo. Foram analisadas duas configurações para o sistema MC-DS-CDMA em questão: na primeira o codificador e o decodificador de canal foram convencionalmente colocados na entrada do transmissor e na saída do receptor, respectivamente. Na segunda configuração o codificador e o decodificador de canal foram inseridos na estrutura do transmissor e do receptor, respectivamente. Limitantes superiores de probabilidade de erro de bit em canal AWGN e Rayleigh foram também investigados, de forma a dar fundamentação à construção do código e à avaliação de seu desempenho. Realizaram-se ainda cálculos de capacidade de canal de forma a revelar os limites na transmissão de informação para as configurações investigadas. Resultados de simulação foram então apresentados, discutidos e comparados aos correspondentes limitantes e capacidades. Tais resultados mostraram que os esquemas de codificação e decodificação propostos são atrativos e que o desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado pode suplantar significativamente o desempenho do sistema não codificado, podendo-se manter inalteradas a banda e a taxa de informação em relação ao sistema não codificado.

6.1. Comentários gerais

A análise de capacidade apresentada no Capítulo 2 demonstrou que o uso de diversidade no sistema MC-DS-CDMA torna-se necessário para que seja possível atingir taxas de erro adequadas a baixos valores de relação sinal-ruído. Neste sentido percebeu-se que a melhor escolha para um sistema CDMA multiportadora é aquela na qual dá-se preferência à transmissão de replicas de bits de informação ou codificados em portadoras distintas, tão distanciadas no espectro quanto possível. Os resultados de capacidade, por considerarem desvanecimentos i.i.d., indicam como melhor escolha aquele sistema que explora ao máximo a ordem de diversidade, ou seja, M igual a 1 e S igual ao número de portadoras total. Mas em canais reais, como se torna praticamente impossível manter baixa correlação entre as envoltórias de portadoras vizinhas, um valor de M maior que 1 torna-se necessário de forma a distanciar no espectro as portadoras de diversidade. Partindo-se destas condições de contorno os parâmetros M e S são determinados, sendo que a largura de faixa total disponível será ocupada por um número de portadoras MS tal que a banda ocupada por cada uma seja inferior à largura de faixa de coerência do canal, sendo o valor de M escolhido como o mínimo suficiente a uma correlação baixa entre as portadoras das réplicas dos bits.

A análise de limitantes abordada no Capítulo 3 permitiu que os *potenciais* ganhos de codificação fossem antevistos, em canal AWGN e Rayleigh. Esta análise demonstrou que a classe de códigos sugerido, com um esquema de decodificação com desempenho próximo da decodificação de máxima verossimilhança, pode operar a valores de relação sinal-ruído média por bit, E_b/N_0, tão baixos quanto 0,4 dB, a 10^{-5} de taxa de erro de bit para o canal AWGN e 0,7 dB, também a 10^{-5} de taxa de erro de bit, para o canal Rayleigh plano.

Ao final do Capítulo 3 e ao longo do Capítulo 4 foram apresentados a regra de construção do código produto sugerido e o algoritmo de decodificação turbo associado. A principal vantagem do esquema de codificação e decodificação proposto se refere à simplicidade de implementação. A regra de construção do código produto multidimensional com componentes implementados de acordo com a regra de concatenação generalizada restringe a classe dos códigos produto resultantes, mas permite que a simplicidade do algoritmo de Pyndiah (ligeiramente modificado) para decodificação iterativa de códigos de bloco concatenados seja agregada à simplicidade e eficiência

do algoritmo de Wagner, este utilizado na estrutura de decodificação turbo como parte principal do algoritmo SISO. Um outro aspecto a ser ressaltado se refere à taxa baixa do código resultante: como os códigos componentes utilizados têm sempre taxa igual a ½, independentemente do seu comprimento, a taxa do código produto de dimensão D torna-se $(½)^D$. Entretanto, esta aparente desvantagem é amenizada se for vislumbrada a aplicação do esquema proposto em sistemas de comunicação com espalhamento espectral, como o sistema MC-DS-CDMA considerado.

Ainda no Capítulo 4 foram mostrados resultados de desempenho da classe de códigos proposta, em canal AWGN e Rayleigh. Tais resultados foram comparados com os limitantes superiores de probabilidade de erro associados e, embora tenham revelado desempenhos satisfatórios, principalmente para o canal Rayleigh, também demonstraram que o algoritmo de decodificação turbo proposto é um algoritmo sub-ótimo para o qual o desempenho se encontra consideravelmente distante do correspondente limitante, principalmente para os códigos tridimensionais analisados, em ambos os canais. O melhor desempenho observado foi atingido com o uso de um código produto 3D com componentes (12,6,4), tanto para o canal AWGN (Fig. 4.11) quanto para o canal Rayleigh (Fig. 4.19).

No que diz respeito à proximidade da capacidade do canal, pôde-se verificar no Capítulo 2 que os limites mínimos de relação sinal-ruído média por bit de informação para um código de taxa 1/8 em canal AWGN se situa por volta de –1,2 dB, e em canal Rayleigh se situa por volta de –1 dB, conforme pode-se concluir a partir da Fig. 2.9. Para o código produto 3D com componentes (12,6,4) tem-se então uma distância de aproximadamente 5,3 dB da capacidade do canal AWGN e 6 dB da capacidade do canal Rayleigh, a 10^{-5} de taxa de erro de bit. Dada a simplicidade de codificação e decodificação e ao relativamente curto comprimento deste código citado como exemplo, estes resultados não configuram um baixo desempenho.

Como o desempenho dos códigos analisado proporcionou elevados ganhos para o canal Rayleigh, este fato motivou a investigação de sua aplicação no sistema MC-DS-CDMA operando em um canal com desvanecimento seletivo em freqüência. Esta aplicação foi considerada no Capítulo 5 e os resultados lá apresentados ratificaram as observações referentes à regra mais adequada para a escolha dos parâmetros do sistema MC-DS-CDMA codificado. Concluiu-se que o

melhor esquema de codificação para o citado sistema é aquele que concatena um código externo potente em série com um código simples de repetição. Esta situação se refere ao *esquema 1* proposto, porém com uma modificação no comprimento da seqüência de espalhamento em cada portadora de tal sorte que banda e taxa de transmissão não sejam comprometidos em relação ao caso sem codificação de canal. Ganhos de codificação elevados (e até infinitos) foram obtidos com esta alternativa. Em [Row98] uma alternativa similar de concatenação foi implementada, embora sem justificativas e embora se trate de um sistema bastante diferente. Lá foi utilizado como código externo um código convolucional (com decodificação pelo algoritmo de Viterbi) ou turbo convolucional (com decodificação turbo) e um código interno de repetição "decodificado" através da regra de combinação MRC. No que se refere à distância da capacidade, para o sistema MC-DS-CDMA codificado puderam ser alcançados valores próximos de 5 dB do limite mínimo de relação sinal-ruído média por bit de informação para transmissão livre de erros (cerca de –1 dB para taxa de codificação de 1/8), conforme pode ser verificado na Fig. 5.9.

Os resultados apresentados no Capítulo 5 também revelaram que, embora a regra de combinação MRC tenha trazido melhoria de desempenho para o sistema não codificado, ela não trouxe benefícios ao sistema com os esquemas de codificação propostos. Ainda assim ela pode ser preferível, pois permite que a potência de transmissão necessária a uma dada relação sinal-ruído média por bit seja menor que aquela necessária com a combinação EGC. Todavia, em situações reais, a necessidade de aumento na potência de transmissão para compensar o decréscimo no desempenho causado pelos inerentes erros na estimativa do estado de canal (magnitude e fase), pode tornar preferencial o uso da combinação EGC. Observou-se também que, assim como os ganhos de desempenho do esquema de codificação e decodificação proposto no canal AWGN se apresentaram mais baixos que os obtidos no canal Rayleigh, conforme análise no Capítulo 4, os ganhos de desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado se mostraram reduzidos quando a ordem da diversidade foi elevada ("gaussianização" do canal mais eficiente).

Nas investigações analíticas de [Sou96] e também nas simulações e cálculos realizados para composição dessa tese, os blocos de entrelaçamento temporal existentes no transmissor e os correspondentes desentrelaçadores do receptor foram considerados dispositivos ideais, fazendo com que os desvanecimentos que afetam símbolos consecutivos tenham sido considerados

independentes. Em canais reais com desvanecimento lento, como por exemplo, em situações de baixa mobilidade de um terminal móvel, o comprimento do bloco de entrelaçamento temporal utilizado pode não ser suficiente para promover independência temporal nos efeitos do desvanecimento, levando a um decréscimo no desempenho do sistema. Se o desvanecimento é lento (alta correlação temporal), apesar de ser reduzido o desempenho do sistema por conta da não efetiva atuação do entrelaçamento, facilita-se a estimação dos ganhos do canal e fase do sinal recebido de tal sorte que o desempenho da demodulação coerente aumente. Por outro lado, se o desvanecimento é rápido, há redução no desempenho por conta da imperfeição no rastreamento da fase do sinal recebido e também dos ganhos do canal, mas ganha-se em capacidade de correção de erros, posto que torna-se mais efetiva a ação do entrelaçamento temporal em tornar os desvanecimentos independentes nos símbolos apresentados ao decodificador de canal.

Como último comentário geral menciona-se a grande utilidade do uso de ferramentas computacionais para a simulação de sistemas de comunicação, principalmente naqueles casos em que várias implementações são combinadas, buscando melhorar o desempenho dos sistemas, porém tornando a investigação analítica progressivamente intratável. Desde a fase de pesquisas até a elaboração das rotinas que geraram os resultados apresentados nesta tese, foram criados mais de quarenta arquivos de simulação e/ou cálculo computacional, dos quais aqueles utilizados direta ou indiretamente para compor os resultados apresentados ao longo da tese são fornecidos no disco compacto (CD) em anexo. Nesse disco também são fornecidas cópias das publicações do autor, enumeradas conforme a lista apresentada no Apêndice B do trabalho.

6.2. Algumas indagações e oportunidades para estudos futuros

Durante as investigações referentes à decodificação turbo, percebeu-se que a natureza de certa forma empírica do algoritmo analisado trouxe certa dificuldade na determinação dos principais parâmetros que governam o seu desempenho, a saber: α, o fator de ponderação da informação extrínseca, e β, o fator de ponderação da decisão abrupta do algoritmo de Wagner para formação da decisão suave (veja o Capítulo 4 para mais detalhes). Em aplicações reais poder-se-ia vislumbrar a adaptação destes fatores, em tempo real, através de um algoritmo de otimização que procurasse minimizar a

taxa de erro de bloco média, esta medida através da inserção de, por exemplo, CRC (*Cyclic Redundancy Check*).

Em um canal real, seletivo em freqüência, acredita-se que a performance do sistema MC-DS-CDMA deva aumentar com o aumento do número de portadoras *MS*, porém até um valor ótimo a partir do qual a performance tenderá a diminuir. Para valores baixos de *MS* a performance é baixa, posto que $L > 1$. Para um número ótimo de portadoras $L = 1$ e os desvanecimentos apresentariam máxima descorrelação. Para *MS* elevado pode-se ter desvanecimentos correlacionados em várias portadoras, reduzindo-se a aparente vantagem em se aumentar o número de portadoras. Simulações com o uso de desvanecimentos correlacionados tanto na freqüência quanto temporalmente podem revelar a veracidade ou não veracidade desta hipótese.

Para valores elevados do número de portadoras do sistema MC-DS-CDMA codificado, suspeita-se que o entrelaçamento temporal não seja necessário, a não ser aquele inerente à construção do código produto. Esta hipótese está calcada no fato de que bits codificados adjacentes no tempo são transmitidos por portadoras distintas. Simulações com o uso de desvanecimentos correlacionados também podem revelar a veracidade ou não veracidade desta hipótese.

A grande proximidade do desempenho do sistema MC-DS-CDMA codificado com a regra EGC daquele obtido com a regra MRC indica a necessidade de uma investigação mais profunda no que se refere ao uso da informação de estado de canal no algoritmo de decodificação turbo, ou até mesmo num redimensionamento dos fatores de ponderação da informação extrínseca e da decisão abrupta do algoritmo de Wagner, em função de algum valor estatístico obtido da informação de estado de canal, por exemplo.

Pretende-se efetuar um estudo detalhado sobre um sistema que poderia ser chamado de sistema MC-FS-CDMA, com conversor S/P e código de repetição, porém com espalhamento na freqüência, como no sistema MC-DS-CDMA-FSC apresentado no Capítulo 1. Isto pode evitar o problema de se ter que operar com comprimentos muito pequenos das seqüências de espalhamento por portadora, no caso do espalhamento DS do sistema MC-DS-CDMA, e ainda pode trazer ganhos adicionais de desempenho devido às características intrínsecas do sistema MC-DS-CDMA-FSC.

Pretende-se avaliar o desempenho do sistema MC-DS-CDMA com a inserção de um código produto de paridade simples, com decodificação turbo, utilizando uma versão sub-ótima do algoritmo MAP símbolo-a-símbolo.

Sabe-se que, mesmo que as portadoras moduladas sejam ortogonais entre si na transmissão, em um sistema MC-DS-CDMA tais sinais perderão a ortogonalidade na recepção devido à propagação por múltiplos percursos e desvios Doppler. Isto faz com que haja considerável interferência entre as várias portadoras e de cada portadora nela mesma. Pretende-se avaliar futuramente a utilização de portadoras moduladas limitadas em faixa, através da formatação adequada dos *chips* de transmissão, como em [Row98], de forma a comparar o desempenho com aquele apresentado pelo sistema MC-DS-CDMA estudado nesta tese. Apesar de ser esperada uma redução nas interferências citadas, o ganho de processamento total será reduzido, o que torna praticamente impossível uma conclusão antecipada sobre o desempenho desse sistema com portadoras limitadas em faixa.

A Influência da não perfeição do processo de estimação do estado de canal (magnitude e fase) no desempenho do sistema como um todo e no processo de combinação MRC e decodificação turbo particularmente, representa também uma oportunidade para estudos futuros.

A detecção multi-usuários (*multiuser detection*) pode também ser citada como uma oportunidade de pesquisa associada à proposta desta tese, pois pode reduzir o comportamento de saturação da curva de desempenho (*error-floor*) causado pela interferência de múltiplo acesso [Big99, p. 257].

No Capítulo 3 foi apresentada a regra de construção de códigos produto, determinando-se o número de linhas e colunas dos entrelaçadores de bloco presentes entre cada código (dimensão) concatenado. Pretende-se investigar em trabalhos futuros a influência de diferentes blocos de entrelaçamento temporal entre as “dimensões” de um código produto, procurando reduzir a taxa de erro de bit referente ao “joelho” característico da curva de performance *versus* relação sinal-ruído média por bit.

Pretende-se também investigar mais profundamente a razão para a melhor performance relativa dos códigos 2D, que ultrapassa o correspondente limitante médio e que considera como regra de entrelaçamento uma regra aleatória com distribuição uniforme. Este comportamento traz à tona algumas indagações: 1) a regra de entrelaçamento entre os dois códigos componentes no caso 2D pode ser considerada uma regra eficiente, somada ao eficiente desempenho do processo de decodificação; 2) para o caso 3D não foi possível investigar o limitante real, por limitações computacionais. Se este limitante estiver abaixo do limitante médio, significa que a regra de entrelaçamento entre o código intermediário e o interno também é uma regra eficiente, e que recai sobre o decodificador a culpa pela redução da performance relativa. Mas se o limitante real estiver acima do médio, cogita-se que a regra de entrelaçamento entre o código intermediário e o interno não seja eficiente e que a decodificação não seja a causa do decréscimo no desempenho relativo, pois a curva de performance estará localizada mais próxima deste limitante real. De qualquer forma, a melhoria no processo de decodificação turbo representa uma oportunidade para a obtenção de resultados superiores àqueles aqui registrados. Na decodificação em cada dimensão do código produto, o uso da combinação da informação extrínseca obtida na decodificação de outras dimensões é um quesito a ser mais bem investigado.

Pretende-se também realizar a implementação em *hardware* dos esquemas de codificação e decodificação sugeridos nesta tese, objetivando inferir sobre possíveis taxas de dados atingíveis com tal proposta.

No Capítulo 3 pôde-se verificar que é possível construir códigos produto também com componentes não-sistemáticos. Assim, o estudo comparativo do desempenho de códigos produto com componentes sistemáticos e não sistemáticos, fundamentado pela teoria da informação, configura-se um tema em interessante.

Para aplicação em sistemas de comunicação de dados que podem ser transmitidos a taxas variáveis, a implementação de um “critério de parada” que reduza o número médio de iterações do algoritmo de decodificação turbo proposto pode trazer benefícios em termos do aumento da vazão média de informação. Este quesito representa uma outra oportunidade para investigações futuras.

Verifica-se que há necessidade de investigação sobre o potencial real de utilização prática do sistema MC-DS-CDMA em, por exemplo, sistemas de comunicação móvel celular. Entretanto, a verificação do real desempenho do sistema depende, como já citado, da influência das imperfeições nos processos de estimação do estado de canal (magnitude e fase), mas também de sincronismo, desvios de fase, alta relação da potência de pico pela potência *rms*, desvios Doppler e outros fatores que isoladamente não comprometem tal verificação, mas que em conjunto podem ser significativos. Mesmo levando em conta todos estes fatores, o uso de um modelo de canal apropriado aos mais variados ambientes de propagação (por exemplo: macro, micro ou pico-celular) também representa uma necessidade. A investigação sobre estes modelos pode se configurar um interessante estudo complementar.

Os afeitos da adaptação da potência de transmissão por portadora poderia também se configurar uma oportunidade de investigação, embora se saiba que a adaptação de potência de transmissão não afeta em muito a capacidade do canal com desvanecimento, quando os desvanecimentos são i.i.d..

Sabe-se que o uso de técnicas de transformada discreta direta e inversa de Fourier pode simplificar drasticamente a implementação de sistemas com modulação multiportadora. Entretanto, quando o número total de portadoras a ser utilizado é baixo, os resultados proporcionados pelas operações de transformada passam a ser progressivamente imprecisos, dada a necessidade de transformadas de vetores com um pequeno número de pontos. A necessidade de conhecimento dos reais efeitos destas potenciais imprecisões e da solução de compromisso entre performance e complexidade motiva estudos mais aprofundados.

Vários autores têm reportado resultados de desempenho de sistemas com múltiplas portadoras, destacando sua imunidade a interferências, especialmente interferências de faixa estreita (banda parcial). A investigação desse aspecto no contexto do sistema MC-DS-CDMA estudado também abre caminhos para estudos futuros.

Apêndice A

Cálculo da função densidade de probabilidade do desvanecimento na saída do combinador MRC

SABE-SE que na literatura especializada ainda não encontra-se uma forma analítica simples e exata para função densidade de probabilidade (f.d.p.) da soma de S, $S > 2$, variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh. Esse resultado seria útil, por exemplo, em análises matemáticas que envolvem a regra de combinação EGC em canais com desvanecimento Rayleigh. Aproximações e soluções computacionais, algumas bastante precisas, muitas vezes são utilizadas para suprir esta falta [Yac93, p. 195], [Jak94, p. 321]. Já para o caso da combinação MRC, a função densidade de probabilidade da amplitude do desvanecimento na saída do combinador tem forma analítica simples e que pode ser obtida com relativa facilidade, embora não seja citada com freqüência na literatura. Esse apêndice apresenta os passos necessários à obtenção desta f.d.p..

Suponha que o desvanecimento que afeta o sinal recebido em cada uma das S entradas do combinador MRC seja igualmente distribuído, com distribuição de Rayleigh. A f.d.p. deste desvanecimento em cada entrada i, $i = 1, 2, \ldots S$, então terá a forma:

$$p_{R_i}(r_i) = \begin{cases} \dfrac{2r_i}{\Omega}\exp\left(-\dfrac{r_i^2}{\Omega}\right) & , r_i \geq 0 \\ 0 & , r_i < 0 \end{cases} \tag{A.1}$$

onde $\Omega = \mathrm{E}[R^2] = 2\sigma^2$ é o valor médio quadrático da magnitude do processo gaussiano complexo de variância σ^2, considerado igual em todas as entradas do combinador.

Sabendo que antes de serem somados para formar a saída com combinador MRC, os sinais de entrada são ponderados pela magnitude[1] do desvanecimento, esta obtida por estimação, no receptor. Seja então $x_i = r_i^2$ as novas variáveis aleatórias nas entradas do somador do combinador. A f.d.p. destas novas variáveis pode ser calculada através de

$$p_{R_i}(r_i)\,|\,dr_i\,| = p_{X_i}(x_i)\,|\,dx_i\,| \tag{A.2}$$

Sendo $dx_i = 2r_i dr_i$, tem-se

$$p_{X_i}(x_i) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Omega}\exp\left(-\dfrac{x_i}{\Omega}\right) & , x_i \geq 0 \\ 0 & , x_i < 0 \end{cases} \tag{A.3}$$

que corresponde a uma função *qui-quadrada* com dois graus de liberdade [Pro95, p. 41].

A variável aleatória de saída do combinador MRC será

$$Y = \sum_{i=1}^{S} X_i \tag{A.4}$$

Admitindo que as variáveis aleatórias de entrada do combinador sejam independentes, a *função característica* [Pro95, p. 35] apresenta-se como útil ferramenta para que seja obtida a f.d.p. da soma destas variáveis. A função característica pode ser definida como

$$\Psi_Y(ju) = E\left(e^{juY}\right) \tag{A.5}$$

Aplicando-a ao caso em questão vem

$$\Psi_Y(ju) = E\left[\exp\left(ju\sum_{i=1}^{S} X_i\right)\right] = E\left[\prod_{i=1}^{S} e^{jux_i}\right] \tag{A.6}$$

Sendo independentes as variáveis aleatórias envolvidas, pode-se escrever [Pro95, p. 36]

[1] Esta ponderação é válida quando as potências de ruído em cada entrada do combinador são iguais entre si. Caso não o sejam, o fator de ponderação ótimo é igual à magnitude do desvanecimento dividida pela potência de ruído em cada entrada [Ya93, p. 192].

$$\Psi_Y(ju) = \prod_{i=1}^{S} \Psi_{X_i}(ju) \tag{A.7}$$

Se, adicionalmente, as variáveis aleatórias forem independentes e identicamente distribuídas, tem-se

$$\Psi_Y(ju) = [\Psi_X(ju)]^S \tag{A.8}$$

Assim, a f.d.p. do desvanecimento na saída do combinador MRC pode ser calculada através de [Pro95, p. 35]

$$p_Y(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\Psi_X(ju)]^S e^{-juy} du \tag{A.9}$$

O problema agora reside em calcular a função característica relacionada à variável aleatória de entrada do combinador, ou seja:

$$\Psi_X(ju) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jux} p(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Omega} \exp\left(-\frac{x}{\Omega}\right) e^{jux} dx \tag{A.10}$$

Para resolver a integral de (A.10) recorre-se a uma tabela de transformada de Fourier que estabelece

$$\Im\left[e^{-at} u(t)\Big|_{a>0}\right] = \frac{1}{a + j2\pi f} \tag{A.11}$$

Então, por analogia a (A.11) obtém-se

$$\Psi_X(ju) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jux} p(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Omega} \exp\left(-\frac{x}{\Omega}\right) e^{jux} dx = \frac{1}{1 - ju\Omega} \tag{A.12}$$

E, portanto:

$$\Psi_Y(ju) = [\Psi_X(ju)]^S = \frac{1}{(1 - ju\Omega)^S} \tag{A.13}$$

Substituindo o resultado de (A.13) em (A.9), tem-se

$$p_Y(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1 - ju\Omega)^S} e^{-juy} du \tag{A.14}$$

Conforme [Pro95, p. 42], se

$$\Psi(ju) = \frac{1}{\left(1 - j2u\sigma^2\right)^{n/2}} \tag{A.15}$$

então

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sigma^n 2^{n/2} \Gamma(n/2)} y^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} \tag{A.16}$$

Comparando (A.15) com (A.13) tem-se que $n/2 = S$ e, sendo S um número inteiro positivo, a *função gamma* $\Gamma(S) = (S - 1)!$, obtém-se finalmente a função densidade de probabilidade da magnitude do desvanecimento na saída do combinador MRC na forma

$$p_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{y^{S-1} e^{-y/\Omega}}{\Omega^S (S-1)!} & , y \geq 0 \\ 0 & , y < 0 \end{cases} \tag{A.17}$$

Apêndice B

Publicações do Autor

NESTE apêndice apresenta-se uma lista de publicações do autor, relacionadas direta ou indiretamente ao tema dessa tese. Esta lista inclui trabalhos já publicados e também trabalhos aceitos para publicação (no prelo).

B.1. Publicações diretamente relacionadas ao tema da tese

[1] GUIMARÃES, D. A., **Esquemas de Codificação para um Sistema DS-CDMA com Portadoras Ortogonais**, Dissertação de Mestrado: FEEC – UNICAMP. Campinas, SP, Junho, 1998.

[2] GUIMARÃES, D. A. and J. PORTUGHEIS. **Channel Coding Schemes for an Orthogonal Multicarrier DS-CDMA System**, IEE Electronics Letters, London, UK, Vol. 34, No. 24, pp. 2308-2309, 1998.

[3] GUIMARÃES, D. A., **Decodificação Turbo de Códigos Produto de Paridade Simples**, Revista Telecomunicações, Vol. 5, No. 1, pp. 11-28: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Junho, 2002.

[4] GUIMARÃES, D. A., **Análise de Limitantes Superiores de Probabilidade de Erro de Bit para uma Classe de Códigos Produto**, Revista Telecomunicações, Vol. 6, No. 2, pp. xx-yy: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Dezembro, 2003 – *aceito para publicação*.

[5] GUIMARÃES, D. A. and J. PORTUGHEIS. **A Class of Product Codes and Its Iterative (Turbo) Decoding**, 3rd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics: Brest, France, September 2003 – *aceito para publicação*.

[6] GUIMARÃES, D. A. e J. PORTUGHEIS. **Uma Classe de Códigos Produto e sua Decodificação Turbo Aplicada num Sistema CDMA Multiportadora**, XX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações: Rio de Janeiro, RJ, outubro, 2003 – *aceito para publicação*.

[7] GUIMARÃES, D. A. and J. PORTUGHEIS. **Turbo Product Codes for an Orthogonal Multicarrier DS-CDMA System**, 4th International Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum, MC-SS 2003, Oberpfaffenhofen, Germany, September 17-19, 2003 – *aceito para publicação*.

B.2. Publicações indiretamente relacionadas ao tema da tese

[1] GUIMARÃES, D. A., **Introdução às Comunicações Móveis**, (*artigo convidado*), Revista Telecomunicações, Vol. 1, No. 1, pp. 1-22: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Agosto, 1998.

[2] GUIMARÃES, D. A, **Sistema DS-CDMA Multiportadora Codificado,** em Anais da Semana Internacional das Telecomunicações 2000, p. 133-180. Santa Rita do Sapucaí, MG, 2000.

[3] GUIMARÃES, D. A., **Sistemas de Comunicação Móvel de Terceira Geração**, (*artigo convidado*), Revista Telecomunicações, Vol. 4, No. 1, pp. 1-23: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Maio, 2001.

[4] GASPAR, I. S., J. S. de SÁ, R. M. VOLPATO e D. A. GUIMARÃES, **Aplicação de um Sistema de Comunicação Sem Fio com Espalhamento Espectral na Correção do Fator de Potência em Plantas Industriais com Cargas Não Lineares**, Revista Telecomunicações, Vol. 4, No. 2, pp. 56-61: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Dezembro, 2001.

[5] ROLIM, T. H. de P., C. P. D. NOVAES, A. de O. VONO and D. A. GUIMARÃES, **Survey: A System for Propagation Analysis in Mobile Communication Environments**, Revista Telecomunicações, Vol. 4, No. 2, pp. 51-55: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Dezembro, 2001.

[6] GASPAR, I. S., J. S. de SÁ, R. M. VOLPATO and D. A. GUIMARÃES, **Real-time Power Factor Correction in Industrial Plants with Non-linear Loads**, VII International Conference on Engineering and Technology Education, INTERTECH 2002. Santos, SP, março, 2002.

[7] ROLIM, T. H. de P., C. P. D. NOVAES, A. de O. VONO and D. A. GUIMARÃES, **Survey: A System for Propagation Analysis in Mobile Communication Environments**, VII International Conference on Engineering and Technology Education, INTERTECH 2002. Santos, SP, março, 2002.

[8] ROLIM, T. H. de P., A. de O. VONO, C. P. D. NOVAES e D. A. GUIMARÃES, **Um Método para Síntese e Análise dos Principais Efeitos de Propagação em Canais de Rádio Móvel**, Revista Telecomunicações, Vol. 5, No. 1, pp. 35-40: Inatel. Santa Rita do Sapucaí, MG, Junho, 2002.

Anexo A

CD com Arquivos Relacionados à Tese

O porta-CD deve
ser colado aqui

Referências

[Ada00] ADACHI, Fumiyuki and Nobuo KAKAJIMA, **Challenges of Wireless Communications – IMT-2000 and Beyond**, IEICE Transactions on Fundamentals, Vol. E83-A, No. 7, July/2000.

[Alo97] ALOUINI, Mohamed-Slim and A. GOLDSMITH. **Capacity of Nakagami Multipath Fading Channels**. in Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'97, Phoenix, AZ, pp. 358-362, May/1997.

[Bah74] BAHL, L. R., J. COCKE, F. JELINEK and J. RAVIV. **Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate.** IEEE Transactions on Information Theory, pp. 284-287. March/1974.

[Bar96] BARBULESCU, S. A. **Iterative Decoding of Turbo Codes and Other Concatenated Codes**. Ph.D. Thesis, Faculty of Engineering, University of South Australia, February/1996.

[Bar98] BARBULESCU, S. A. and S. S. PIETROBON. **Turbo Codes: a Tutorial on a New Class of Powerful Error Correcting Coding Schemes. Part I: Code Structures and Interleaver Design**. Institute for Telecommunications Research, University of South Australia, October/1998.

[Ben96] BENEDETTO, Sergio, G. MONTORSI. **Unveiling Turbo Codes: Some Results on Parallel Concatenated Coding Schemes.** IEEE Transactions on Information Theory, Vol 42, n° 2, pp. 409-428. March/1996.

[Ben98a] BENEDETTO, Sergio, D. DIVSALAR, G. MONTORSI and F. POLLARA. **Analysis, Design, and Iterative Decoding of Double Serially Concatenated Codes with Interleavers.** IEEE Journal on Selected Areas in Communications, pp. 231-244. Vol. 16, n° 2. February/1998.

[Ben98b] BENEDETTO, Sergio, D. DIVSALAR, G. MONTORSI and F. POLLARA. **Serial Concatenation of Interleaved Codes: Performance Analysis, Design and Iterative Decoding.** IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 44, n° 3, pp. 909-926, May/1998.

[Ben99] BENEDETTO, Sergio and E. BIGLIERI. **Principles of Digital Transmission With Wireless Applications**. Kluwer Academic / Plenum Publishers, New York, 1999.

[Ber93] BERROU, Claude, A. GLAVIEUX and P. THITIMAJSHIMA. **Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-Codes**, in Proceedings of the 1993 Communication Conference, ICC'93, Geneva, Switzerland, pp. 1064-1070, May/1993.

[Ber96] BERROU, Claude and A. GLAVIEUX. **Near Optimum Error Correcting Coding And Decoding: Turbo-Codes.** IEEE Transactions on Communications, pp. 1261-1271, Vol. 44, n° 10. October/1996.

[Big98] BIGLIERI, Ezio, J. PROAKIS and S. SHAMAI. **Fading Channels: Information-Theoretic and Communications Aspects**. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 2619-2692, Vol. 44, n° 6, October/1998.

[Big99] BIGLIERI, Ezio, Giuseppe CAIRE and Giorgio TARICCO, **Coding for the Fading Channel: a Survey**, in Signal Processing for Multimedia, J.S. Byrnes (Ed.), pp. 253, IOS Press, 1999.

[Bin90] BINGHAM, John A. C. **Multicarrier Modulation for Data Transmission: An Idea Whose Time Has Come**. IEEE Communications Magazine, May/1990.

[Bor79] BORTH, David E. and Michael B PURSLEY. **Analysis of Direct-Sequence Spread-Spectrum Multiple-Access Communication Over Rician Fading Channels**. IEEE Transactions on Communications, Vol. Com -27, n° 10, pp. 1566-1576, October/1979

[Bos00] BOSSERT, Martin. **Channel-Coding for Telecommunications.** John Wiley & Sons, Ltd., England, July/2000.

[Cha66] CHANG, Robert W., **Orthogonal Frequency Multiplex Data Transmission System**, U.S. Patent Nr. 3,488,445. 1966.

[Cha72] CHASE, David. **A Class of Algorithms for Decoding Block Codes With Channel Measurement Information.** IEEE Transactions on Information Theory, pp. 170-182, Vol. IT-18, n° 1. January/1972.

[Cio91] CIOFFI, John M., **A Multicarrier Primer**. Amati Communications Corporation & Stanford University, 1991.

[Dav01] DAVE, Sameep, J. KIM and S. C. KWATRA. **An Efficient Decoding Algorithm for Block Turbo Codes**. IEEE Transactions on Communications, pp. 41-46, Vol. 49, n° 1, January/2001.

[Eli54] ELIAS, P. **Error-free Coding**. IRE Transactions on Information Theory, PGIT–4, pp. 29-37, September/1954.

[Faz00] FAZEL, Khaled and S. KAISER (*editors*). **Multi-Carrier Spread Spectrum & Related Topics**. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 2000.

[Faz93] FAZEL, K. and L. PAPKE. **On the Performance of Convolutionally-Coded CDMA/OFDM for Mobile Communication System**, in Proceedings of the International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC´93), Yokahoma, Japan, pp.468-472, September 1993.

[Faz97] FAZEL, Khaled and G. FETTWEIS (*editors*), P. GERHARD. **Multi-Carrier Spread Spectrum**. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 1997.

[Gal68] GALLAGER, R. G. **Information Theory and Reliable Communication**. John Wiley & Sons, 1968.

[Gol00] GOLDFELD, Lev and V. LYANDRES. **Capacity of the Multicarrier Channel with Frequency-Selective Nakagami Fading.** IEEE Transactions on Communication, pp 697-702, Vol E83-B, n° 3, March/2000.

[Gol97] GOLDSMITH, Andrea J. and P. P. VARAIYA. **Capacity of Fading Channels with Channel Side Information**. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 1986-1992, Vol. 43, n° 6, November/1997.

[Gom02] GOMES, G. G. R. and R. BALDINI FILHO, **On Line-of-sight microwave block coded multicarrier modulation in Rummler's frequency selective channel model**, proceedings of the 7th International OFDM-Workshop, Hamburg, Germany, September 2002.

[Gui02] GUIMARÃES, D. A., **Decodificação Turbo de Código Produto de Paridade Simples**, Revista Telecomunicações, Vol. 05, Nr. 01, Inatel, Junho/2002.

[Gui98a] GUIMARÃES, D. A., **Esquemas de Codificação para um Sistema DS-CDMA com Portadoras Ortogonais**, Dissertação de Mestrado: FEEC – UNICAMP. Campinas, SP, Junho/1998.

[Gui98b] GUIMARÃES, D. A. and J. PORTUGHEIS. **Channel Coding Schemes for an Orthogonal Multicarrier DS-CDMA System**, IEE Electronics Letters, London, UK, Vol. 34, n. 24, p. 2308-2309, 1998.

[Gün96] GÜNTHER, Christoph G. **Comment on "Estimate of Channel Capacity in Rayleigh Fading Environment"**. IEEE Transactions on Vehicular Technology, pp. 401-403, Vol. 45, n° 2, May/1996.

[Hag89] HAGENAUER, J. and P. HOEHER. **A Viterbi Algorithm With Soft–Decision Outputs and its Applications**, In Proc. Globecom '89, pp. 1680-1686, Dallas, USA, 1989.

[Hag96] HAGENAUER, J., E. OFFER and L PAPKE. **Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes**. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 429-445, Vol. 42 N° 2, March/1996.

[Hal96] HALL, Erik K. **Performance and Design of Turbo Codes on Rayleigh Fading Channels.** M. Sc. Thesis, University of Virginia, May/1996.

[Hal98] HALL, Erik K. and S. G. WILSON. **Design and Analysis of Turbo Codes on Rayleigh Fading Channels**. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, pp. 160-174, Vol. 16, n° 2, February/1998.

[Har96] HARA, Shinsuke and R. PRASAD. **An Overview of Multi-Carrier CDMA**, In Proceedings of the International Symposium on Spread Spectrum Technology and Applications, ISSSTA'96, Mainz, Germany, 1996.

[Har97] HARA, Shinsuke and R. PRASAD. **Overview of Multicarrier CDMA**. IEEE Communications Magazine, December, 1997.

[Hay01] HAYKIN, S. **Communication Systems.** 4rd Edition - John Wiley and Sons, Inc. New York, USA, 2001.

[Hon97] HONARY, Bahram. **Trellis Decoding of Block Codes**. Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, USA, 1997.

[Hun98a] HUNT, Andrew, **Hyper-codes: High-performance Low-Complexity Error-Correcting Codes**. M. Sc. Thesis, Faculty of Engineering, Ottawa-Carleton Institute of Electrical Engineering, Carleton University, Ottawa, Ontario, Canada, May/1998.

[Hun98b] HUNT, Andrew, S. CROZIER and D. FALCONER. **Hyper-codes: High-performance Low-Complexity Error-Correcting Codes**. Proceedings of the 19th Biennial Symposium on Communications, pp. 263-267, Kingston, Canada, June/1998.

[Hus96] HUSCHKA, T., M. REINHARDT and J. LINDNER. **Channel Capacities of Fading Radio Channels**. in 7th IEEE Int. Symp. Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication, PIMRC`96, Taipei, Taiwan, pp. 467-471, 1996.

[Hwa98] HWANG, K. C. and K. B LEE, **Performance Analysis of Low Processing Gain DS/CDMA Systems with Random Spreading Sequences**, IEEE Communications Letters, Vol. 2, No. 12, December/1998.

[Jak94] JAKES, William C. and Donald C. COX (*editors*), **Microwave Mobile Communications**, 2nd edition, IEEE Press: New Jersey, 1994.

[Kai98] KAISER, Stefan. **Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems – Analysis and Optimization of Detection, Decoding and Channel Estimation**, Ph.D. Thesis: VDI Verlag GmbH. Düsseldorf, 1998.

[Kan94] KANEKO, T., T. NISHIJIMA, H. INAZUMI, S. HIRASAWA. **An Efficient Maximum-Likelihood-Decoding Algorithm for Linear Block Codes with Algebraic Decoder**. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 320-327, Vol. 40, N° 2, March/1994.

[Kon96] KONDO, Shiro and L. B. MILSTEIN. **Performance of Multicarrier DS CDMA Systems**. IEEE Transactions on Communications, pp. 238-246, Vol. 44, ° 2, February/1996.

[Lee90] LEE, W. C. Y. **Estimate of Channel Capacity in Rayleigh Fading Environment**. IEEE Transactions on Vehicular Technology, pp. 187-189, Vol. 39, n° 3, August/1990.

[Lee94] LEE, E. A. and D. G. MESSERSCHMITT. **Digital Communication**. 2nd Edition - Kluwer Academic Publishers, 1994.

[Mat01] MATHSOFT, Inc., **Mathcad 2001 Professional User's Guide**, Mathsoft, Inc. USA, 2001.

[Mat99] MATSUTANI, Hideyuki and M. NAKAGAWA**. Multi-Carrier DS-CDMA Using Frequency Spread Coding**, IEICE Transactions on Fundamentals, Vol. E82-A, No. 12, December 1999.

[Max96] MAXEY, J. J. and R. F. ORMONDROYD. **Low-Rate Orthogonal Convolutional Coded DS-CDMA Using Non-Coherent Multi-Carrier Modulation Over AWGN and Rayleigh Faded Channel**. In Proceedings of the 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques & Applications (ISSSTA´96), pp. 575-579, Mainz, Germany, September/1996.

[Max97a] MAXEY, J. J. and R. F. ORMONDROYD. **Non-Coherent Differential Encoded Multi-Carrier SS Modulation Schemes Using Low-Rate Orthogonal Convolutional Coding in Frequency Selective Rayleigh Fading.** Proceedings of the 47th Vehicular Technology Conference (VTC'97), pp. 2045-2049, May 4-7, Vols. 1-3, 1997.

[Max97b] MAXEY, J. J. and R. F. ORMONDROYD. **Multi-Carrier CDMA Using Convolutional Coding and Interference Cancellation Over Fading Channels**. Proceedings of International Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum, pp. 89-96, Oberpfaffenhofen, April 24-25, 1997.

[McI95] MC'ILLREE, Philip Edward. **Channel Capacity Calculations For M-Ary N-Dimensional Signal Sets**, M. Sc. dissertation, University of South Australia, February/1995.

[Nic97a] NICKL, H., J. HAGENAUER and F. BURKET. **Approaching Shannon's Capacity Limit by 0.27 dB Using Hamming Codes in a 'Turbo'-Decoding Scheme"**. In Proceedings of the 1997 International Symposium on Information Theory, Germany, June 29 – July 4, 1997.

[Nic97b] NICKL, H., J. HAGENAUER and F. BURKERT. **Approaching Shannon's Capacity Limit by 0.2 dB Using Simple Hamming Codes**. IEEE Communications Letters, Vol. 1 5, pp. 130-132, September 1997.

[Och97] OCHIAI, Hideki and H. IMAI. **Block Coding Scheme Based on Complementary Sequences for Multicarrier Signals**. ICEIC Trans. Fundamentals, pp. 2136-2142, Vol. E80-A, n° 11, November/1997.

[Oza94] OZAROW, Lawrence H, S. SHAMAI and A. D. WYNER. **Information Theoretic Considerations for Cellular Mobile Radio**. IEEE Transactions on Vehicular Technology, pp. 359-378, Vol. 43, n° 2, May/1994.

[Pap91] PAPOULIS, Athanasios. **Probability, Random Variables, and Stochastic Processes**. 3rd Edition - McGraw Hill, USA, 1991.

[Pin02] PINTO, Ernesto L. e C. P. de ALBUQUERQUE, **A Técnica de Transmissão OFDM**, Revista Telecomunicações, Vol. 05, Nr. 01, Inatel, Junho/2002.

[Pra96] PRASAD, Ramjee and Shinsuke HARA, **An overview of Multi-Carrier CDMA.** In Proceedings of the 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, Mainz, Germany, pp. 107-114, September 22-25, 1996.

[Pro95] PROAKIS, J. G. **Digital Communications**. 3rd Edition - McGraw Hill. New York, 1995.

[Pur77a] PURSLEY, Michael B. **Performance Evaluation for Phase-Coded Spread-Spectrum Multiple-Access Communication – Part I: System Analysis**. IEEE Transactions on Communications, pp. 795-802, Vol. COM-25, n° 8, August/1977.

[Pur77b] PURSLEY, Michael B. and D. V. SARWATE. **Performance Evaluation for Phase-Coded Spread-Spectrum Multiple-Access Communication – Part II: Code Sequence Analysis**. IEEE Transactions on Communications, Vol. Com-25, No. 8, August/1977.

[Pyn98] PYNDIAH, Ramesh M. **Near-Optimum Decoding of Product Codes: Block Turbo Codes.** IEEE Transactions on Communication, pp. 1003-1010, Vol. 46, n° 8. August/1998.

[Pyn99] PYNDIAH, Ramesh M. and A. PICART. **Adapted Iterative Decoding of Product Codes**, pp. 2357-2362, Global Telecommunications Conference – Globecom'99.

[Ran01] RANKIN, David M., **Single Parity Check Product Codes and Iterative Decoding**. Ph.D. Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, May/2001.

[Rap02] RAPPAPORT, T. S., A. ANNAMALAI, R. M. BUEHRER and W. H. TRANTER, **Wireless Communications: past events and a future perspective***;* IEEE Communications Magazine , Vol. 40, Issue 5, pp. 148-161, May/2002.

[Rap96] RAPPAPORT, T. S. **Wireless Communications - Principles and Practice**. IEEE Press, Inc.. New York and Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1996.

[Ris01] RISLEY, Allen. **Performance of Turbo Product Codes in a Multipath, Fading Environment.** Advanced Hardware Architectures, January/2001.

[Rob95] ROBERTSON, P., E. VILLEBRUN and P. HOEHER. **A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain**. In Proceedings of the 1995 International Conference on Communications, ICC '95, Seattle, pp. 1009-1013, Vol. 2, 1995.

[Row95] ROWITCH, Douglas N. and L. B. MILSTEIN. **Coded Multicarrier Code Division Multiple Access**, In proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 23, September/1995.

[Row98] ROWITCH, Douglas N. **Convolutional and Turbo Coded Multicarrier Direct Sequence CDMA, and Applications of Turbo Codes to Hybrid ARQ Communication Systems**. Ph.D. Thesis, University of California, San Diego, USA, 1998.

[Row99a] ROWITCH, Douglas N. and L. B. MILSTEIN. **Convolutionally Coded Multicarrier DS-CDMA Systems in a Multipath Fading Channel – Part I: Performance Analysis**. IEEE Transactions on Communications, pp. 1570-1582, Vol. 47, n° 10, October/1999.

[Row99b] ROWITCH, Douglas N. and L. B. MILSTEIN. **Convolutionally Coded Multicarrier DS-CDMA Systems in a Multipath Fading Channel – Part II: Narrow-Band Interference**

Suppression. IEEE Transactions on Communications, pp. 1729-1736, Vol. 47, n° 11, November/1999.

[Sal67] SALTZBERG, B. R. **Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System**. IEEE Transactions on Communication Technology, pp. 805-811, Vol. COM-15, n° 6, December/1967.

[San96] SANADA, Y. and M. NAKAGAWA. **A Multiuser Interference Cancellation Technique Utilizing Convolutional Codes and Orthogonal Multicarrier Modulation for Wireless Indoor Communications**. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, pp. 1500-1509, Vol. 14, No. 8, October/1996.

[Sar95] SARI, HIKMET, KARAM, GEORGES, and JEANCLAUDE, ISABELLE. **Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting**. IEEE Communications Magazine, February/1995.

[Sha48] SHANNON, C. E., **A Mathematical Theory of Communication**, reprinted with corrections from The Bell System Technical Journal, Vol. 27, July, October/1948.

[Sha49] SHANNON, C. E., **Communication in the Presence of Noise**. Proceedings of IRE, pp. 10-21, Vol.37, January/1949.

[Sil54] SILVERMAN, R. A. and M. BALSER. **Coding for Constant-Data-Rate Systems**. IRE Transactions on Information Theory, pp. 50-63, PGIT-4, 1954.

[Skl97] SKLAR, B., **A Primer on Turbo Code Concepts**. IEEE Communication Magazine, pp. 94-101, December/1997.

[Sou96] SOUROUR, E. A. and M. NAKAGAWA, **Performance of Orthogonal Multicarrier CDMA in a Multipath Fading Channel**. IEEE Transactions on Communications, pp. 356-367, Vol. 44, No. 3, March/1996.

[Sti97a] STIRLING-GALLACHER, R. A. and G. J. R. POVEY. **Different Channel Coding Strategies for OFDM-CDMA**. In Proceedings of the Vehicular Technology Conference (VTC´97), pp. 845-849, Phoenix, USA, May/1997.

[Sti97b] STIRLING-GALLACHER, R. A. and G. J. R. POVEY. **Performance of a OFDM-CDMA System with Orthogonal Convolution Coding and Interference Cancellation**. In Proceedings of the Vehicular Technology Conference (VTC´97), pp. 860-864, Phoenix, USA, May/1997.

[Tar99] TARICCO, Giorgio, E. BIGLIERI and G. CAIRE, **Impact of channel state information on coded transmission over fading channels with diversity reception,** IEEE Transactions on Communications, Vol. 47 No. 9, pp. 1284-1287, September/1999.

[Tia99] TIA/EIA-136-420, **TIA/EIA Standard: TDMA Cellular/PCS – VSELP**, Telecommunications Industry Association, March/1999.

[Tuf98] TUFVESSON, Fredrik. **Channel Related Optimization of Wireless Communication Systems**. Series of Licentiate and Doctoral Theses, no. 3, ISSN 1402-8662, Department of Applied Electronics, Lund University, Lund, Sweden, February/1998.

[Tur80] TURIM, G. L. **Introduction to Spread-Spectrum Antimultipath Techniques and Their Application to Urban Digital Radio**. Proceedings of the IEEE, pp. 328-353, Vol. 68, No. 3, March/1980.

[Van02] VANTRACEELE, C., J. P. BARBOT, B. GELLER and J. M. BROSSIER, **BCH turbo codes for xDSL transmission**, 7th International OFDM-Workshop, Hamburg, Germany, September/ 2002.

[Van95] VANDENDORPE, L. **Multitone Spread Spectrum Multiple Access Communications System in a Multipath Rician Fading Channel**. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 44, No. 2, May/1995.

[Ver98] VERDÚ, Sergio. **Fifty Years of Shannon Theory**. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 2057-2078, Vol. 44, n° 6, October/1998.

[Vit79] VITERBI, Andrew J., **Spread Spectrum Communications – Myths and Realities**. IEEE Communications Magazine, Vol. 17, No. 3, pp. 11-18, May/1979 (reprinted in May/2002).

[Wei71] WEINSTEIN, S. B. and P. M. EBERT. **Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform**. IEEE Transactions on Communications Technology, pp. 628-634, Vol. 19, October/1971.

[Wic95] WICKER, Stephen B. **Error Control Systems for Digital Communication and Storage**. Prentice Hall. New Jersey, 1995.

[Wol64] WOLFOWITZ, J., **Coding Theorems of Information Theory**. New York: Springer-Verlag, 2nd ed., 1964.

[Won01] WONG, Tan F., **Numerical Calculation of Symmetric Capacity of Rayleigh Fading Channel with BPSK/QPSK**, IEEE Communications Letters, Vol. 5, No. 8, August/2001.

[Woz65] WOZENCRAFT, John. M. and Irwin. M. JACOBS, **Principles of Communication Engineering**. John Wiley & Sons, Inc.: Illinois, USA, 1965.

[Yac93] YACOUB, Michel Daoud. **Foundations of Mobile Radio Engineering**. CRC Press, New York, 1993.

[Yee93] YEE, N., J. P. LINNARTZ and G. FETTWEIS. **Multi-Carrier CDMA in Indoor Wireless Radio Networks**. Proceedings PIMRC ’93 , pp. 109-113, Yokohama, Japan, 1993.

[Zou95] ZOU, William Y. and Y. WU. **COFDM: An Overview**. IEEE Transactions on Broadcasting, pp. 1-8, Vol. 41, n° 1, March/1995.