

Avaliação de Desempenho de Filas baseadas na Distribuição de Lomax e na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros: O Papel do Parâmetro β

Wiliam H. Hisatugu & Anilton S. Garcia

Abstract - The increase of multimedia applications in the network towards to convergent network was changing the traffic behavior and the use of self-similar traffic modeling is generally used. The most common way to model self-similar traffic is using heavy-tailed distributions and several propose are based in the Pareto Distribution that has some different forms. Difference among these forms is handling of Pareto parameters: the shape α , the scale β and the location γ . Most works use two forms: One Parameter Pareto distribution and Two Parameters Pareto distribution. This work to investigate the influence of β parameter in a form called Lomax Distribution in queueing systems evaluation. The presented case studies verify performance of Pareto/M/1 and M/Pareto/1 models, when Pareto form is like Lomax Distribution. These evaluation uses TAM method to obtain Laplace Transform. Through study of mean and variance equation for Lomax Distribution and Two Parameters Pareto Distribution and numerical results is shown that Lomax Distribution is better than One Parameter Pareto and Two Parameters Pareto distributions.

Index Items: Pareto Distribution, Queueing Systems, Lomax Distribution, β Parameter, Transform Approximation Method.

Resumo: Desde que foi constatado que o tráfego em redes de pacotes tem características autosimilares, a pesquisa em modelagem de tráfego autosimilar tem sido uma das áreas mais exploradas. Uma das formas de tratar o tráfego autosimilar é através de funções de distribuição de cauda pesada, destacando-se entre elas a distribuição de Pareto com suas várias representações. Essas representações diferenciam-se entre si pela forma de manipulação dos seus três parâmetros: decaimento α , escala β e deslocamento γ . Este trabalho avalia a influência do parâmetro de escala β e a representação conhecida como Distribuição de Lomax em sistemas de filas. A avaliação consiste em verificar o desempenho da Distribuição de Lomax quando ela é utilizada em modelos de filas Pareto/M/1 e M/Pareto/1. Através de resultados numéricos da análise das equações da média e da variância da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros é mostrado que a Distribuição de Lomax é

uma representação da Distribuição mais adequada que as representações: Distribuição de Pareto com Um Parâmetro e Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Palavras-Chave: Distribuição de Pareto, Sistemas de Filas, Distribuição de Lomax, Parâmetro β , Transform Approximation Method

I. INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica tornou as redes de telecomunicações um campo bastante propício para o desenvolvimento de novas aplicações. Estas novas aplicações caracterizam-se pela transferência de diversos tipos de mídia como, por exemplo: áudio, vídeo, transferência de grandes arquivos e transações de base de dados. Como consequência, as aplicações e os dados utilizados por elas são de natureza multimídia. Como parte dos avanços tecnológicos, o transporte dos dados passou a ser através de redes de pacotes.

Esta evolução, também presente nas redes móveis, vem causando uma mudança nas características do tráfego que é transportado pelas redes. Essa mudança fez com que o tráfego, que tinha um comportamento conhecido, passasse a ter um comportamento desconhecido. Foi verificado que os modelos tradicionais de tráfego, descritos por Bellamy em [1], não eram adequados para o tratamento de tráfego multimídia, conforme é descrito por Leland em [2]. A busca por modelos que fossem mais adequados tornou-se um tópico de pesquisa bastante trabalhado em redes de telecomunicações. Leland, [2], verificou que o tráfego em redes de pacotes tem características de autosimilaridade.

Desde a constatação de características de autosimilaridade, a modelagem e tratamento de tráfego de redes de pacotes com processos auto similares tem se tornado um tópico de pesquisa bastante explorado. Com a constatação de que as funções de cauda pesada podem ser usadas para o tratamento de tráfego autosimilar [3], a análise de desempenho de modelos de filas baseados em funções de cauda pesada tem se intensificado, principalmente aqueles baseados na distribuição de Pareto e suas diversas representações, definidas pela manipulação de seus três parâmetros: decaimento (α), deslocamento (γ) e escala (β). Duas dessas representações são amplamente usadas no tratamento de tráfego autosimilar: a primeira onde são manipulados o decaimento (α), deslocamento (γ) e a escala (β), com a restrição de que a

Wiliam H. Hisatugu (hisatugu@ele.ufes.br) é aluno de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo. Membro do Grupo Wimax-UFES

Anilton S. Garcia (anilton@inf.ufes.br) é professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo. Coordenador do Grupo Wimax-UFES

Av. Fernando Ferrari, s/n - Campus Universitário Goiabeiras - 29060-900 Vitória/ES

escala e o deslocamento possuem o mesmo valor, chamada de distribuição de Pareto com Dois Parâmetros; a segunda onde é manipulado o decaimento, com a escala sempre fixada em 1 e o deslocamento sempre fixado em 0, muito conhecida como Distribuição de Pareto com Um Parâmetro.

Shortle analisou modelos de filas com essas duas representações e verificou em [4] que quando se considera o deslocamento igual à escala, o desempenho do modelo tende a ser melhor do que quando o deslocamento é fixado em 0 e a escala fixada em 1. O deslocamento especificado indica o instante do início dos eventos, porém o cálculo do tempo médio de espera na fila considera também o intervalo de tempo $[0, \gamma]$. Esta propriedade afeta as medidas de desempenho dos modelos de filas que usam a representação com o deslocamento igual à escala.

A investigação realizada mostrou que a manipulação da escala (β) e do decaimento (α) fixando o deslocamento (γ) em 0 influencia de forma bastante significativa no tempo de espera em ambos os modelos de filas analisados. Essa manipulação faz com que a Distribuição de Pareto assuma a representação conhecida como Distribuição de Lomax. De forma geral, sob a mesma taxa de uso, o tempo de fila da distribuição de Lomax é menor que na distribuição de Pareto com Um Parâmetro, e maior que na distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Tomando-se por base as premissas anteriores apresenta-se neste artigo uma proposta de abordagem na qual são considerados simultaneamente o decaimento (α) e a escala (β). Nesta abordagem o parâmetro de deslocamento (γ) é fixado em zero. Os resultados obtidos indicam que, com esta abordagem, a modelagem de filas baseada na representação da Distribuição de Pareto conhecida como Distribuição de Lomax é mais realista do que com a Distribuição de Pareto com Um Parâmetro e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

O passo inicial deste trabalho consistiu em uma pesquisa acerca do estado da arte do uso da distribuição de Pareto em modelos de filas para tratamento de tráfego de redes de pacotes. Dessa pesquisa foi constatada a pouca utilização da representação da distribuição de Pareto que é conhecida como distribuição de Lomax. Em seguida, foi feito um estudo comparativo entre a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros tomando como base as suas respectivas equações de momento de primeira ordem e funções de densidade de probabilidade. Desse estudo verificou-se que a diferença entre as equações de momento de primeira ordem da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros é o valor estabelecido para o parâmetro γ . Este resultado é mais um indício de que o parâmetro γ é o responsável pelo menor tempo de espera na fila da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, conforme é argumentado em [4]. Também é mostrado que o aumento da variância em relação ao incremento do parâmetro β é maior na Distribuição de Lomax do que na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Para fazer a análise da influência dessas constatações e do parâmetro de escala β no desempenho de modelos de filas, recorreu-se ao método TAM (*Transform Approximation Method*) modificado, proposto por Shortle, Fischer, Harris e

Masi em [5], para obter uma aproximação da Transformada de Laplace da distribuição de Pareto. O uso dessa técnica foi necessário devido a inexistência de uma forma fechada da Transformada de Laplace para a distribuição de Pareto. Ainda em [5], é proposto um método recursivo para obter a probabilidade de espera na fila para modelo de fila M/G/1.

Em seguida, com dados coletados dos trabalhos desenvolvidos por Shortle, Fischer, Harris e Masi em [4] e em [6], foi feita uma comparação do desempenho de modelos de filas que adotam a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros e a representação conhecida como Distribuição de Lomax. Essa comparação é feita verificando os tempos médio de espera obtidos por cada uma das representações nos modelos de fila Pareto/M/1 e M/Pareto/1.

Para propiciar uma melhor leitura, este artigo é organizado nas seguintes seções: na seção II é feita uma breve apresentação da utilização dos modelos de filas aplicados ao tratamento de tráfego em redes de pacotes; na seção III, tem-se uma apresentação geral da distribuição de Pareto, a função dos seus parâmetros e as suas representações possíveis; a influência da manipulação do parâmetro de escala β e as relações entre a média e variância da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros é tema da seção IV; uma comparação de desempenho de modelos de filas que usam a distribuição de Pareto com as duas representações – Distribuição de Lomax e Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros – é apresentada na seção V; finalmente, na seção VI são apresentadas as conclusões do trabalho.

II. MODELOS DE TRÁFEGO

O tratamento de tráfego em redes de telecomunicações começou com o uso dos modelos de filas Markovianos, baseados em processos de Poisson. Esses modelos definem que as chegadas de requisições obedecem a um processo de Poisson, com tempo entre chegadas definido por uma distribuição exponencial, e o tempo de ocupação de recursos, obedece a um processo exponencial. Com estes modelos markovianos, A. K. Erlang desenvolveu uma série de equações, descritas por Bellamy em [1], usadas para dimensionar as redes de telecomunicações: Erlang-B, usada para calcular a probabilidade de bloqueio de chamadas; Erlang-C, usado em sistemas não bloqueantes para calcular o tempo de espera que uma requisição terá de aguardar em uma fila para ser atendida. Esses modelos mostraram ser bastante eficientes no planejamento de capacidade em redes de comutação de circuitos.

Na década de 90 iniciou-se um crescimento do uso das redes de telecomunicações baseadas no transporte de pacotes, tendo como um dos pilares deste crescimento a Internet. A expansão da Internet revelou ser uma área promissora para oferecer novos serviços. Estes serviços têm como base o transporte de diferentes tipos de mídia como, por exemplo, áudio, vídeo, transações de bancos de dados e formulários. Durante algum tempo, foram usados os modelos de tráfego markovianos para fazer o planejamento de capacidade dessas redes com característica multimídia.

Contudo, em [2] Leland mostrou que o tráfego em redes

de pacotes possui características de auto-similaridade e que os tradicionais modelos de tratamento de filas baseados em Processos de Poisson não são adequados para tratar o tráfego gerado. Em [7], Norros propõe o uso do modelo Movimento Fracional Browniano para modelar tráfegos com características de autosimilaridade e em [8] Jeong, McNickle e Pawlikowskj, usam o modelos Ruido Gaussiano Fracional e Wavelets para tratar o tráfego autosimilar. Esses modelos se revelaram mais adequados para o tratamento de tráfego de redes de pacotes que os modelos de filas markovianos.

Entretanto, os modelos de filas baseados em fractais têm um tratamento matemático bastante complexo. Em [9], Huebner mostra que as funções de distribuição de cauda pesada também podem ser usadas para o tratamento de tráfego auto-similar. Uma das vantagens do tratamento de tráfego auto-similar com essas funções é a menor complexidade de manuseio, quando comparadas com os modelos baseados em fractais. Desse tipo de função destacam-se as distribuições: Lognormal, Weibull e Pareto.

Vários trabalhos têm sido desenvolvidos com modelos de tráfego com característica de autosimilaridade, dos quais são destacados dois: em [10], Gordon verifica o comportamento de modelos de tráfego auto-similar com tempo de chegada definido por uma distribuição de Pareto; em [11], Shortle propõe uma técnica para usar o Método do Equivalente Aleatório em modelos de tráfego com tempo entre chegadas definido por uma distribuição Hiper-exponencial. Durante o trabalho de revisão bibliográfica foi constatado que a distribuição de Pareto é bastante utilizada para tratar os modelos de tráfego com características autosimilares. Na próxima seção é feita uma breve apresentação do manuseio da distribuição de Pareto no tratamento de tráfego.

III. MODELAGEM DE TRÁFEGO EM REDES DE PACOTES USANDO A DISTRIBUIÇÃO DE PARETO

A. Trabalhos Relacionados ao Uso da Distribuição de Pareto em Modelagem de Tráfego

A função de distribuição de probabilidade de Pareto foi proposta por Vilfredo Pareto, e é bastante utilizada em análise estatística. Ela tem sido aplicada em várias áreas como, por exemplo, análise econômica, modelagem de confiabilidade de software e hardware e teoria de filas. Dentro de teoria de filas, ela é bastante usada para o tratamento de tráfego em redes de pacotes. A função de densidade de probabilidade e a função de distribuição cumulativa de uma das representações da distribuição de Pareto, chamada Distribuição Lomax, são ilustradas, respectivamente, nas equações (1) e (2).

$$f(x) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(x + \beta)^{\alpha+1}} \quad (1)$$

$$F(x) = 1 - \frac{\beta^\alpha}{(x + \beta)^\alpha} \quad (2)$$

A adequação da distribuição de Pareto para tratamento do tráfego em redes de pacotes é tema de vários trabalhos:

Gordon em [10] fez uma análise de processo de Pareto para analisar tráfego de pacotes com características autosimilares; ainda em [10], Gordon utiliza uma relação entre o parâmetro α da Distribuição de Pareto e o Parâmetro de Hurst, que é utilizado para indicar o grau de autosimilaridade do fenômeno observado; para melhor adequar a distribuição de Pareto à modelagem de tráfego autosimilar; um escalonador round-robin para um tráfego de chegada definido por uma distribuição de Pareto em redes *wireless* é proposto por Reljin e Stanojevic em [12]; e em [13], Xie, Feng e Song verificam o desempenho de uma fila com tempo de chegada definida por uma distribuição de Pareto aplicada a tráfego multimídia de redes *wireless*.

Entretanto, a distribuição de Pareto, assim como as demais funções de cauda pesada, não possui infinitos momentos. Esta limitação implica na inexistência de uma forma fechada da Transformada de Laplace da distribuição de Pareto, que é utilizada na equação para verificar o tempo de espera em modelos de fila G/M/1 [10] e [12] e na equação da probabilidade de tempo de espera em modelos M/G/1 [13].

Para valores de α menores ou igual a 2, a Distribuição de Pareto possui somente o primeiro momento finito. Sem o segundo momento, não é possível obter a sua variância. Como a equação do tempo médio de espera na fila em modelos M/G/1 usa a variância, não é possível utilizar essa equação para valores de α menores ou igual a 2. Logo, faz-se necessário utilizar a equação de probabilidade de tempo de espera em filas M/G/1. Esta característica torna a avaliação de desempenho de filas definidas por Pareto através de análise matemática um grande desafio.

Em [14], Harris e Fischer propuseram um método iterativo para obter uma aproximação da transformada de Laplace, chamado Método da Aproximação da Transformada - TAM. Objetivando aperfeiçoar o método TAM, Fischer, Gross, Masi e Shortle, em [5], apresentaram modificações na versão proposta por Harris e Fischer em [14]. Shortle também apresentou, em [15], algumas das dificuldades relacionadas com a simulação de filas com tempo de serviço definido por uma distribuição de Pareto.

Em [16], é proposto um algoritmo para encontrar uma distribuição hiperexponencial equivalente a uma Distribuição de Pareto. Aplicando essa técnica, os autores desse artigo obtêm a transformada de Laplace da Distribuição Hiperexponencial equivalente e verificam os tempos de espera na fila para o modelo M/G/1.

Uma outra investigação acerca do uso da distribuição de Pareto em modelagem de tráfego é as suas cinco formas de representação. Estas cinco formas são originárias da definição dos três parâmetros da distribuição de Pareto. Na próxima subseção é feita uma breve descrição a respeito deste tema.

B. As Diferenças das Representações da Distribuição de Pareto

Quando se trabalha com a distribuição de Pareto, é preciso definir os valores dos seus parâmetros. Com base no uso de seus parâmetros, a Distribuição de Pareto pode ser representada de várias formas, segundo Hastings e Peacock

[16]. Os parâmetros da Distribuição de Pareto são:

- O parâmetro de decaimento, α , define o quão lentamente a função de densidade de probabilidade tende a zero;
- O parâmetro β determina a escala da medida da fração de $f(x)$. A escala é um elemento geral dentro do intervalo de $F(x)$;
- Por fim, o parâmetro γ determina a abscissa de um ponto de locação do intervalo da variável;

A diferença entre essas representações reside na manipulação dos parâmetros da função. A representação apresentada em (1) permite a manipulação de α e de β com γ fixado em 0. A Tabela I, extraída de [4], ilustra as principais representações da Distribuição de Pareto.

Tendo mais de uma representação possível, é importante avaliar qual é o impacto do uso das diferentes representações da Distribuição de Pareto em suas aplicações. Em [4], Shortle, Fischer, Gross e Masi fazem uma análise comparativa entre duas dessas representações, identificadas neste trabalho como (6), onde a escala é igual ao deslocamento, e (7), onde a escala é fixada em 1 e o deslocamento é fixado em 0. No decorrer deste trabalho, é usada a nomenclatura definida em [4], a representação da equação (6) é chamada de Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros e a equação (7) é chamada de Distribuição de Pareto com Um Parâmetro. Em sua pesquisa, Shortle, Fischer, Gross e Masi [4] verificaram que a representação Distribuição de Pareto com Um Parâmetro é muito utilizada em trabalhos relacionados com a modelagem de tráfego em redes de pacotes usando a Distribuição de Pareto. Nos trabalhos apresentados em [10] e [12] a representação adotada da Distribuição de Pareto também é a Distribuição de Pareto com Um Parâmetro. Já no trabalho apresentado em [13] é adotada a representação chamada Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Shortle, Fischer, Gross e Masi fizeram testes com dois modelos de filas: Pareto/M/1 e M/Pareto/1. No modelo Pareto/M/1, usando o mesmo tempo de serviço e a mesma taxa de utilização, a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros gera como resultado um tempo de espera na fila menor que a

Distribuição de Pareto com Um Parâmetro. O tempo de espera é menor também do que uma distribuição de Poisson. Esta constatação é atribuída ao parâmetro de deslocamento, pois esta representação assume a chegada do primeiro cliente só ocorre a partir do valor definido pelo parâmetro γ , que na Distribuição de Pareto com Um Parâmetro possui valor igual a zero. Ou seja, na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros só são consideradas as chegadas a partir do tempo especificado em γ .

Para usar a equação de cálculo de tempo médio de espera em filas M/G/1 é preciso que a carga ρ seja menor que 1 e o tempo médio de serviço μ tenha variância finita, o que significa que deve ter pelo menos o segundo momento. O segundo momento da Distribuição de Pareto existe somente para valores de α maior que 2.

Em [4], Shortle, Fischer, Gross e Masi mostram que para ter a mesma média, as diversas representações da Distribuição de Pareto não usam o mesmo valor de α . Em alguns casos, para um mesmo valor de média, algumas representações usam α com valor acima de 2 e outras representações usam α com valor inferior a 2. Esta constatação é um indício de que a forma da representação da Distribuição de Pareto influencia as medições de comportamento de tráfego também nesse modelo de fila.

Usando a técnica TAM, as duas formas de Distribuição de Pareto foram comparadas quando usadas para obter a função de distribuição cumulativa do tempo médio de espera na fila $Wq(t)$. Nesta análise concluiu-se que em uma representação com dois parâmetros existe um menor congestionamento. No trabalho, não foram mostradas conclusões formais a respeito deste resultado.

O estudo desse trabalho, aliado ao amplo uso da Distribuição de Pareto no tratamento de tráfego auto-similar, instigou a uma investigação em outras representações da Distribuição de Pareto. Na próxima seção é feita uma investigação em uma outra representação da Distribuição de Pareto, descrita por (4) na Tabela I, e conhecida também como Distribuição de Lomax.

TABELA I
REPRESENTAÇÕES DA DISTRIBUIÇÃO DE PARETO

Quantidade de Parâmetros	Restrição dos Parâmetros	Função de Densidade de Probabilidade - $f(x)$	Identificação da forma
Três	$\alpha, \beta > 0$ $\gamma \geq 0$	$\frac{\alpha \beta^\alpha}{(x + \beta - \gamma)^{\alpha+1}} \quad (x \geq \gamma)$	(3)
Dois	$\alpha, \beta > 0$ $\gamma = 0$	$\frac{\alpha \beta^\alpha}{(x + \beta)^{\alpha+1}} \quad (x \geq 0)$	(4)
	$\alpha > 0, \beta = 1$ $\gamma \geq 0$	$\frac{\alpha}{(x + 1 - \gamma)^{\alpha+1}} \quad (x \geq \gamma)$	(5)
	$\alpha, \beta > 0$ $\gamma = \beta$	$\frac{\alpha \gamma^\alpha}{(x)^{\alpha+1}} \quad (x \geq \gamma)$	(6)
Um	$\alpha > 0, \beta = 1$ $\gamma = 0$	$\frac{\alpha}{(x + 1)^{\alpha+1}} \quad (x \geq 0)$	(7)

IV. INVESTIGAÇÃO SOBRE O PARÂMETRO β : DIFERENÇAS ENTRE A DISTRIBUIÇÃO DE LOMAX E A DISTRIBUIÇÃO DE PARETO COM DOIS PARÂMETROS

A. Revisão de Estudos Realizados Acerca do Parâmetro β e da Distribuição de Lomax

A representação da função de distribuição de probabilidade de Pareto com Dois Parâmetros investigada em [4] considera que os parâmetros β e γ possuem o mesmo valor. Embora exista representações da Distribuição de Pareto onde β seja independente de γ , foram encontrados poucos trabalhos que consideram a independência entre esses dois parâmetros. Em [4], Shortle, Fischer, Gross e Masi apontam que o motivo do tempo médio de espera no modelo M/Pareto/1 seja menor na representação da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros do que na Distribuição de Pareto com Um Parâmetro é o parâmetro de deslocamento γ . Para verificar a aderência desta justificativa, nesta seção é investigada a adequação e o comportamento da representação denominada (4) na Tabela I da Distribuição de Pareto. Ou seja, diferente do trabalho de Shortle, Fischer, Gross e Masi descrito em [4], fixa-se o deslocamento em zero e verifica-se o comportamento do tempo médio de espera definindo os parâmetros α e β .

Em [17], Kulldorff e Vannman indicam que a representação (4), também conhecida como Distribuição de Lomax, é mais realista que a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Por esta razão, Kulldorff e Vannman [17] recomendam a utilização da representação chamada Distribuição de Lomax ao invés da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Esta indicação decorre do fato que na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, o primeiro evento definido pela Distribuição de Pareto ocorre somente a partir da referência de tempo especificada pelo parâmetro γ . Já na Distribuição de Lomax, como o parâmetro γ tem valor fixado em 0, é assumido que a ocorrência do primeiro evento é no instante zero.

Um estudo acerca da influência do parâmetro β independente de γ , usando a Distribuição de Lomax, em modelos de filas foi realizado por Prata Junior em [18]. Nele, Prata Junior aponta através de simulações em um modelo de fila Pareto/M/1, que o uso de diferentes valores para β acarreta em diferentes tempos de espera na fila. Prata Junior também obtém uma relação explícita entre o parâmetro β e o parâmetro de Hurst. Esta relação explícita foi estabelecida através de um método de interpolação de pontos aplicado a Distribuição de Lomax. Buscando analisar com maior precisão as diferenças entre a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, na próxima subseção é feita uma análise das equações da média e da variância dessas duas representações da Distribuição de Pareto. Dessa análise foi identificada uma relação entre a média e a variância dessas duas representações da Distribuição de Pareto.

B. Análise das equações da Média da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros

No intuito de fazer uma análise mais detalhada sobre a Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois

Parâmetros, esta subseção faz uma análise das suas respectivas equações da média e da variância. As equações da média são obtidas desenvolvendo o momento de primeira ordem para cada uma das duas representações, conforme as restrições ilustradas na Tabela I. As equações da média para a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros são ilustradas respectivamente nas equações (8) [18] e (9) [4].

$$M_{lomax} = \frac{\beta}{\alpha - 1} \tag{8}$$

$$M_{pareto\ com\ dois\ parâmetros} = \frac{\alpha \gamma}{\alpha - 1} \tag{9}$$

Através das equações (8) e (9), primeiramente, analisou-se o comportamento do parâmetro α para um determinado valor de média. Para a forma da Distribuição de Lomax, α tem um valor inferior ao da representação da Distribuição de Pareto com Um Parâmetro, que por sua vez é menor que na representação da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

A título de exemplificação, a Tabela II ilustra os valores do parâmetro α encontrados para uma média M de valor igual a 1.1 na Distribuição de Lomax e para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Continuando a análise da média, verifica-se se existe algum comportamento padrão que relaciona as médias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Essa investigação tomou como ponto de partida a diferença entre as médias das duas representações da Distribuição de Pareto, quando os parâmetro α é o mesmo para ambas as distribuições, e β tem o mesmo valor que γ . Como resultado dessa investigação, foi identificado que a diferença entre a média obtida para a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros é igual ao valor do parâmetro γ , conforme é apresentado em (10).

TABELA II
VALORES DE α PARA DIFERENTES VALORES PARA β COM MÉDIA = 1.1

β	γ	Valores de α encontrados para a Distribuição de Lomax	Valores de α encontrados para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros
0.1	0.1	1.0909091	1.1
0.2	0.2	1.1818182	1.2222222
0.3	0.3	1.2727273	1.375
0.4	0.4	1.3636364	1.5714286
0.5	0.5	1.4545455	1.8333333
0.6	0.6	1.5454545	2.2
0.7	0.7	1.6363636	2.75
0.8	0.8	1.7272727	3.6666667
0.9	0.9	1.8181818	5.5
1	1	1.9090909	11

Parâmetros, esta subseção faz uma análise das suas respectivas equações da média e da variância. As equações da média são obtidas desenvolvendo o momento de primeira ordem para cada uma das duas representações, conforme as restrições ilustradas na Tabela I. As equações da média para a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros são ilustradas respectivamente nas equações (8) [18] e (9) [4].

$$M_{\text{pareto com dois parâmetros}} - M_{\text{lomax}}$$

$$\frac{\alpha\gamma}{\alpha-1} - \frac{\beta}{\alpha-1}, \quad \beta = \gamma \quad (10)$$

$$\frac{\alpha\gamma}{\alpha-1} - \frac{\gamma}{\alpha-1} = \frac{\gamma(\alpha-1)}{\alpha-1} = \gamma$$

O resultado do desenvolvimento de (10) é bastante interessante e esclarecedor, quanto as suspeitas levantadas em [4] a respeito da influência do parâmetro γ . A equação (10) indica que o parâmetro de deslocamento γ é a única causa da diferença entre as médias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. A título de exemplificação foi calculado os valores das médias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros com o valor do parâmetro α igual a 2.05 e variando os valores dos parâmetros β e γ . Os valores encontrados são apresentados na Tabela III.

TABELA III
VALORES DA MÉDIA PARA DIFERENTES VALORES E β E γ COM $\alpha = 2.05$

β	γ	Valor da Média obtida para Distribuição de Lomax (MDL)	Valor da Média obtida para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros (MDPD)	MDPD - MDL
0.1	0.1	0.0952381	0.1952381	0.1
0.2	0.2	0.1904762	0.3904762	0.2
0.3	0.3	0.2857143	0.5857143	0.3
0.4	0.4	0.3809524	0.7809524	0.4
0.5	0.5	0.4761905	0.9761905	0.5
0.6	0.6	0.5714286	1.1714286	0.6
0.7	0.7	0.6666667	1.3666667	0.7
0.8	0.8	0.7619048	1.5619048	0.8
0.9	0.9	0.8571429	1.7571429	0.9
1	1	0.9523810	1.9523810	1

A relação explicitada em (10) é mais um indício bastante forte de que o parâmetro γ é o responsável pelo menor tempo médio de espera em filas Pareto/M/1, conforme é argumentado por Shortle, Fischer, Gross e Masi em [4].

Dando continuidade a investigação, foca-se agora na diferença entre as variâncias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, obtidas a partir de seus respectivos momentos de segunda ordem. As equações das variâncias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros são ilustradas, respectivamente, em (11) [18] e em (12) [4].

$$V_{\text{lomax}} = \frac{2\beta^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} - \frac{\beta^2}{(\alpha-1)^2} \quad (11)$$

$$V_{\text{pareto com dois parâmetros}} = \frac{\alpha\gamma^2}{\alpha-2} - \frac{(\alpha\gamma)^2}{(\alpha-1)^2} \quad (12)$$

A exemplo do que foi feito com a média, a análise da variância é feita tomando-se por base a diferença entre as equações da variância da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros e a Distribuição de Lomax, igualando os valores dos parâmetros β e γ e assumindo que o valor do parâmetro α é o mesmo para ambas as distribuições. O desenvolvimento dessa diferença é descrita em (13).

$$V_{\text{pareto com dois parâmetros}} - V_{\text{lomax}} = \frac{\alpha\gamma^2}{\alpha-2} - \frac{(\alpha\gamma)^2}{(\alpha-1)^2} - \left(\frac{2\beta^2}{(\alpha-2)(\alpha-1)} - \frac{\beta^2}{(\alpha-1)^2} \right)$$

$$\beta = \gamma$$

$$\frac{\alpha\gamma^2}{\alpha-2} - \frac{(\alpha\gamma)^2}{(\alpha-1)^2} - \left(\frac{2\gamma^2}{(\alpha-2)(\alpha-1)} - \frac{\gamma^2}{(\alpha-1)^2} \right)$$

$$V_{\text{pareto com dois parâmetros}} - V_{\text{lomax}} = \frac{-2\gamma^2}{(\alpha-1)} \quad (13)$$

O resultado de (13) indica que a variância, na Distribuição de Lomax é maior que na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. A diferença entre essas variâncias é definido pelos valores dos parâmetros α e γ . O expoente 2 no parâmetro γ indica que a diferença da variação, em valor absoluto, entre as variâncias não é linear. A diferença aumenta em potência de índice 2 à medida que o valor do parâmetro γ aumenta linearmente. A Tabela IV apresenta os valores das variâncias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros e de (13), quando se é aplicada o parâmetro α com valor igual a 2.05, e variando igualmente os valores dos parâmetros β e γ .

O gráfico da Eq. 13 usando os valores para os parâmetros α , β e γ da Tabela 4 é ilustrado na Figura 1.

TABELA IV
VALORES DA DIFERENÇA ENTRE OS VALORES DA VARIÂNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE PARETO COM DOIS PARÂMETROS E A DISTRIBUIÇÃO DE LOMAX COM $\alpha = 2.05$

β	γ	Variância da Distribuição de Lomax (VDL)	Variância da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros (VDPD)	VDPD - VDL
0.1	0.1	0.2431066	0.2240590	- 0.0190476
0.2	0.2	1.3443084	1.2681179	- 0.0761905
0.3	0.3	3.3036054	3.1321769	- 0.1714286
0.4	0.4	6.1209977	5.8162358	- 0.3047619
0.5	0.5	9.7964853	9.3202948	- 0.4761905
0.6	0.6	14.330068	13.644354	- 0.6857143
0.7	0.7	19.721746	18.788413	- 0.9333333
0.8	0.8	25.971519	24.752472	- 1.2190476
0.9	0.9	33.079388	31.536531	- 1.5428571
1	1	41.045351	39.14059	- 1.9047619

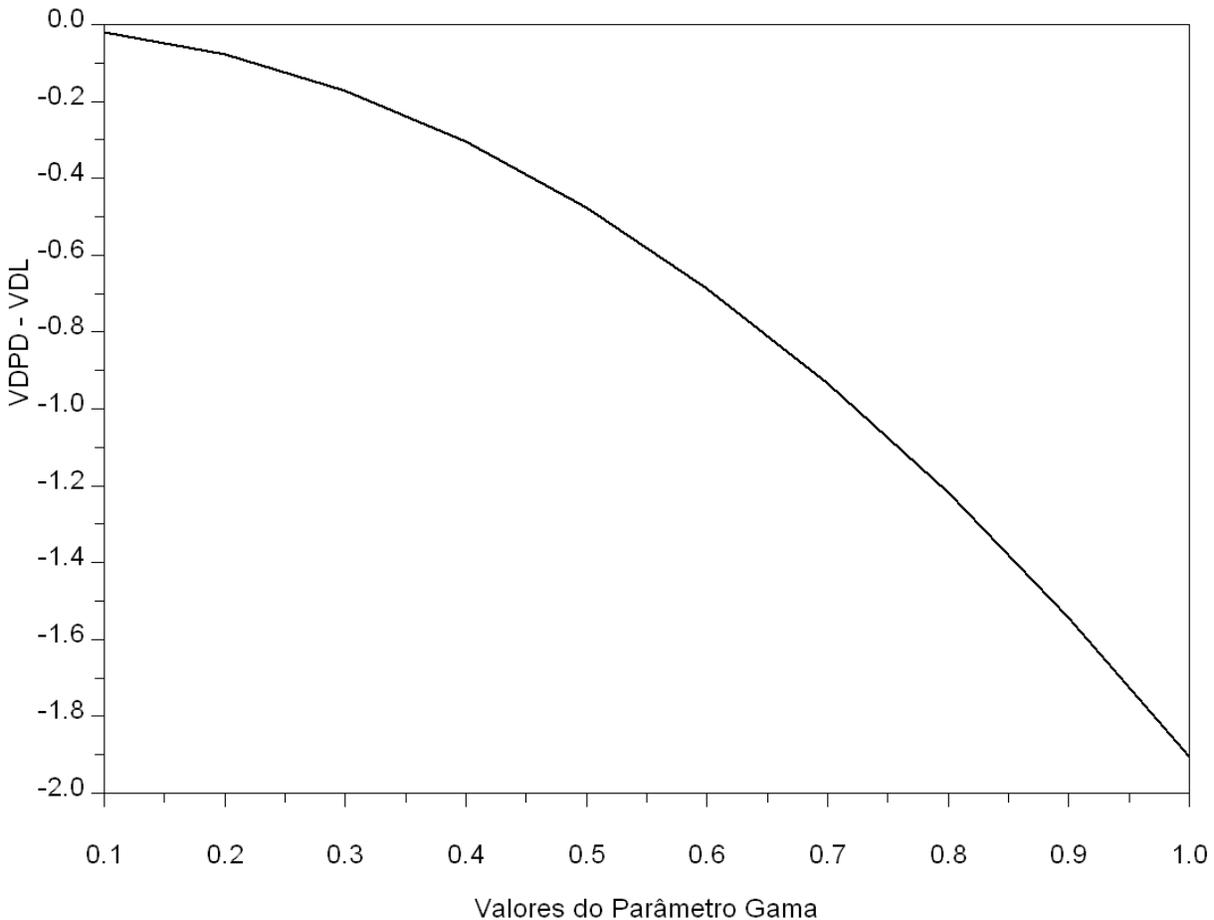


Figura 1 – Diferença da variância da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros para a $\alpha = 2.05$

Utilizando-se (13), juntamente com a restrição para a existência da variância de que o parâmetro α deve ter valor maior que 2, é possível extrair um valor aproximado para a maior diferença entre as variâncias. Para obter esse valor faz-se a seguinte análise:

1. O parâmetro α encontra-se no denominador de (13). Portanto, quanto menor o seu valor maior é o valor da diferença entre as variâncias;
2. O menor valor possível que o parâmetro α pode assumir é o limite superior de 2, pois é o menor valor para que exista a variância;
3. O parâmetro γ encontra-se no numerador de (13). Portanto, quanto maior o seu valor, maior é a diferença entre as variâncias;
4. Conforme é constatado na revisão bibliográfica feita para este trabalho, o valor para o parâmetro γ varia entre 0 e 1. Assim, o maior valor assumido para o parâmetro γ é 1;
5. Desenvolvendo (13) com α igual ao limite superior do valor 2 e γ tendo valor igual a 1, tem-se que a maior diferença entre as variâncias é o limite inferior do valor 2;

Com o objetivo de avaliar as conseqüências das conclusões dessa seção na análise de filas, na próxima seção

são apresentadas a implementação, execução e análise de resultados do tempo de espera em filas Pareto/M/1. Já em modelos de filas M/Pareto/1, este deslocamento pode representar que os tempos de serviços da fila são desconsiderados no intervalo $[0, \gamma]$. Com o objetivo de averiguar a conformidade dessas análises, na seção V é feita uma avaliação do comportamento de modelos de filas Pareto/M/1 e M/Pareto/1. Esta análise é enfatizada na Distribuição de Lomax, uma vez que em [4], Fischer, Gross, Masi e Shortle já haviam iniciado uma pesquisa comparando o desempenho da Distribuição de Pareto com Um Parâmetro e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. A exemplo do trabalho de Fischer, Gross, Masi e Shortle em [4], este trabalho faz uso da técnica TAM para obter uma aproximação da Transformada de Laplace.

V. ANÁLISE DE MODELOS DE FILAS BASEADOS NA DISTRIBUIÇÃO DE LOMAX E NA DISTRIBUIÇÃO DE PARETO COM DOIS PARÂMETROS

As análises das médias e das variâncias da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros realizadas na seção IV, levantaram algumas suposições acerca do impacto da escolha da representação da Distribuição de Pareto e da manipulação dos seus parâmetros em modelagem de filas. Nesta seção é realizada uma investigação em modelos

de filas sobre a manipulação do parâmetro β com o parâmetro γ com valor 0, na chamada Distribuição de Lomax e em seguida é feita uma comparação com a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Primeiramente, foram feitas análises no modelo Pareto/M/1 e, em seguida, no modelo M/Pareto/1.

A. Análise do Modelo Pareto/M/1

Esta subseção faz uma análise dos modelos de fila Pareto/M/1 através da verificação do tempo médio de espera na fila. O passo inicial desta investigação é encontrar as amostras da Distribuição de Lomax que alimentam o algoritmo do método TAM. Essas amostras são obtidas desenvolvendo a igualdade $F(x(i))=1-q^i$, onde $i = 1, 2, \dots, N$. O valor da constante q é definido quando a média da distribuição TAM ($1-q^1$) se iguala a média da distribuição original. O desenvolvimento da igualdade é descrito em (14).

$$x(i) = \frac{\beta}{q^{i/\alpha}} - \beta \quad (14)$$

A equação (14) permite obter as amostras $x(i)$ para a Distribuição de Lomax, e a equação para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros foi obtida através de [4]. Uma vez obtida a equação para calcular $x(i)$ para a Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, o algoritmo TAM Modificado foi implementado no software Scilab 4.1 para cada uma das representações da Distribuição de Pareto. Dessa maneira, são obtidas as suas respectivas Transformadas de Laplace. O objetivo é usá-las para fazer a análise comparativa entre as representações chamadas, respectivamente, Distribuição de Lomax e Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

A análise do modelo de fila Pareto/M/1 foi realizada através da medida do tempo médio de espera na fila. O tempo médio de espera em fila, Wq , para filas do tipo G/M/1 é obtido através de (15), descrita por Kleinrock em [19].

$$Wq \approx \frac{\sigma}{\mu(1-\sigma)} \quad (15)$$

onde σ é a única raiz da Eq. 16 que tem valor menor que 1.

$$\sigma = A^*[\mu(1-\sigma)] \quad (16)$$

Para obter A^* , que é a Transformada de Fourier de $\mu(1-\sigma)$, foi utilizado o método TAM modificado. Para obter a taxa de chegada λ , recorreu-se a equação da média para cada uma das duas representações da Distribuição de Pareto.

Usando (14), para os mesmos valores de β utilizados na Tabela III, o algoritmo para encontrar o tempo médio de espera foi executado, com uma taxa de utilização, ρ , definida como 0.8. Nesta comparação, o valor do parâmetro de decaimento α é definido em 2.05 [6].

A escolha por este valor para o parâmetro α deve-se a

intenção por comparar com os resultados obtidos no trabalho de Fischer, Masi, Gross e Shortle descrito em [6], onde os autores utilizam esses valores para comparar o desempenho de uma fila com tempo de chegada definida por uma Distribuição de Pareto com Um Parâmetro com uma outra fila com o tempo de chegada definido por uma Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Outro motivo para o valor escolhido para o parâmetro α , é para verificar qual o comportamento do modelo de fila dados os resultados observados nas Tabelas III e IV.

Esta execução gerou os valores de tempo médio de espera na fila, Wq , que são ilustrados na Tabela V. Estes valores foram obtidos para Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros e para a Distribuição de Lomax.

Na Tabela V, o tempo de espera obtido por Shortle para a Distribuição de Pareto com Um Parâmetro é ilustrado na primeira linha na coluna do Tempo de Espera na Fila para a Distribuição de Lomax, onde β tem valor igual a 1. É observado que a medida que o valor de β decremente, o tempo de espera na fila também diminui. Estes valores reforçam o argumento de Prata Junior em [18] acerca da relevância do parâmetro β da Distribuição de Pareto e da diferença bastante considerável entre os resultados obtidos pela Distribuição de Lomax e pela Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. A Figura 2 ilustra o gráfico da variação dos tempos médio de espera na fila em função da variação do parâmetro de escala β para as equações Distribuição de Lomax e Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros dos valores apresentados na Tabela V.

É importante notar que a variação dos tempos de espera na fila é constante para os diversos valores do parâmetro β . Este comportamento é observado tanto para a Distribuição de Lomax como para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Contudo, a variação é maior quando se utiliza a Distribuição de Lomax do que quando se utiliza a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, o que está em acordo com as conclusões descritas na seção IV acerca da diferença entre as variâncias.

TABELA V
TEMPO MÉDIO DE ESPERA PARA FILA PARETO/M/1 COM $\alpha = 2.05$ E $\rho = 0.8$

β	α	γ	Wq para Pareto com Dois Parâmetros	Wq para a Distribuição de Lomax
1	2.05	1	5.3928766	8.43
0.9	2.05	0.9	4.8535889	7.5323378
0.8	2.05	0.8	4.3143013	6.6954116
0.7	2.05	0.7	3.7750136	5.8584851
0.6	2.05	0.6	3.2357259	5.021559
0.5	2.05	0.5	2.6964383	4.1846322
0.4	2.05	0.4	2.1571506	3.3477059
0.3	2.05	0.3	1.617863	2.5107795
0.2	2.05	0.2	1.0785753	1.673853
0.1	2.05	0.1	0.5392877	0.8369265

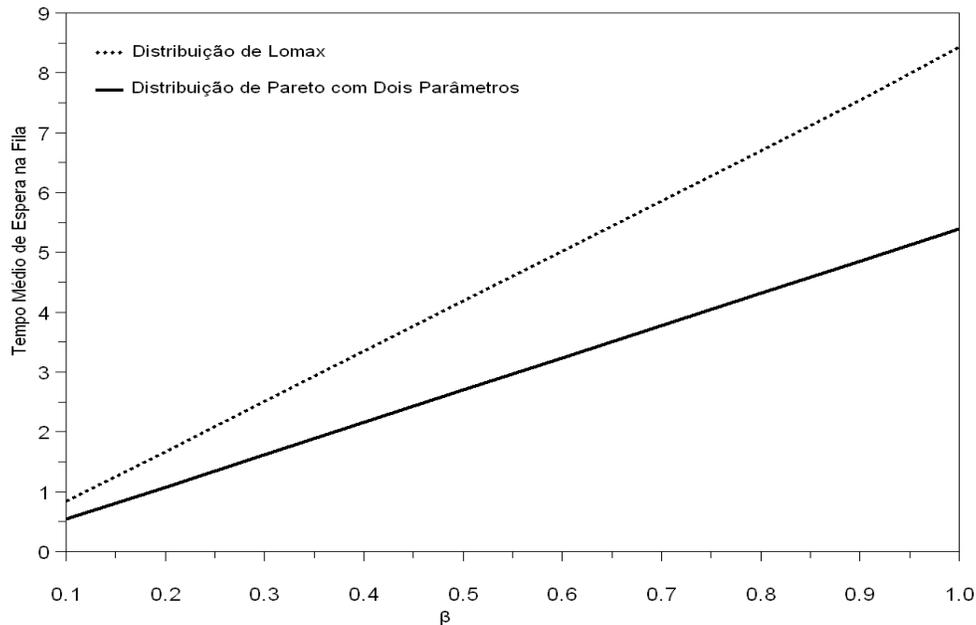


Figura 2 – Tempo de Espera na Fila x Parâmetro β

Após as análises realizadas, é constatado que, usando o método TAM para obter uma aproximação da Transformada de Laplace da Distribuição de Pareto, a adoção da representação da Distribuição de Lomax para filas Pareto/M/1 ocasiona um tempo de espera maior que a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Este resultado, em conformidade com as conclusões a respeito da diferença entre as médias das duas representações da Distribuição de Pareto descritas na seção IV, deve-se ao parâmetro γ na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, onde no intervalo $[0, \gamma]$ não existem chegadas. Entretanto, este intervalo é contabilizado na equação do tempo médio de espera na fila. Na próxima subseção são feitas análises no modelo M/Pareto/1.

B. Análise de Fila M/Pareto/1

Na subseção anterior é constatado que em modelo de fila Pareto/M/1, onde Pareto é uma Distribuição de Lomax e mediante a mesma taxa de uso de recursos e decaimento, o tempo médio de espera decresce com o parâmetro β . Em conformidade com as conclusões descritas na seção IV, a Distribuição de Lomax causa um tempo de espera maior que a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Também, em acordo com a seção IV, a Distribuição de Lomax tem uma variação maior dos tempos de espera com o incremento do parâmetro β , do que a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, onde β e γ possuem o mesmo valor.

Como parte deste trabalho, é verificado se existe um comportamento similar em modelos M/Pareto/1. Para fazer a análise do modelo recorreu-se à fórmula de Pollaczec-Khintchine, descrita por Kleinrock [19] e ilustrada em (17).

$$L = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \sigma_s^2}{2(1 - \rho)} \tag{17}$$

$$W_q = \frac{L}{\lambda} - \frac{1}{\mu}$$

A equação (17) foi utilizada considerando-se uma taxa de utilização, ρ , de 0.8 e α igual a 2.1. Estes valores também foram extraídos de [6]. Dado ao índice de valor 2 na variância na fórmula de Pollaczec-Khintchine é esperado uma diferença maior entre os tempos de espera da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Os resultados da análise realizado neste trabalhos são ilustrados na Tabela VI.

Segundo os resultados observados na Tabela VI, o comportamento encontrado para filas Pareto/M/1 repete-se em um modelo M/Pareto/1. Os tempos de filas para funções de Pareto da representação Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros geram os menores tempos de espera e a variação dos tempos de espera é maior na Distribuição de Lomax. O gráfico da Figura 3 ilustra os resultados na Tabela VI.

TABELA VI
TEMPO MÉDIO DE ESPERA EM FILA M/PARETO/1

β	α	γ	Wq para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros	Wq para a Distribuição de Lomax
1	2.1	1	22	40
0.9	2.1	0.9	19.8	36
0.8	2.1	0.8	17.6	32
0.7	2.1	0.7	15.4	28
0.6	2.1	0.6	13.2	24
0.5	2.1	0.5	11	20
0.4	2.1	0.4	8.8	16
0.3	2.1	0.3	6.6	12
0.2	2.1	0.2	4.4	8
0.1	2.1	0.1	2.2	4

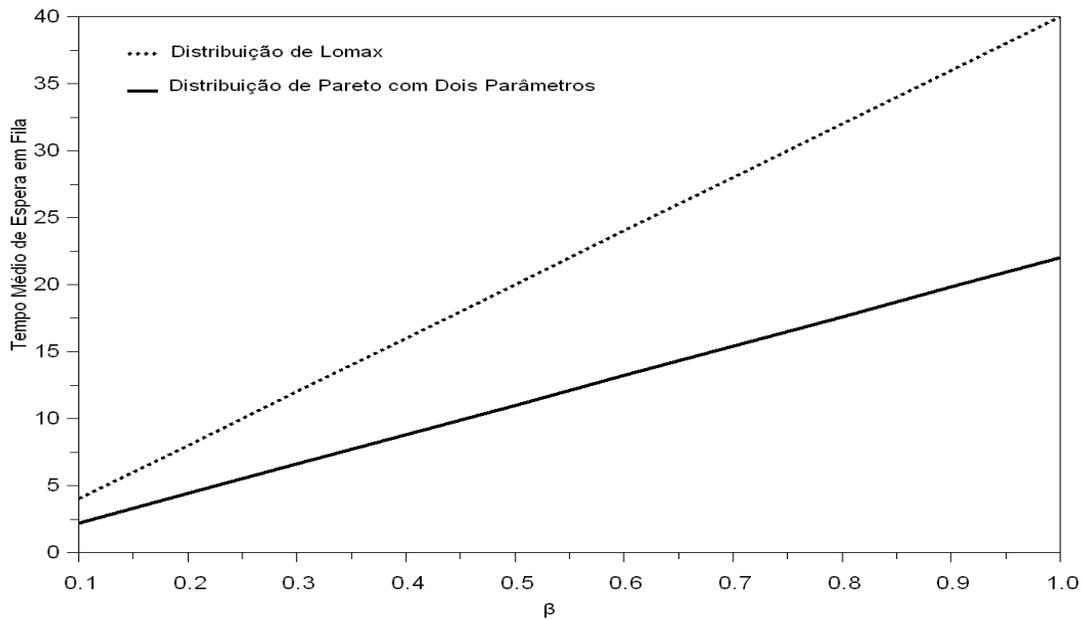


Figura 3 - Tempo de Espera na Fila x Parâmetro β

O comportamento da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros em relação a Distribuição de Lomax é uma indicação de que a premissa de que são desconsideradas as chegadas ocorridas no intervalo $[0, \gamma]$ está correta. A exemplo do que ocorre no modelo Pareto/M/1, a variação dos tempos de espera segue uma constante, para os diferentes valores para β em cada uma das duas representações da Distribuição de Pareto. Esta variação também é maior para a Distribuição de Lomax do que para a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros.

Para valores de α menores que 2, quando a Distribuição de Pareto passa a não ter o segundo momento finito, recomenda-se o uso da função de probabilidade de tempo de espera na fila. Como a equação da função de probabilidade de tempo de espera é dependente da inversa da transformada de Laplace, é preciso usar o método TAM. Em [5], é apresentado um método recursivo a partir do método TAM para obter a probabilidade de espera ser menor que um determinado valor t para modelos de fila M/G/1.

As análises realizadas na seção V confirmam as conclusões descritas na seção IV: a variação do parâmetro β , independente da variação do parâmetro γ , influencia no desempenho de sistemas de filas; o parâmetro γ faz com que filas que adotam a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros têm tempos de espera na fila menores que aquelas que adotam a Distribuição de Lomax. A variação dos tempos de espera na fila é maior na Distribuição de Lomax do que na Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Estas conclusões consideram que em ambas as distribuições usa-se a mesma carga ρ , os mesmos valores para o parâmetro α e a os parâmetros β e γ possuem o mesmo valor. Na próxima seção são descritas as conclusões do trabalho realizado.

VI. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho são investigados o parâmetro β e a Distribuição de Lomax. Esta investigação foi conduzida na aplicação da Distribuição de Pareto em modelagem de filas. Muitos trabalhos fixaram o valor do parâmetro de escala β em 1 ou igualam o valor do parâmetro β ao parâmetro γ . Esta constatação motivou uma análise comparativa da Distribuição de Lomax com a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros. Diferentemente do que esses trabalhos assumem, a representação chamada Distribuição de Lomax é bastante relevante na modelagem de filas que utilizam a Distribuição de Pareto. Após as análises realizadas conclui-se que :

1. Os diferentes valores do parâmetro β influenciam sensivelmente no desempenho dos modelos de filas;
2. A Distribuição de Lomax é melhor que a Distribuição de Pareto com Um Parâmetro, pois permite o manuseio do parâmetro de escala β ;
3. A diferença da média entre a Distribuição de Lomax e a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, quando utiliza os mesmo valores de α , β e γ é exatamente o valor de γ ;
4. A variância, quando ela é finita, na Distribuição de Lomax é maior que na Distribuição de Pareto com dois Parâmetros;
5. A diferença entre as variâncias, quando elas existem, da Distribuição de Lomax e da Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros tem como limite superior o valor 2;
6. Modelos de filas que utilizam a Distribuição de Lomax ocasionam maior tempo de espera na fila que a Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, quando utiliza os mesmo valores de α , β e γ ;
7. Modelos de filas que utilizam a Distribuição de Lomax ocasionam uma maior variação de tempo de espera de acordo com a variação do parâmetro β , do que a

Distribuição de Pareto com Dois Parâmetros, quando utiliza os mesmo valores de α , β e γ .

Como sugestão para trabalhos futuros este trabalho recomenda:

1. Análise matemática de modelos de filas Pareto/M/1 e M/Pareto/1 quando a representação da Distribuição de Pareto é a Distribuição de Lomax e possui uma relação explícita com a variável de Hurst;
2. Avaliação do comportamento dos modelos de filas Pareto/M/1 e M/Pareto/1 quando a representação de Pareto é a Distribuição de Pareto Generalizada (Eq. 3).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos professores Dr. Magnos Martinello e Dr. Rodrigo Varejão por suas importantes considerações acerca do trabalho desenvolvido neste artigo

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

- [1] Bellamy J C; “*Digital Telephony*”, Second Edition; John Wiley & Sons; 1991.
- [2] Leland W E, Taqqu M S, Willinger W, Wilson D V; “*On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version)*”; IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol 02, no 1, pp 01-15, 1994;
- [3] E. M. Cappe J. C. Pesquet A. Petropolu and X. Yang, “*Long-range dependence and heavy tail modeling for teletraffic data*”, IEEE Signal Processing Magazine, vol. 19, no. 3, pp. 14-27, 2002.
- [4] Shortle J F, Fischer M J, Gross D, Masi D M B; “*One-Parameter Pareto, Two-Parameter Pareto, Three-Parameter Pareto: Is there a Modeling Difference?*”; The Telecommunications Review 2005; pp 79-91; 2005;
- [5] Shortle J F, Fischer M J, Gross D, Masi D M B; “*Using the Transform Approximation Method to Analyze Queues*”; Journal of Probability and Statistical Science, vol 1, no. 1, pp 15-27; 2003;
- [6] Fischer M J, Masi D M, Gross D, Shortle J F; “*Using the Correct Heavy-Tailed Arrival Distribution in Modeling Congestion Systems*”; Proceedings of the Eleventh International Conference on Telecommunication Systems, Modeling, and Analysis, Monterey, CA, 154-162
- [7] Norros I; “*On the Use of Fractal Brownian in the Theory of Connectionless Networks*”; IEEE JSAC, Vol 13, no 6, pp. 953-962, August 1995.
- [8] Jeong H-DJ; McNickle D; Pawlikowski K; “*Fast Self-Similar Teletraffic Generation Based in FGN and Wavelets*”; Proceedings of IEEE International Conference on Networking, pp 75-82; 1999;
- [9] Huebner F, Liu D, Fernandez J M; “*Queueing performance comparison of traffic models for Internet traffic*”, Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference 1998, Vol. 1, pp 471-476; 1998
- [10] Gordon J; “*Pareto Process as a Model of Self-Similar Packet Traffic*”; Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference 1995, Vol. 3, pp. 2232 – 2236; 1995
- [11] Shortle J; “*An Equivalent Random Method with Hyper-Exponential Service*”; An Journal of Performance Evaluation, Vol 57, no 3, pp 409-422; 2004
- [12] Reljin I S, Stanojevic M, Reljin B D; “*Modified Round Robin Scheduler for Pareto Traffic Streams*”; 5th International Conference on Telecommunications in Modern Satellites, Cable and Broadcasting Services 2001, TELSIC 2001, Vol 1 pp. 25-28; 2001
- [13] Xie M, Ye M, Feng S, Song H; “*Performance of a Queueing Model With Pareto Input Traffic For Wireless Network Nodes*”; Proceedings of International Conference in Wireless Communications, Networking and Mobile Computing 2005, Vol2, pp 867-870; 2005
- [14] Fischer M J, Harris C M; “*A Method For Analyzing Congestion in Pareto and Related Queues*”; The Telecommunications Review, Vol. 10 Mitreket Systems, pp 15-28;1999
- [15] Gross D, Shortle J.F, Fischer M J, Masi D M B; “*Difficulties in simulating queues with Pareto Service*”; Proceedings of the Winter Simulation Conference 2002, Vol. 1, pp 407-415; 2002
- [16] Hastings N A J, Peacock J B; “*Statistical Distributions*”; London: Butterworth and Co Ltda; 1975;
- [17] Kulldorff G, Vanman K; “*Estimation of the Location and Scale Parameters of a Pareto Distribution by Linear Functions of Order Statistics*”; Journal of the American Statistical Association, Vol. 68, No. 341. (Mar., 1973), pp. 218-227; 1973
- [18] Prata Junior O G, Garcia A S; “*Uma proposta de modelagem matemática para tratamento de tráfego com característica auto-similar*”;XXII Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores - SBRC 2004, Gramado; 2004
- [19] Kleinrock L; “*Queueing Systems – Vol 1: Theory*”; John Wiley & Sons Inc.; 1975;

Wilian Hiroshi Hisatugu – é aluno de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo – Brasil; Recebeu o título de mestre em telecomunicações pelo Instituto Nacional de Telecomunicações em 2002; Recebeu o título de bacharel em Ciência de Computação pela Universidade Estadual de Londrina em 2000. Entre 1999 e 2000 estagiou no Núcleo de Processamento de Dados da Universidade Estadual de Londrina, atuando em projetos de sistemas de informação como analista de sistemas; entre 2003 e 2005 atuou como pesquisador na Paradigma – Sistemas Automatizados, onde atuou no desenvolvimento de modelos de filas e modelos de simulação de filas de instituições financeiras com recursos da Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais (Fapemig).Atualmente, é membro do grupo de pesquisa Wimax-UFES e também é pesquisador em avaliação de desempenho e modelagem de tráfego da estrutura de rede convergente para o Governo do Estado do Espírito Santo (Rede.ES). Áreas de Interesse: Planejamento de Capacidade e Avaliação de Desempenho de Redes de Telecomunicações Móveis de Banda Larga; Modelagem de Tráfego em Redes de Telecomunicações; Pesquisa Operacional/Ciência da Gestão; Internet Móvel; Análise Quantitativa e Qualitativa; Análise e Modelagem de Processos, Modelagem Orientada a Arquiteturas, Wimax, Wimax Móvel

Anilton Salles Garcia – é Professor Associado do Departamento de Informática, Centro Tecnológico, UFES. Doutor em Engenharia Elétrica: Automação pela Unicamp (1987), Mestre em Matemática Aplicada: Otimização e Pesquisa Operacional pela Unicamp (1978) e Graduado em Engenharia Mecânica pela UFES (1976). Tem larga experiência tanto acadêmica quanto empresarial na área de telecomunicações. Atuou como Pesquisador do Contrato UNICAMP/CPQD/TELEBRAS - Redes Digitais de 1981 a 1985. Trabalhou na ELEBRA TELECON (hoje ALCATEL), no Departamento de Engenharia de Sistemas, Diretoria Técnica, onde desenvolveu atividades de pesquisa&desenvolvimento e consultoria técnica especializada para empresas operadoras nas áreas de Engenharia de Tráfego, Avaliação/Projeto de Sistemas de Comutação e Planejamento de Redes Telefônicas de 1987 a 1990. Participou, como pesquisador, da criação do Mestrado em Telecomunicações do INATEL onde orientou diversas dissertações de mestrado nas áreas de Gerência de redes, qualidade de Serviço, Redes Wireless, Simulação e Modelagem de Tráfego. Tem atuado como consultor do contrato UFF/Petrobrás nas áreas de Engenharia de Tráfego, Redes SDH, Redes Multimídia e Tecnologias de Redes Convergentes (QoS, MPLS, VoIP, SLA) desde 2002. Tem trabalhado com Gerência Integrada de Redes de Telecomunicações, Projeto de Redes Multicamadas, Telefonia IP, Ambientes de Computação Móvel, Modelagem e Caracterização de Tráfego, Redes Wireless, Avaliação de Desempenho e Planejamento de Capacidade de Sistemas de Informação. Participou como consultor do Projeto do sistema Óptico de FCURNAS através do convênio UFF/FURNAS. É coordenador e pesquisador do convênio FEST/Prodest para definição da estrutura de rede convergente para o Governo do Estado do Espírito Santo (Rede.ES ou Rede Governo). É coordenador e pesquisador do convênio UFES/CESAN no projeto da rede de comunicação multimídia da CESAN. É coordenador e pesquisador do projeto Planejamento e Análise do Desempenho para Redes Multimídia: Aplicação no Contexto de Cidades Digitais, financiado pela FINEP. É coordenador do projeto Evolução da Plataforma LightPad em Direção às Redes OTN/ASON/GMPLS, desenvolvido em convênio UFES/Padtec. É coordenador do Grupo de Pesquisa Wimax-UFES. Atualmente tem centrado seus esforços de pesquisa nas áreas de Gerência Integrada de Redes e Serviços através do desenvolvimento de ferramentas computacionais baseadas no paradigma Open Source e tecnologia Java, Agentes Inteligentes para Aplicações em Redes e Gerência de Redes, Ferramentas de Avaliação de Desempenho e Planejamento de Capacidade em Redes Multimídia, Redes Ópticas e de Redes BWA (Broadband Wireless Access) com foco em aspectos de QoS e Mobilidade em Redes WiMax.