# Projeto de Moduladores Eletroópticos Faixa Larga Utilizando Tecnologia de Óptica Integrada

Cláudio Kitano e José Edimar Barbosa Oliveira

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS – UNESP - Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA São José dos Campos – SP

*Resumo.* Os moduladores eletroópticos têm grande relevância nos progressos obtidos no aumento da velocidade de transmissão de redes de comunicações à fibra óptica. Estes moduladores são apropriados tanto para a transmissão digital como para analógica. Este artigo apresenta uma análise tutorial de moduladores eletroópticos que abrange desde as configurações volumétricas até as configurações à óptica integrada. A formulação leva em consideração o descasamento das velocidades de fase dos sinais óptico e de modulação e o fator de superposição entre os campos, em função da posição do guia e da geometria do modo óptico guiado.

Abstract. Wide band electrooptic modulators are playing a major rule in the ever growing speed of fiber optic communication network. Such modulators are suitable for either analogic or digital technique and provides very low chirping. This paper presents a comprehensive analysis of electrooptic modulator starting with the bulk configuration and leading up to integrated optic configurations. The analysis takes into account the phase velocity mismatching, LiNbO<sub>3</sub> substrate orientation, overlapping factor as a function of waveguide position and mode size and SiO<sub>2</sub> buffer layer thickness.

## I. INTRODUÇÃO

Moduladores a óptica integrada operando com efeito eletroóptico linear são componentes fundamentais em sistemas de comunicações ópticas de alto desempenho. Os pequeno tamanho e peso, elevada largura de faixa, baixo consumo de potência e compatibilidade com sistemas a fibra óptica são características desses moduladores que os tornam atrativos para aplicações em comunicações ópticas.

Nesses sistemas a saída CW de um laser semicondutor é acoplado a um modulador a óptica integrada para formar uma fonte modulada externamente. A modulação externa possui vantagens relativamente a modulação direta do diodo laser (por injeção de corrente), incluindo a maior largura de banda, melhor linearidade e faixa dinâmica, e a eliminação de chirp em frequência. Como resultado, tais moduladores são adequados para uso em telecomunicações digitais de elevada taxa de bits e em aplicações analógicas de links a fibra óptica, como na distribuição de tv a cabo, acesso remoto a antenas de microondas e controle óptico de radares a redes de antenas. Também, são componentes essenciais em sistemas sensores ópticos, como os giroscópios a fibra óptica.

Neste texto, será apresentada uma visão geral dos moduladores eletroópticos segundo uma análise tutorial, mostrando seus estágios evolutivos. Assim, serão apresentados inicialmente os moduladores eletroópticos volumétricos, modelados segundo parâmetros concentrados. A seguir, estuda-se os moduladores a ondas caminhantes, embora ainda volumétricos. Por fim, serão analisados os moduladores à óptica integrada e destacadas suas propriedades para utilização em telecomunicações ópticas. Ênfase especial será dada ao modulador eletroóptico de fase, uma vez que a modulação de amplitude pode ser obtida a partir deste.

## II. MODULADORES ELETROÓPTICOS VOLUMÉTRICOS

## **II.1. MODULADORES CONCENTRADORES**

A maioria dos moduladores ópticos comerciais para operação em altas frequências são baseadas no efeito eletroóptico linear, no qual um campo elétrico aplicado é usado para variar linearmente o índice de refração de um material através do qual a luz se propaga. Para uma dada polarização óptica e uma direção de campo elétrico modulador, a variação do índice de refração está relacionada ao campo aplicado através dos coeficientes eletroópticos do meio. Entretanto, como o índice de refração não possui natureza tensorial, uma grandeza mais adequada para descrever esse fenômeno é o tensor impermeabilidade elétrica,  $\eta_{ii}$ , que é igual ao inverso da permissividade,  $\varepsilon_{ii}$ , para i, j = 1, 2, 3. Se o sistema de coordenadas empregado for o sistema de coordenadas cristalino (ou principal), no qual X = 1, Y = 2 e Z = 3, o tensor

principal), no qual x = 1, i = 2 e Z = 5, o tensor  $\eta_{ij}$ , é diagonal, com valores iguais a  $\eta_{ii} = 1/\varepsilon_{ii}$ , para i = j e  $\eta_{ij} = 0$ , para  $i \neq j$ .

Devido a uma tecnologia de processamento bem desenvolvida e a coeficientes eletroópticos elevados, o niobato de lítio (LiNbO<sub>3</sub>) tem se contituído num dos principais materiais utilizados em substratos de dispositivos moduladores ópticos. Neste caso, tem-se que  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = n_o^2$  e  $\varepsilon_{33} = n_e^2$ , onde  $n_o = 2,286$  é o índice de refração ordinário e  $n_e = 2,200$  é o índice de refração extraordinário do LiNbO<sub>3</sub>, no comprimento de onda  $\lambda = 0,6328 \mu m$ .

Quando o meio cristalino fica submetido ao efeito eletroóptico, a variação do tensor impermeabilidade,  $\Delta \eta_{ii}$ , é dada por [1]:

$$\Delta \eta_{ii} = r_{iik} E_k \tag{1}$$

5

onde  $E_k$  representa as componentes do vetor campo elétrico de modulação **E**, e  $r_{ijk}$  são os coeficientes eletroópticos, ambos referidos ao sistema de coordenadas principal. A matriz dos coeficientes eletroópticos do LiNbO<sub>3</sub> é dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2)

onde  $r_{22} = 6.8 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,  $r_{13} = 9.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,  $r_{33} = 30.9 \times 10^{-12} \text{ m/V}$  e  $r_{52} = 32.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ , para baixas frequências e  $r_{22} = 3.4 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,  $r_{13} = 8.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,  $r_{33} = 30.8 \times 10^{-12} \text{ m/V}$  e  $r_{51} = 28 \times 10^{-12} \text{ m/V}$  para frequências elevadas [1].

O efeito eletroóptico pode ser melhor compreendido com o auxílio da figura geométrica denominada elipsóide de índices de refração, a qual é descrita pela expressão:

$$\left[\eta_{ij}(0) + \Delta \eta_{ij}\right] x_i x_j = 1 \tag{3}$$

onde  $x_{i,j}$  são coordenadas dos eixos cristalinos. O termo  $\eta_{ij}(0)$  refere-se ao tensor impermeabilidade na ausência de campo elétrico de modulação, e é uma matriz diagonal no sistema de eixos cristalinos.

Considere-se agora, o caso onde o campo elétrico modulador está aplicado na direção cristalográfica *Y*, por exemplo. Então, usando-se a condição  $E_1 = E_3 = 0$  e  $E_2 \neq 0$  na expressão (1), obtém-se o seguinte elipsóide de índices:

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - r_{22}E_2\right)X^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{22}E_2\right)Y^2 + \frac{1}{n_e^2}Z^2 + 2r_{51}E_2YZ = 1 \quad (4)$$

o qual revela que ocorre uma rotação de eixos,  $\theta$ , em torno do eixo X, devido a aplicação do campo elétrico de modulação. Para o caso do LiNbO<sub>3</sub>, mesmo para campos elétricos tão intensos quanto 400kV/m, resulta em ângulos  $\theta$  inferiores a 0,05°. Para todos os efeitos, nos próximos itens, esta pequena rotação de eixos em torno de X será desconsiderada, ou seja, será assumido que a aplicação do campo elétrico de modulação não causa rotação de eixos. Os valores de índices de refração após a aplicação do campo elétrico,  $n'_x$ ,  $n'_y$  e

 $n_z$  assumem a seguinte forma:

$$n_x = n_0 + \frac{1}{2}n_0^3 r_{22}E_2$$
 (5a)

$$n_{y}^{'} = n_{0} - \frac{1}{2} n_{0}^{3} r_{22} E_{2}$$
 (5b)

$$n_z = n_e$$
 (5c)

## **II.1.1. MODULADORES DE FASE**

Para implementar um modulador eletroóptico de fase basta propagar a luz com polarização paralela a um dos novos eixos do elipsóide de índices de refração e que possua birrefringência induzida. No exemplo a seguir, considera-se o caso no qual, tanto o campo elétrico de modulação, quanto a polarização da luz estão na direção Y. Este arranjo está representado esquematicamente na Fig. 1. O raio óptico, observa um índice de refração  $n_y$ , conforme 5 b), de forma que a variação de fase total da luz, ao percorrer o cristal eletroóptico, é dada por:

$$\Delta \phi = \frac{\omega L n_0}{c} - \frac{\omega L}{2c} n_0^3 r_{22} E_2 \tag{6}$$

a qual apresenta uma parcela constante e uma parcela que depende do campo elétrico aplicado. A variável  $\omega$  é a frequência óptica, c é a velocidade da luz e *L* é o comprimento de interação.

Chamando-se o campo de modulação de  $E_m$ , na frequência  $\omega_m$ , e, o campo óptico na entrada da célula de  $E_{IN}$ , tal que

$$E_m = E_m^0 \exp(\omega_m t) \tag{7}$$

$$E_{IN} = E_{IN}^0 \exp(\omega t) \tag{8}$$

onde  $E_m^0 e E_{IN}^0$  são as amplitudes dos campos, obtémse na saída do cristal o seguinte campo

$$E_{OUT} = E_{IN}^0 \exp\left(\omega t + \frac{\omega L}{c} n_0 - \frac{\omega L}{2c} n_0^3 r_{22} E_m\right)$$
(9)



Figura 1. Modulador eletroóptico de fase volumétrico.

Desconsiderando-se o fator de fase constante em (9), obtém-se o seguinte sinal de saída, no domínio do tempo:

$$E_{OUT}(t) = E_{IN}^0 \cos(\omega t - \delta_m \operatorname{sen} \omega_m t)$$
(10)

6

onde

$$\delta_m = \frac{\pi n_0^3 r_{22} E_m^0 L}{\lambda} \tag{11}$$

é a profundidade de modulação do modulador de fase.

Define-se como retardo de fase do cristal eletroóptico,  $\Gamma$ , a seguinte relação:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \left( n_x' - n_y' \right) L = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n_0^3 r_{22} L}{d} \right) V(t) \qquad (12)$$

Na expressão (12), foi considerado que o sistema da Fig.1 atua como um capacitor de placas paralelas no qual o campo elétrico em (5) é dado aproximadamente por  $E_2 = V(t)/d$ , onde V(t) é o sinal de tensão elétrica aplicada ao modulador e d é a espessura do cristal. A partir de (12), define-se como tensão de meia-onda,  $V_{\pi}$ , do modulador, o valor de tensão de alimentação que produz um retardo  $\Gamma = \pi$ , ou seja

$$V_{\pi} = \frac{\lambda}{2n_0^3 r_{22}} \frac{d}{L}$$
(13)

Como exemplo ilustrativo, considere-se um modulador de LiNbO<sub>3</sub> operando em  $\lambda = 0,6328\mu$ m, e que apresenta como parâmetros estruturais d = 5mm e L = 45mm. Aplicando-se (13), determina-se que a tensão de meia-onda desse modulador será de 440V. Este valor de tensão é elevado, entretanto, constitui um valor típico para moduladores volumétricos. A fim de reduzir  $V_{\pi}$ , pode-se diminuir a razão d/L. Contudo, isto aumenta a capacitância equivalente do modulador concentrado, limitando sua resposta em frequência, conforme será visto na próxima seção.

## II.1.2. MODULAÇÃO ELETROÓPTICA EM Frequências de RF

Segundo a referência [2], enquanto o comprimento de caminho óptico do modulador, *L*, for muito menor que metade do comprimento de modulação no cristal, isto é,  $L \ll \pi c / \omega_m \sqrt{\varepsilon_{ef}^{op}}$ , onde  $\varepsilon_{ef}^{op}$  é a permissividade óptica efetiva no meio, o modulador poderá ser tratado segundo parâmetros concentrados. Na Fig. 2 ilustra-se o diagrama do modulador concentrado, bem como seu circuito elétrico associado. Os parâmetros  $R_s$  e *C* são as resistência interna da fonte de alimentação e a capacitância equivalente da célula eletroóptica, respectivamente. A fonte de tensão possui valor V(t).



**Figura 2.** Modulador eletroóptico operando em RF. (a) parâmetros concentrados. (b) circuito equivalente.

Observa-se que parte da tensão da fonte fica retida

$$v_s = \frac{R_s}{X_c + R_s} V(t) = \frac{\omega_0 R_s C}{1 + \omega_0 R_s C} V(t)$$
(14)

onde  $X_c$  é a reatância capacitiva. Quando a frequência aumenta demasiadamente, a reatância  $X_c$  diminui, podendo ficar muito inferior a  $R_s$ . Nesta situação, pode-se até atingir a condição onde  $v_s = V(t)$ , na qual toda a tensão aplicada ao modulador é dissipada na sua resistência interna.

na sua resistência interna, isto é,

Este problema pode ser resolvido ressoando-se a capacitância do cristal com uma indutância externa,  $L_e$ , tal que, a frequência de ressonância seja  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_eC}$ . Além disso, uma resistência shunt  $R_L >> R_s$ , é utilizada, tal que, em  $\omega = \omega_0$  a impedância do circuito seja  $R_L$ . Assim, V(t) será aplicada sobre a célula e não mais sobre  $R_s$ . A Fig. 3 ilustra esta situação.



Figura 3. Modulador eletroóptico concentrado com circuito ressoador.

O circuito ressonante tem largura de faixa,  $\Delta \omega$ , tal que  $\Delta \omega / 2\pi = f_0 / Q_0$ , onde  $f_0$  é a frequência de ressonância e  $Q_0 = 1/2\pi f_0 R_L C$ . Desta forma, a largura de faixa em Hz será dada por

$$\Delta f = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_L C} \tag{15}$$

Define-se como tempo de trânsito do modulador concentrado,  $\tau$ , o tempo que a luz leva para percorre o comprimento da região de interação, L, isto é,  $\tau = n L/c$ , onde *n* é o índice efetivo do modo óptico. A referência [1] mostra que para não haver uma redução na profundidade de modulação, o modulador deve apresentar um tempo de trânsito pequeno comparado ao período do sinal de modulação, o que só é obtido as custas da redução exagerada de L. O modulador a ondas caminhantes tem por objetivo justamente resolver a limitação do tempo de trânsito. Se as velocidades de fase dos campos óptico e de modulação forem iguais, uma porção da frente de onda óptica experimenta o mesmo campo elétrico instantâneo de modulação, o qual corresponde ao campo que ele encontra na face de entrada, quando se propaga através do cristal. Se existir um descasamento de velocidades de fase entre as duas ondas, existirá um fator de redução na profundidade de modulação.

## II.2. MODULADOR ELETROÓPTICO A ONDAS CAMINHANTES

Uma forma de atingir grande largura de faixa com baixa potência de modulação pode ser obtida com o modulador a ondas caminhantes, casando-se as velocidades dos sinais de modulação e óptico. Na Fig.4 ilustra-se um esquema de um modulador a ondas caminhantes.



Figura 4. Modulador eletroóptico volumétrico a ondas caminhantes

A equação de onda, em termos do vetor deslocamento elétrico do sinal óptico, **D**, e da impermeabilidade  $\eta$  do meio perturbado pelo campo elétrico de modulação, apresenta-se como [1]

$$\nabla \times \nabla \times \eta \mathbf{D} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0$$
(16)

Para propagação ao longo da direção s = (0,0,1) de um novo sistema de coordenadas ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\zeta$ ), a expressão (16) revela que a componente de **D** na direção  $\zeta$  é nula, ou seja,  $\mathbf{D} = (D_{\alpha}, D_{\beta}, 0)$ . Nesta situação, (16) fica reduzida a uma equação de onda simplificada:

$$\eta_T \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0$$
(17)

para

$$\eta_T = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n_1^2 & 0 \\ 0 & 1/n_2^2 \end{bmatrix} + \Delta \eta \qquad (18)$$

onde  $n_1$  e  $n_2$  são índices de refração para os modos normais não perturbados. A segunda parcela em (18),  $\Delta \eta$ , é devido ao efeito eletroóptico, ou seja

$$\Delta \eta_{\alpha\beta} = \dot{r_{\alpha\beta\gamma}} E_{\gamma} \tag{19}$$

onde  $r_{\alpha\beta\gamma}$  está referido ao novo sistema de coordenadas e  $\alpha, \beta = 1,2$ . Se  $a_{ij}$  é a matriz de transformação do sistema principal para os eixos  $(\alpha, \beta, \zeta)$ , então

$$\dot{r}_{\alpha\beta\gamma} = a_{\alpha i} a_{\beta j} a_{\gamma k} r_{ijk}$$
(20)

Nas expressões (19) e (20) foi utilizada a notação tensorial.

Um artifício conveniente para analisar este problema é descrever a propagação em termos de uma combinação linear de modos não perturbados. Se for considerado que  $\mathbf{d}_1 \in \mathbf{d}_2$  sejam eixos normais na ausência de perturbação, qualquer propagação pode ser decomposta em uma combinação linear de modos normais com amplitudes constantes,  $A_1 \in A_2$ . Na presença de uma perturbação externa,  $\mathbf{d}_1 \in \mathbf{d}_2$  não são mais auto-vetores de propagação. Neste caso, os coeficientes  $A_1 \in A_2$  não são mais constantes, isto é

$$\mathbf{D}(\zeta,t) = A_1(\zeta,t)\mathbf{d}_1 \exp[j(\omega t - k_1\zeta)] + A_2(\zeta,t)\mathbf{d}_2 \exp[j(\omega t - k_1\zeta)]$$
(21)

A referência [1] mostra que a equação (17), para **D** escrito na forma (21), conduz a equações de modos acoplados:

$$\begin{cases}
\left(\frac{\partial}{\partial\zeta} + \frac{n_{1}}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_{1} = -j\frac{\omega}{c}\Delta N_{11}A_{1} \\
-j\frac{\omega}{c}\Delta N_{12}A_{2}\exp[j(k_{1}-k_{2})\zeta] \\
\left(\frac{\partial}{\partial\zeta} + \frac{n_{1}}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_{2} = -j\frac{\omega}{c}\Delta N_{22}A_{2} \\
-j\frac{\omega}{c}\Delta N_{21}A_{1}\exp[-j(k_{1}-k_{2})\zeta]
\end{cases}$$
(22)

onde

$$\Delta N_{11} = -\frac{1}{2} n_1^3 \Delta \eta_{11}$$
 (23a)

$$\Delta N_{12} = -\frac{n_1^2 n_2^2}{n_1 + n_2} \Delta \eta_{12}$$
(23b)

$$\Delta N_{21} = -\frac{n_1^2 n_2^2}{n_1 + n_2} \Delta \eta_{21}$$
(23c)

$$\Delta N_{11} = -\frac{1}{2} n_2^3 \Delta \eta_{22}$$
 (23d)

Se para uma dada estrutura ocorrer a condição  $\Delta \eta_{12} = \Delta \eta_{21} = 0$ , então, (22) se reduz a:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\zeta} + \frac{n_1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_1 = -j\frac{\omega}{c}\Delta N_{11}A_1 \qquad (24a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\zeta} + \frac{n_2}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_2 = -j\frac{\omega}{c}\Delta N_{22}A_2 \qquad (24b)$$

e, portanto, não ocorre acoplamento entre os modos. Esta situação corresponde a modulação eletroóptica de fase, ficando claro que cada modo óptico propaga-se independentemente entre si.

Por outro lado, na situação onde  $\Delta \eta_{12}$  e  $\Delta \eta_{21}$  são não-nulos ocorre intercâmbio de energia entre os modos a medida que as ondas se propagam no cristal. Neste caso, pode ocorrer modulação tanto de amplitude quanto de fase. Para modulação de amplitude pura, deve ser imposta a condição adicional  $\Delta \eta_{11} = \Delta \eta_{22} = 0$  [1].

## II.2.1. MODULAÇÃO DE FASE

Considere-se que o campo de modulação seja escrito na forma  $E_{m\gamma} = E_{\gamma} sen(\omega_m t - k_m \zeta)$  para  $\gamma = 1,2,3$ . Executando-se a operação de rotação de coordenadas (20), determinam-se os novos valores dos coeficientes eletroópticos para o meio perturbado. Substituindo-se esses coeficientes em (19) obtém-se  $\Delta \eta_{\alpha\beta}$ . Em seguida, utiliza-se esse resultado em uma das equações em (24), de acordo com a polarização de entrada, obtendo-se uma equação diferencial que pode ser resolvida analiticamente. Para o caso de  $A_1$ , por exemplo, as condições de fronteira estabelecem que na face de entrada do cristal  $\zeta = 0$ , deve ser imposto que  $A_1(0,t) = A_0$  = constante, e, desta forma, a solução final na posição  $\zeta = L$  será

$$A_{1}(L,t) = A_{0} \exp[j\delta_{m}.sen(\omega_{m}t - \phi)]$$
(25)

na qual o índice de modulação  $\delta_m$  é dado por

$$\delta_m = \sigma . L \frac{sen\Delta L}{\Delta L} \tag{26}$$

para

$$\sigma = \frac{\omega n^3}{2c} r_{11\gamma} E_{m\gamma}$$
(27)

e

$$\Delta = \frac{\omega_m}{2c}(n_m - n) = \frac{\omega_m}{2} \left( \frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_p} \right)$$
(28)

onde  $v_m$  é a velocidade do sinal de modulação e  $v_p$  é a velocidade do modo óptico no meio. Uma análise similar pode ser aplicada na determinação de  $A_2$ . O vetor deslocamento elétrico é determinado através de (21).

Observa-se que o termo  $(sen\Delta L/\Delta L)$  atua como fator de redução em  $\delta$ , devido ao descasamento entre as velocidades das ondas. Na situação  $v_m = v_p$ , ocorre  $\Delta = 0$  e assim  $\delta_{MAX} = \beta L$ . Quando  $v_m \neq v_p$  o valor máximo de  $\delta$  ocorre para  $\Delta L = \pi/2$ . Através das expressões anteriores observa-se que para reduzir a tensão de alimentação, mantendo-se a profundidade de modulação, é necessário aumentar *L*. Contudo, isto ocorre as custas de uma redução na máxima frequência de modulação.

Como exemplo, considere-se o caso do modulador de fase em LiNbO<sub>3</sub> com propagação óptica segundo o eixo Z do cristal. O campo de modulação é aplicado segundo o eixo Y. Nesta situação, já foi mostrado que praticamente não ocorre rotações de eixos do elipsóide de índices de refração devido ao efeito eletroóptico. Aplicando-se (19), juntamente com a matriz de coeficientes eletroópticos dada em (2), observa-se que  $\Delta \eta_{12} = \Delta \eta_{21} = 0$ , o que implica em que esta configuração pode ser empregada como modulador de fase óptica. Aplicando-se (27) para  $E_{m\gamma} = E_{m2}$  e substituindo-se em (26), para  $\Delta L = \pi/2$ , pode-se obter  $\delta_m$  máximo. No caso de polarização óptica na direção *Y*, obtém-se

$$\delta_{MAX} = \frac{\omega}{2c} n_0^3 r_{22} E_2 L \frac{sen \frac{\omega_m}{2c} (n_m - n_o) L}{\frac{\omega_m}{2c} (n_m - n_o) L}$$
(29)

Assim, por exemplo, para  $\omega_m/2\pi = 6$ GHz,  $n_m = 2,57$  e  $n_o = 2,286$ , e impondo-se a condição  $\Delta L = \pi/2$  para máxima profundidade de modulação, obtém-se de (29) que L = 8,8 cm.

Os principais problemas dos moduladores volumétricos a ondas caminhantes são o consumo de potência e tamanho elevados. Arranjos de cristais depositados no interior de guias de onda ou cavidades ressonantes são apresentados na literatura [2].

Na modulação eletroóptica à óptica integrada, uma portadora óptica propaga-se num guia canal fabricado em material eletroóptico, cujas propriedades podem ser controladas através de um campo elétrico de modulação. Devido ao confinamento da energia do modo óptico estar próximo à superfície, obtém-se uma maior eficiência de efeito eletroóptico aproveitando-se da elevada intensidade dos campos produzidos por estruturas de eletrodos depositados no plano da superfície do modulador. Isto facilita também, o processo de fabricação dos eletrodos, através da utilização de técnicas de litografia para circuitos integrados convencionais. Além disso, o arranjo tornase mais robusto e compacto. Na próxima seção, os moduladores à óptica integrada serão abordados.

# III. MODULADORES ELETROÓPTICOS A ÓPTICA INTEGRADA

Uma ilustração típica de um modulador de fase à óptica integrada é apresentada na Fig. 5. O modulador é constituído por um substrato estratificado composto de LiNbO<sub>3</sub> em corte-Z, com espessura d<sub>3</sub>, e um bufferlayer de  $S_iO_2$ , com espessura d<sub>2</sub>. Os eletrodos internos, em configuração CPS, apresentam larguras iguais entre si (W) e espaçamento uniforme (S). Estes eletrodos são considerados ideais, sem espessura e com condutividade infinita, e estão centralizados em relação ao invólucro metálico de largura 2a e cujo comprimento é *L*. A posição do guia óptico é especificada pelo parâmetro **p** da Fig. 5.

Conforme será visto adiante, para operação com tensão de meia-onda reduzida em moduladores de LiNbO<sub>3</sub> em corte-Z, o guia óptico deve ser posicionado sob os eletrodos de forma que a borda do *spot* óptico coincida aproximadamente com a borda dos eletrodos. Como é sabido, um modo óptico

propagando-se próximo a um metal sofre um sério problema de atenuação [1]. Desta forma, uma fina camada dielétrica de separação, o buffer-layer, serviria para evitar que isto ocorresse. Contudo, esta camada tem também uma função adicional, de proporcionar um descasamento de velocidades reduzido entre os modos óptico e de modulação. Acrescentando-se uma camada de material dielétrico cuja permissividade seja baixa relativamente ao substrato, obtém-se um valor índice de refração de microondas de (ou permissividade efetiva) reduzido, com valores próximos ao do modo óptico. Quanto maior a espessura do buffer layer maior será a velocidade de propagação do sinal modulador, entretanto, haverá um aumento correspondente na potência de alimentação, uma vez que parte da energia de modulação fica retida nesta camada. Existe portanto, uma relação de compromisso na escolha da espessura do buffer layer. Valores típicos estão entre 0,2 a 1,5 µm.

Vários modelamentos têm sido desenvolvidos com os objetivos fundamentais de determinar a resposta em frequência do modulador e a potência do sinal de modulação em função dos seguintes parâmetros: diferença entre as velocidades de propagação dos sinais modulador e óptico, descasamento de impedâncias nos acessos dos eletrodos, perda de potência do sinal modulador, posicionamento do guia óptico com relação aos eletrodos e geometria dos eletrodos [2]-[3]. Neste trabalho, estes parâmetros, excetuando-se a perda de potência, são determinados para um modulador de fase com substrato estratificado, sendo que os eletrodos de modulação são depositados sobre o buffer-layer em configuração tipo CPS (coplanar strips).



**Figura 5.** Modulador de fase à óptica integrada. A região (1) apresenta permissividade absoluta  $\mathcal{E}_o$ , a região (2) é um buffer-layer de SiO<sub>2</sub> e a região (3) é ocupada por LiNbO<sub>3</sub> em corte-Z. O CPS é simétrico. Os parâmetros  $Z_L$  e  $Z_g$  são impedâncias de carga e de gerador, respectivamente. A alimentação é anti-simétrica com tensões iguais a  $\pm V_o/2$ . O guia óptico é difundido no meio (3).

Os canais ópticos difundidos no substrato de LiNbO<sub>3</sub> têm características de guiagem fraca, ou seja, os perfis de distribuição de índice de refração não possuem amplitudes acentuadas em relação ao índice do substrato. Além disso, a perturbação no perfil de índices causada pela ação do campo elétrico de modulação é muito reduzida, embora seja suficiente para causar modulação eletroóptica. Desta forma, a aplicação do cálculo variacional para resolver o problema da interação eletroóptica é capaz de conduzir a resultados satisfatórios, sem o qual tornaria este problema de difícil solução. No método variacional, uma pequena perturbação  $\Delta \overline{\mathcal{E}}_{op}(\mathbf{x},\mathbf{y}),$ permissividade dielétrica da estrutura de guiagem pode ser levada em consideração, permitindo-se que a equação de onda seja resolvida sem grandes dificuldades, a partir da solução conhecida para o guia não perturbado. Será assumido que tal perturbação causa apenas pequenas variações nas funções de modo e nas constantes de propagação. Sejam então  $\delta E_{op}$  e  $(\delta \beta_{op})^2$  estas variações, onde  $\mathbf{E}_{op}$  é o campo óptico e  $eta_{op}$  é a constante de propagação efetiva do modo óptico guiado. A equação de onda assumirá a forma [1]

$$\begin{aligned} \left[ \nabla_T^2 + \omega_{op}^2 \mu_0 \varepsilon_0 \overline{\varepsilon}_{op}(x, y) + & (30) \right] \\ &+ \omega_{op}^2 \mu_0 \varepsilon_0 \Delta \overline{\varepsilon}_{op}(x, y) \right] \cdot \left[ \mathbf{E}_{op}(x, y) + \delta \mathbf{E}_{op} \right] \\ &= \left[ \left( \beta_{op} \right)^2 + \left( \delta \beta_{op} \right)^2 \right] \cdot \left[ \mathbf{E}_{op}(x, y) + \delta \mathbf{E}_{op} \right] \end{aligned}$$

Seguindo o procedimento descrito na referência [1], demonstra-se que a variação no fator de fase do modo óptico, a qual será representada como  $\Delta\beta \cong \delta\beta$ , pode ser dada pela seguinte expressão:

$$\Delta \beta_{op} = \frac{\omega_{op}^2 \mu_0 \varepsilon_0}{2} \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{op}^* \bullet \left[ \frac{\Delta \overline{\varepsilon}_{op}(x, y)}{\beta_{op}} \mathbf{E}_{op} \right] dx dy}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{op}^* \bullet \mathbf{E}_{op} dx dy}$$
(31)

na qual será assumida a seguinte distribuição de campo óptico:

$$\mathbf{E}_{op}(x, y, z) = \left| B(\lambda_0) \right|^{1/2} F_{TM}(x, y) \cdot e^{-j\beta_{op}z} \hat{\mathbf{y}}$$
(32)

onde  $|B(\lambda_0)|^{1/2}$  é a amplitude da fonte óptica, a qual depende do comprimento de onda  $\lambda_0$ . Como o modo óptico fundamental no guia canal de LiNbO<sub>3</sub>, em corte-Z, com propagação segundo *Y* e com guiagem fraca, é do tipo quase-TM, é possível escrever a conformação de campo óptico como [3]

$$\left|\mathbf{F}_{TM}(x, y)\right|^{2} = \frac{4y^{2}}{\pi w_{x} w_{y}^{3}} e^{-\left(\frac{x-p}{w_{x}}\right)^{2}} \cdot e^{-\left(\frac{y}{w_{y}}\right)^{2}}$$
(33)

onde  $w_x$  e  $w_y$  são características geométricas do modo óptico guiado, e o parâmetro p está ilustrado na Fig.5.

Nota-se entretanto, que na expressão (31) o campo óptico aparece na forma de produto consigo mesmo, tanto no numerador quanto no denominador e, portanto, o valor da amplitude absoluta desse campo não é importante.

A variação de permissividade  $\Delta \bar{\varepsilon}_{op}$  gerada pelo sinal modulador pode ser reescrita em termos de permissividade a partir de (1), resultando em:

$$\left[\Delta \varepsilon_{ij}\right] = -\varepsilon_{ii} \cdot r_{ijk} \cdot \varepsilon_{jj} \cdot E_k \tag{34}$$

na qual foi utilizada a notação tensorial e o sistema de coordenadas é o cristalino.

As equações (31) e (34) revelam a importância das distribuições de campos óptico e elétrico no cálculo de  $\Delta\beta_{op}$ , para um dado material eletroóptico, em função da geometria dos eletrodos e posição do guia óptico.

Utilizando-se a relação (34) com a matriz dos coeficientes eletroópticos do LiNbO<sub>3</sub>, dada em (2), determina-se que a componente de campo relevante é  $E_y(x,y)$ , na direção do eixo óptico. Com a orientação estabelecida para o substrato de LiNbO<sub>3</sub>, a modulação ocorre através do coeficiente eletroóptico  $r_{33}$ , o qual é o mais elevado neste material ( $\cong 31 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ). Empregando-se este valor de  $\Delta \mathcal{E}_{op}$ , juntamente com (32) e (33), determina-se a expressão final para  $\Delta \beta_{op}$  dada em (31):

$$\Delta\beta_{op} = -\frac{\omega_{op} n_e^3 r_{33}}{2c} \Gamma^N \tag{35}$$

onde

$$\Gamma^{N} = \int_{-\infty}^{\infty} \int E_{y}^{N}(x, y) \cdot \left| F_{y}(x, y) \right|^{2} dx dy \qquad (36)$$

para a conformação de campo óptico  $F_{y}(x,y)$  dado por (33). Como o campo elétrico deve ser apresentado em valores absolutos (V/m), deve ser indicado para qual valor de potência acoplada, ou tensão entre eletrodos, a integral em (36) se refere. Assim,  $E_y^N(x, y)$  refere-se ao campo elétrico gerado quando a alimentação entre eletrodos for igual a  $V_{e\ell} = 1,0$  V. A integral em (36) será tanto maior quanto mais superpostos estiverem os campos óptico e elétrico, e por isso, é denominada de Integral de Superposição. Observa-se que para determinar  $\Gamma^N$ torna-se necessário conhecer detalhadamente a distribuição do campo elétrico de modulação.

## III.1. CAMPO ELÉTRICO DE MODULAÇÃO

Até este estágio não foi feita nenhuma referência quanto a natureza do campo elétrico de modulação, o qual pode ser TEM ou híbrido. No caso particular, porém, de grande interesse prático, de campos de modulação quase-TEM, é possível estabelecer um modelo bastante eficiente para levar em consideração os efeitos dos descasamentos de velocidades (entre as ondas óptica e elétrica) e de impedâncias nos acessos. Seja  $E_{e\ell}(x, y)$  o campo elétrico de modulação de RF/microondas, o qual é uma onda progressiva para o modulador de ondas caminhantes casado em suas extremidades:

$$\mathbf{E}_{e\ell}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_{e\ell}^{(0)}(x, y) \cdot e^{j(\omega_{e\ell}t - \beta_{e\ell}z)}$$
(37)

onde  $\mathbf{E}_{e\ell}^{(0)}(x, y)$  é a distribuição transversal de campo em z = 0. No caso de propagação quase-TEM é possível ainda associar univocamente ao campo elétrico, uma onda de tensão  $V_{e\ell}(z)$  aplicada entre os eletrodos, os quais formam uma linha de transmissão infinita (para linha casada). Desta forma, se  $\mathbf{E}_{e\ell}^N(x, y)$ for a distribuição transversal de uma onda progressiva para uma alimentação de 1,0V entre eletrodos, então a onda progressiva gerada a partir de uma alimentação de  $V_{e\ell}$  volts poderá ser escrita como

$$\mathbf{E}_{e\ell}(x, y, z, t) = V_{e\ell} \cdot \mathbf{E}_{e\ell}^{N}(x, y) \cdot e^{j(\omega_{e\ell}t - \beta_{e\ell}z)}$$
(38)

onde foi considerado que  $\mathbf{E}_{e\ell}^{(0)}(x, y) = V_{e\ell} \cdot \mathbf{E}_{e\ell}^{N}(x, y)$  em (37).

Na situação onde exista descasamento de impedâncias entre a linha de transmissão e os gerador ou carga, haverá formação de onda estacionária ao longo de z. A onda de tensão entre fitas, conforme estabelecida pelo sinal modulador, numa posição z de uma linha com comprimento L, será dada por :

$$V_{e\ell}(z) = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \frac{e^{-j\beta_{e\ell}z} + \Gamma_L e^{-j2\beta_{e\ell}L} e^{j\beta_{e\ell}z}}{1 - \Gamma_L \Gamma_g e^{-j2\beta_{e\ell}L}} \quad (39)$$

onde:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \tag{40a}$$

e

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \tag{40b}$$

são coeficientes de reflexão na carga e no gerador, respectivamente. A grandeza  $V_g$  refere-se a tensão da fonte de alimentação cuja impedância interna é  $Z_g$ , a impedância de carga é  $Z_L$  e  $Z_0$  é a impedância característica da linha de transmissão.

Entretanto, devido ao **descasamento de velocidades** que existe entre as ondas óptica e elétrica, o fóton "percebe" uma onda de tensão diferente de (39), dada por [4]:

$$V_{e\ell}(z) = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \frac{u^+(z) + \Gamma_L e^{-j2\beta_{e\ell}L} u^-(z)}{1 - \Gamma_L \Gamma_g e^{-j2\beta_{e\ell}L}}$$
(41)

na qual  $u^+(z) = e^{j\frac{\omega_{el}}{c} \left(n_{ef}^{op} - \sqrt{\varepsilon_{ef}^{el}}\right)^2}$  e  $u^-(z) = e^{j\frac{\omega_{el}}{c} \left(n_{ef}^{op} + \sqrt{\varepsilon_{ef}^{el}}\right)^2}$ e onde  $n_{ef}^{op}$  é o índice de refração efetivo do modo óptico e  $\varepsilon_{ef}^{e\ell}$  é a permissividade efetiva do sinal modulador. A partir deste ponto, será estabelecido que a notação  $V_{e\ell}(z)$  refere-se a tensão "vista" pelo foton, e não apenas a onda de tensão que se propaga na estrutura. Deste modo, o campo elétrico que atua sobre o foton será da forma (38), onde  $V_{e\ell}(z)$  é dado por (41).

O desvio da constante de fase dado em (35) passa a ser uma função não-linear de *z*:

$$\Delta \beta_{op}(z) = -V_{e\ell}(z) \cdot \frac{\omega_{op} n_e^3 r_{33}}{2c} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \mathbf{E}_{e\ell}^N(x, y) \bullet \hat{y} \right] \cdot \left| F_y(x, y) \right|^2 dx dy$$
$$= -V_{e\ell}(z) \cdot \frac{\omega_{op} n_e^3 r_{33}}{2c} \Gamma^N$$
(42)

onde  $\mathbf{E}_{e\ell}^{N}(x, y)$  é o campo elétrico transversal total, calculado para uma alimentação  $V_{e\ell} = 1,0$  V entre fitas.

#### III.3. MODULAÇÃO DE FASE

A saída modulada da Fig.5 experimenta uma variação de fase induzida  $\Delta \phi(z)$ , ao percorrer um comprimento de interação z, e será representada na forma

$$\mathbf{E}_{op}^{(out)}(x, y, z, t) = \left| B(\lambda_0) \right|^{1/2} F_{TM}(x, y) \cdot e^{j \left[ \omega_{op} t - \beta_{op} z + \Delta \phi(z) \right]} \hat{y} \quad (43)$$

onde  $\Delta \phi(z)$ , a variação de fase do modo óptico depende do campo de modulação. Este parâmetro pode ser calculado a partir de (42), como:

$$\Delta \phi(z) = \int_0^z \Delta \beta_{op}(z) dz$$

$$= -\frac{\omega_{op} n_e^3 r_{33}}{2c} \Gamma^N \int_0^z V_{e\ell}(z) dz$$
(44)

Para o caso particular de sinal DC,  $\omega_{e\ell} = 0$ , e a integral em (44) é de fácil solução, conduzindo a

$$\Delta\phi(L)\Big|_{DC} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_0} \frac{\pi}{\lambda_0} V_g n_e^3 r_{33} \Gamma^N L$$
(45)

correspondente ao desvio de fase sentido pelo modo óptico ao percorrer a região de interação de comprimento *L*. Apesar desta relação ser válida, a rigor, apenas para o caso DC, ela pode ser aplicada também para situações onde as frequências sejam baixas, dentro de limites onde o circuito elétrico equivalente opere segundo parâmetros concentrados.

Na situação de operação DC e com casamento de impedância nos acessos, costuma-se denominar a tensão de alimentação  $V_g$  correspondente a um desvio de fase de  $\pi$  rad, por tensão de meia-onda,  $V_{\pi}$ . A partir de (45) obtém-se

$$V_{\pi} = \frac{2\lambda_0}{n_e^3 r_{33}L} \cdot \frac{1}{\Gamma^N}$$
(46)

o qual constitui um importante fator de mérito do modulador. Para o caso geral, descasado em ambos os terminais, ainda é possível realizar a integração em (44) sem problemas, conduzindo ao seguinte resultado:

$$\frac{\Delta\phi(L)}{\Delta\phi\Big|_{DC}} = \frac{Z_0}{Z_L} \frac{Z_L + Z_g}{Z_0 + Z_g} \frac{L}{1 - \Gamma_L \Gamma_g e^{-j2\beta_{e\ell}L}} \\
\cdot \left\{ e^{j\frac{\omega_{e\ell}}{2c} \left(n_e - \sqrt{\varepsilon_{ef}^{e\ell}}\right)^L} sinc\left[\frac{\omega_{e\ell}}{2c} \left(n_e - \sqrt{\varepsilon_{ef}^{e\ell}}\right)^L\right] + \left(47\right) \\
+ \Gamma_L e^{-j2\beta_{e\ell}L} e^{j\frac{\omega_{e\ell}}{2c} \left(n_e + \sqrt{\varepsilon_{ef}^{e\ell}}\right)^L} sinc\left[\frac{\omega_{e\ell}}{2c} \left(n_e + \sqrt{\varepsilon_{ef}^{e\ell}}\right)^L\right] \right\}$$

No caso particular de sistema casado nos dois acessos, é imposta a condição  $Z_0 = Z_L = Z_g$  em (47), que conduz a expressão no domínio do tempo:

$$\Delta\phi(L,t) = \delta_m \cos(\omega_{e\ell}t + \varphi) \tag{48}$$

onde

$$\delta_m = L\Delta\phi\Big|_{DC}\operatorname{sinc}\varphi\tag{49}$$

é a profundidade de modulação do modulador de fase eletroóptico. Nestas expressões, sinc(x) = sen(x)/x, e

$$\varphi = \left[\frac{\omega_{e\ell}}{2c} \left(n_e - \sqrt{\varepsilon_{ef}^{e\ell}}\right) L\right]$$
(50)

## III.4. MODULAÇÃO DE AMPLITUDE

Como foi visto, o modulador eletroóptico é eminentemente um modulador de fase óptica. Contudo, através de arranjos adequados é possível converter uma modulação de fase em modulação de amplitude. Na Fig. 6 ilustra-se o diagrama esquemático de um modulador de amplitude óptica Mach-Zehnder utilizando interferômetro em configuração push-pull. Por simplicidade, o buffer layer e a caixa não foram mostrados. Os eletrodos de modulação possuem largura W e espaçamento S. O sinal algébrico de  $\Delta \phi$  em cada braço será diferente, pois  $\Gamma^N$  é positivo em um braço e negativo em outro, uma vez que experimenta campos de modulação de sentidos opostos.



**Figura 6.** Modulador de amplitude com interferômetro de Mach-Zehnder.

Considerando-se que o campo óptico na entrada z = 0 seja da forma (32), a intensidade óptica  $(I^{(in)})$  associada a esta entrada será dada pelo próprio  $B(\lambda_0)$ ,

dado em W/m<sup>2</sup>. Será considerado que a junção *Y* de entrada do interferômetro seja tal que a potência em cada braço seja dividida exatamente a metade do valor de entrada. Supondo-se que os braços do interferômetro experimentam desvios de fase  $\Delta \phi_1 e \Delta \phi_2$ , o campo elétrico total na saída do interferômetro será dado pela superposição dos campos em cada braço:

$$\mathbf{E}_{op}^{(out)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| B(\lambda_0) \right|^{1/2} F_{TM}(x, y) \cdot e^{j(\omega_{op}t - \beta_{op}z)} \left( e^{j\Delta\phi_1} + e^{j\Delta\phi_2} \right) \hat{y}$$
(51)

Desta maneira, a intensidade óptica de saída será obtida da seguinte forma:

$$I^{(out)} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{op}^{(out)} \bullet \left[ \mathbf{E}_{op}^{(out)} \right]^* dx dy$$
(52)

Considerando-se que exista simetria entre os braços do interferômetro, então,  $\Delta \phi_1 = -\Delta \phi_2 = \Delta \phi(L,t)$ , tal qual dado por (48), para o caso particular onde ocorre casamento de impedâncias nos acessos. Nesta situação, as fases se somam, e, com o auxílio de (51) e (52), mostra-se que a transmissão do modulador será do tipo

$$T = \frac{I^{(out)}}{I^{(in)}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\Delta\phi(L,t)$$
(53)

Para operar com sinais variáveis no tempo, na faixa mais linear da curva de transmissão (53), o modulador deve ser polarizado com uma fase constante de  $\pi/4$  no ponto de transmissão de 50%.

## III.5. CARACTERÍSTICAS DO CAMPO MODULADOR Utilizando Abordagem de Domínio Espectral

No modulador eletroóptico, a fase do sinal óptico é modificada através do campo elétrico que, na faixa de microondas, propaga-se na estrutura ilustrada na Fig. 5 na forma de modo híbrido, isto é, o campo apresenta componentes ao longo dos eixos *x*, *y* e *z*. Recorrendo-se ao método de Análise do Domínio Espectral [5], e levando-se em consideração a anisotropia elétrica do LiNbO<sub>3</sub>, descrita em termos das componentes de permissividade segundo as direções ortogonal ao eixo óptico,  $\varepsilon_{\perp}$ , e, paralela ao eixo óptico,  $\varepsilon_{\parallel}$ , na forma matricial (referida ao sistema de coordenadas geométrico):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\varepsilon}_{//} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp} \end{bmatrix}$$
(54)

obtém-se a seguinte relação entre as Transformadas de Fourier das componentes de campo elétrico  $E_x$  e  $E_z$ , e, as componentes do vetor densidade de corrente nos eletrodos que formam o CPS,  $J_x$  e  $J_z$ :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{x} \\ \tilde{E}_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xz} \\ Z_{zx} & Z_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_{x} \\ \tilde{J}_{z} \end{bmatrix}$$
(55)

com

$$\begin{cases} \tilde{E}_{x,z}(\alpha, y) \\ \tilde{J}_{x,z}(\alpha, y) \end{cases} = \int_{-\infty}^{+\infty} \begin{cases} E_{x,z}(x, y) \\ J_{x,z}(x, y) \end{cases} \cdot e^{j\alpha x} dx$$
(56)

Nas equações (55) e (56), as dependências das grandezas, com o tempo e a coordenada z, são do tipo  $exp[j(\omega t - \beta z)]$ , e, as quantidades  $Z_{xx}$ ,  $Z_{xz}$ ,  $Z_{zx}$  e  $Z_{zz}$  são funções de Green transformadas para a configuração ilustrada na Fig. 1 [5].

Através do Método de Galerkin expande-se  $J_z(x)$ em M funções de base, que dependem de polinômios de Chebyshev de primeira espécie e ordem m,  $T_m(x)$ , e, a componente  $J_x(x)$ , em N funções de base, que dependem de polinômios de Chebyshev de segunda espécie,  $U_m(x)$ [6]. Em seguida, aplica-se o teorema de Parseval, para obter-se a seguinte equação característica:

$$\left[K_{ik}^{rs}\right] \cdot \left[c\right] = 0 \tag{57}$$

com

$$K_{ik}^{rs} = \sum_{n=1}^{\infty} Z_{rs}(\alpha_n) \cdot \tilde{J}_r^i(\alpha_n) \cdot \left[\tilde{j}_s^k(\alpha_n)\right]^{\tau}$$
(58)

para r, s = x, z. Os termos  $K_{ik}^{rs}$  são elementos de uma matriz  $(M + N) \times (M + N)$ , e [c] é uma matriz  $(M + N) \times 1$  que representa os coeficientes da expansão das densidades de corrente. A notação  $(\cdot)^*$ indica complexo conjugado de uma grandeza. Neste trabalho utiliza-se M = N = 9, a qual é mais do que suficiente para obter boa precisão nos cálculos [7].

Impondo-se a condição de solução não trivial à (57), obtém-se as curvas de dispersão para os modos dominante e superiores. Consequentemente, determina-se a permissividade efetiva, e, (M + N - 1)elementos de [c], normalizados em relação a um dos coeficientes, no caso deste trabalho,  $c_1$ , e cujo valor absoluto depende da potência eletromagnética acoplada ao CPS. Deve ser notado que o modulador ilustrado na Fig. 5 apresenta dimensão 2a ao longo do eixo x e, portanto, os valores de  $\alpha$  utilizados em (56) e (58) são discretos e dependem da simetria (par ou ímpar) do modo do CPS [7].

Com o objetivo de avaliar o desempenho do modulador, serão considerados os seguintes parâmetros:  $W=16\mu$ m,  $S=4\mu$ m,  $d_1=10$  mm,  $d_2=0,2\mu$ m,  $d_3=1$ mm, 2a=10,036mm,  $\varepsilon$  (SiO<sub>2</sub>)=3,9 ,  $\varepsilon_{\perp}=43$  e  $\varepsilon_{\parallel}=28$ [6]. Na Fig. 7 apresentam-se as curvas de dispersão dos quatro modos ímpares de ordem mais baixa, para frequências entre 10GHz e 20GHz. A escolha de simetria do modo decorre da interação eletroóptica em LiNbO<sub>3</sub> em corte-Z. Esta figura mostra a existência de um modo dominante ímpar, que não apresenta frequência de corte (até 10GHz a permissividade efetiva deste modo permanece eminentemente constante), e, os três primeiros modos superiores, com frequências de corte em 10,59GHz, 12,33GHz e 14,27GHz, respectivamente. É conveniente ressaltar que a dispersão dos modos superiores pôde ser calculada graças a vantagem da utilização da Análise de Domínio Espectral.



**Figura 7**. Curvas de permissividade efetiva para o modo dominante e para os três modos ímpares superiores do CPS, para frequências até 20GHz (abaixo de 10GHz o modo fundamental é constante).

Em moduladores de fase é conveniente utilizar sinais de modulação somente na faixa de frequências onde apenas o modo dominante se propaga. No caso da Fig.7, esta faixa de frequência se estende até 10,59GHz.

Uma vez conhecida a curva de dispersão é necessário determinar a variação da componente de campo  $E_y(x,y)$ , a qual é a componente relevante para modulação de fase com CPS em substrato de LiNbO<sub>3</sub> em corte-Z, em função das coordenadas transversais. Para tanto, utiliza-se a inversa da Transformada de Fourier discreta,

$$E_{y}(x, y) = \frac{1}{2a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{y}(\alpha_{n}, y) \cdot e^{-j\alpha_{n}x}$$
(59)

Deve ser notado que o modo dominante é aproximadamente TEM, portanto, para o modo ímpar do CPS, com tensões elétricas nos eletrodos iguais a  $\pm V_0$  em relação ao invólucro metálico, tem-se:

$$V_0 = -\int_{-a}^{-(W+G/2)} E_x [x, y = d_1 + d_2] \cdot dx$$
 (60)

Com isso, determinam-se os valores absolutos dos coeficientes [*c*] da expressão das correntes de base e, consequentemente, obtém-se  $E_y(x,y)$  em V/m, como ilustrado na Fig. 8. Nesta figura, apresenta-se o gráfico das componentes  $E_x \in E_y \text{ em } 1,0 \ \mu\text{m}$  abaixo da interface entre o buffer-layer e o LiNbO<sub>3</sub>, na região (3), para alimentações com o modo ímpar dominante, onde  $V_0 = \pm 0,5\text{V}$ . Foi observado que para esta estrutura CPS, mesmo diante de variações de frequências no intervalo entre 1GHz e 17,4GHz, a

conformação de campo elétrico não sofre alterações sensíveis de valores.



**Figura 8.** Variação das componentes de campo elétrico,  $E_x$ e  $E_y$  do modo dominante, com a coordenada x, na posição y=1,0µm abaixo da interface entre buffer-layer e LiNbO<sub>3</sub>. Modo ímpar (V<sub>0</sub>=+0,5 e -0,5 volt) para frequências entre 1 e 17,4GHz.

Uma outra característica do sinal de modulação que deve ser examinada é a impedância de onda  $Z_0$ , na região de interação eletroóptica. Para o modo dominante, será utilizada a seguinte expressão:

$$Z_{0} = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \mathbf{E}(x, y) x \mathbf{H}^{*}(x, y) \right] \cdot z dx dy}{2 \left| \int_{G/2}^{W+G/2} J_{z}(x) dx \right|^{2}}$$
(61)

Na Fig.9 são apresentadas as dependências da impedância  $Z_0$  e da permissividade efetiva  $\varepsilon_{ef}$  do CPS, para frequências até 16GHz.

Os resultados apresentados na Fig.9 revelam que a impedância e a permissividade do CPS em análise, são praticamente independentes da frequência neste intervalo. Este comportamento deixa caracterizado que a propagação do modo fundamental no modulador à óptica integrada é quase-TEM. Com isso, o formalismo desenvolvido na seção III-1 poderá ser empregado nesta situação, conforme os cálculos a seguir.

Desta forma, utilizando-se  $E_y(x,y)$  em (36), calculase  $\Gamma^N$ . Será considerado que para o modo óptico  $TM_o$ , os desvios padrões da distribuição de campo óptico (33) foram  $w_x=w_y=2\mu$ m. Isto corresponde ao caso de um guia monomodo em  $\lambda_0 = 1,3\mu$ m obtido por difusão de uma fita de Ti de  $4\mu$ m de largura e 800Å de espessura, por 6h em 1025<sup>0</sup>C [3]. A variação da tensão de meia-onda entre fitas  $V_{\pi}$ , com o parâmetro p, calculada conforme (46), é apresentada na Fig.10.



**Figura 9.** Variações de permissividade elétrica efetiva e da impedância do modo dominante ímpar em função da frequência, na condição de operação monomodo.



**Figura 10.** Variação da tensão de meia-onda entre fitas  $V_{\pi}$ , em função da posição do guia, p.

A partir da Fig.10, mostra-se que a tensão de alimentação  $V_g$ , atinge valor máximo igual a 5V quando  $L \ge 17$ mm e  $p \cong 4,6 \mu$ m, o que corresponde ao guia óptico encontrar-se aproximadamente debaixo do eletrodo do lado direito do CPS, com a borda do *spot* óptico coincidindo com a borda do eletrodo.

Na Fig. 11 apresenta-se a resposta em frequência do modulador, definida como  $20.log_{10}$  $|(\Delta \phi (L)/\Delta \phi |_{DC})|$  para e *L*=17mm. A expressão de  $(\Delta \phi (L)/\Delta \phi |_{DC})$  está apresentada em (47).



**Figura 11.** Resposta em frequência do modulador de fase, com L=17mm. Na curva (1) os acessos dos eletrodos estão casados e na curva (2) as impedâncias de carga e do gerador são iguais a  $50\Omega$ .

Para o sistema casado a largura de faixa de -3dB está em torno de 5GHz. Com a presença de descasamento de impedâncias, o desempenho cai sensivelmente. Como a conformação de campo elétrico modulador não sofre variação apreciável na faixa de frequências entre 1 e 17,4GHz, o valor de  $\Delta \phi |_{DC}$  permanece praticamente constante. Maiores larguras de faixa podem ser obtidas aumentando-se o valor de *L*.

#### **IV. CONCLUSÕES**

As principais características de moduladores eletroópticos foram analisadas utilizando uma formulação uniformizada que aplica-se tanto as configurações em óptica volumétrica como óptica integrada. Para as últimas configurações utilizou-se a análise no domínio espectral para determinar a tensão de meia-onda, a largura de faixa e a impedância de RF levando em consideração uma estrutura blindada e com buffer layer.

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Yariv, P. & Yeh, P., "Optical Waves in Crystals", John-Wiley & Sons, 1984.
- [2] Kaminow, I.P. & Turner, E.N., "Electrooptic Light Modulators, Applied Optics, vol. 5(10), pp. 1612-1628, oct. 1966.
- [3] C.M. Kim e R.V. Ramaswamy, "Overlap Integral Factors in Integrated Optic Modulators and Switches", IEEE MTT 7(7), pp.1063-1070, jun/89.
- [4] K. Kubota, et alii, "Travelling Wave Optical Modulator Using a Directional Coupler LiNbO<sub>3</sub> Waveguide", IEEE J. Quantum Elec. 16 (7), pp.754-760, jul/80.
- [5] T. Kitazawa e Y. Hayashi, "Propagation Characteristics of Striplines with Multilayered Anisotropic Media", IEEE MTT 31(6), pp.429-433, jun/83.
- [6] C.J. Railton e J.P. McGreehan, "A Rigorous and Computationally Efficient Analysis of Microstrip for Use as an Electro-Optic Modulator", IEEE MTT 37(7), pp.1099-1104, jul/89.
- [7] Kitano, C. & Oliveira, J.E.B., "Análise Generalizada de Moduladores de Fase Eletroópticos à Óptica Integrada com Substrato Estratificado", Anais doVIII SBMO, Joinville, SC, 13 a 15 jul., 1998.

**Cláudio Kitano** graduou-se em Engenharia Eletrotécnica pela Faculdade de Engenharia Elétrica de Ilha Solteira – FEIS/UNESP – em 1986, onde ingressou como Professor Auxiliar em 1987 na Área de Eletrônica e Controle. Obteve o grau de Mestre em Ciência em 1993 pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, trabalhando com interferometria óptica, passando então a Professor Assistente da FEIS. Sua tese de mestrado ganhou um prêmio como a melhor tese da Divisão de Engenharia Eletrônica do ITA de 1993. Atualmente, encontra-se em fase de elaboração de Tese de Doutorado no ITA, na área de óptica integrada. É membro da Sociedade Brasileira de Física.

e-mail: kitano@dee.feis.unesp.br

José Edimar Barbosa Oliveira recebeu o título de Doctor of Philosophy em 1986 pelo Departamento de Engenharia Elétrica da McGill University, Canadá. Mestre em Engenharia Eletrônica pelo Departamento de Circuitos e Microondas do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos e é Engenheiro Elétrico (opção Eletrônica) pela Universidade de Brasília. É professor do Instituto Tecnológico de Aeronáutica desde março de 1977, onde atualmente exerce função de Professor Titular. Tem ministrado diversos cursos em nível de graduação e de pósgraduação nas áreas de microondas e telecomunicações. Nos últimos vinte anos tem atuado intensamente na pesquisa de dispositivo para interação acusticoóptica e eletroóptica para fins de instrumentação e de telecomunicações. O professor Edimar orientou diversas teses em nível de mestrado e doutorado e possui inúmeras publicações periódicos e congressos nacionais em e internacionais.

Endereço para contato: ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica – IEE – Divisão de Engenharia Eletrônica – IEEM – Departamento de Microondas e Optoeletrônica -Tel (012)347.5879–Fax (012)347.587 e-mail: <u>edimar@ita.cta.br</u>